

класс

В двух частях

Часть 2

ЗАДАЧНИК

для учащихся

общеобразовательных учреждений

Под редакцией А. Г. Мордковича

Рекомендовано

Министерством образования и науки

Российской Федерации

12-е издание, исправленное и дополненное

ИЗДАТЕЛЬСТВО

МНЕМОЗИНА

УДК 373.167.1:512

ББК 22.141я721



A45

На учебник получены положительные заключения
Российской академии наук (№ 2—10106—5215/1434 от 25.10.2006)
и Российской академии образования (№ 01—187/5/7д от 19.07.2006)

Авторы:

*А. Г. Мордкович, Л. А. Александрова, Т. Н. Мишустина,
Е. Е. Тульчинская*

А45 Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся
общеобразовательных учреждений / [А. Г. Мордкович и др.] ;
под ред. А. Г. Мордковича. — 12-е изд., испр. и доп. — М. :
Мнемозина, 2010. — 271 с. : ил.

ISBN 978-5-346-01428-7

Задачник полностью соответствует учебнику. В каждом параграфе содержится система упражнений, тщательно выстроенная по степени нарастания трудности и достаточная для занятий в классе, выполнения домашних заданий и самостоятельных работ.

УДК 373.167.1:512

ББК 22.141я721

Учебное издание

**Мордкович Александр Григорьевич,
Александрова Лидия Александровна,
Мишустина Татьяна Николаевна и др.**

АЛГЕБРА

8 класс

В двух частях

Часть 2

ЗАДАЧНИК

для учащихся общеобразовательных учреждений

Санитарно-эпидемиологическое заключение

№ 77.99.60.953.Д.003577.04.09 от 06.04.2009.

Формат 60×90¹/₁₆. Бумага офсетная № 1. Гарнитура «Школьная».

Печать офсетная. Усл. печ. л. 17,0. Тираж 150 000 экз. Заказ № 25294 (К-Гэ).

Издательство «Мнемозина». 105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29б.

Тел.: 8(499)367 5418, 367 5627, 367 6781; факс: 8(499)165 9218.

E-mail: ioc@mnemozina.ru www.mnemozina.ru

Магазин «Мнемозина»

(розничная и мелкооптовая продажа книг, «КНИГА — ПОЧТОЙ»).

105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29б.

Тел./факс: 8(495)783 8284; тел.: 8(495)783 8285. E-mail: magazin@mnemozina.ru

Торговый дом «Мнемозина» (оптовая продажа книг).

Тел./факс: 8(495)665 6031 (многоканальный). E-mail: td@mnemozina.ru

Отпечатано в ОАО «Смоленский полиграфический комбинат».

214020, г. Смоленск, ул. Смольянинова, 1.

© «Мнемозина», 1998

© «Мнемозина», 2010, с изменениями

© Оформление. «Мнемозина», 2010

Все права защищены

ISBN 978-5-346-01428-7 (ч. 2)

ISBN 978-5-346-01426-3 (общ.)

ПРЕДИСЛОВИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Учебно-методический комплект* для изучения курса алгебры в 8-м классе общеобразовательной школы, выпускаемый издательством «Мнемозина», состоит из следующих элементов:

Программы. Математика. 5—6 классы. Алгебра. 7—9 классы. Алгебра и начала математического анализа. 10—11 классы / авт.-сост. И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович;

А. Г. Мордкович. Алгебра. 8 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник;

А. Г. Мордкович и др. Алгебра. 8 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник;

А. Г. Мордкович. Алгебра. 8 класс. Методическое пособие для учителя;

Л. А. Александрова. Алгебра. 8 класс. Контрольные работы / Под ред. А. Г. Мордковича;

Л. А. Александрова. Алгебра. 8 класс. Самостоятельные работы / Под ред. А. Г. Мордковича;

Е. Е. Тульчинская. Алгебра. 8 класс. Блицопрос;

В. В. Шеломовский. Электронное сопровождение курса «Алгебра–8» / Под ред. А. Г. Мордковича.

У вас в руках вторая книга комплекта — задачник. Выделение задания в отдельную книгу позволило авторам создать избыточную по объему систему упражнений, обеспечивающую учителя более чем достаточным материалом для работы в классе и для домашних заданий, без привлечения других источников.

Во всех параграфах (кроме главы 6 «Итоговое повторение») упражнения сгруппированы по двум блокам. Первый (до черты) содержит задания двух базовых уровней: устные (полуустные) и задания средней трудности (слева от номеров таких заданий помещен значок O); второй блок (после черты) содержит задания уровня выше среднего или задания повышенной трудности (слева от номеров таких заданий помещен значок ●). К значительной части упражнений второго, третьего и четвертого уровней приведены ответы. Большинство упражнений четвертого уровня разбираются в книге для учителя.

* Более подробную информацию об УМК можно получить на сайтах www.mnemosina.ru и www.ziimag.narod.ru

Число заданий в каждом номере унифицировано: либо одно, либо два (а) и б)), либо четыре (а), б), в), г)). Все они однотипны в пределах данного номера, поэтому советуем рассматривать в классе задания а) и б), а для работы дома предлагать задания в) и г).

Каждая глава (кроме главы 6) заканчивается разделом «Домашняя контрольная работа» (в двух вариантах). Мы предполагаем, что эту работу учащиеся будут выполнять постепенно в процессе изучения данной темы и сдавать учителю на проверку по мере готовности.

Не следует стремиться решить с учениками все упражнения. Их чересчур много, это сделано нами сознательно, чтобы у учителей была возможность выбора. Этот выбор диктуется уровнем подготовленности класса и собственными методическими взглядами учителя, а потому имеет заведомо творческий характер.

Обращаем внимание учителей на то, что начиная с этого издания в задачнике имеется Приложение «Простейшие комбинаторные задачи. Организованный перебор вариантов. Дерево вариантов» (автор — П. В. Семенов). Оно состоит из пяти небольших частей, каждая из которых опирается на материал соответствующей главы учебника и задачника.

На наш взгляд, изложение столь нового для школьников (и учителей) учебного материала нельзя отрывать от основного русла школьного курса математики. Новую (стохастическую) учебную линию следует соотносить с традициями преподавания, сложившимися в отечественной школе. По этой причине в большинстве задач Приложения (всего их 50 — по 10 дополнительных задач к каждой главе задачника) используется материал (алгебраические дроби, квадратные корни, парабола и гипербола, квадратные уравнения, неравенства), который излагается в главах 1—5 учебника и задачника.

Авторы

§ 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Является ли алгебраической дробью выражение:

1.1. а) $\frac{3a^2}{5b^2}$; б) $\frac{10x^2 + 4x - 7}{8}$; в) $\frac{c^2}{b^2}$; г) $\frac{3}{9m - 5}$?

1.2. а) $\frac{7a^2 + 4}{14}$; в) $3t - \frac{p^2}{t^2}$;

б) $\frac{2f^2 + 6f + 15}{2f} - 5f$; г) $\frac{6nm + 3m^2n^2}{7n - 12m}$?

Установите, при каких значениях переменной не имеет смысла алгебраическая дробь:

1.3. а) $\frac{a - 5}{a + 5}$; б) $\frac{5c}{4 + 10c}$; в) $\frac{3x - 9}{1 + x}$; г) $\frac{15m + 4}{4m + 15}$.

1.4. а) $\frac{9x^2}{x(x + 2)}$; в) $\frac{8y^2}{y(y - 4)}$;

б) $\frac{45z^3 + 5}{3z(23z + 69)}$; г) $\frac{72t^2 - 17}{2t(15t - 60)}$.

1.5. а) $\frac{3a^2 + 5}{(a + 2)(a + 3)}$; в) $\frac{31c^2}{(c + 12)(c - 19)}$;

б) $\frac{8b^3 + 14}{(2b - 7)(3b + 9)}$; г) $\frac{99d^2 - 53}{(3d - 4)(5d + 45)}$.

1.6. Найдите допустимые значения переменной для заданной алгебраической дроби:

а) $\frac{4x^2 - 2x - 3}{(x - 3)(x + 3)}$; в) $\frac{17s + 1}{(s - 2)(2 + s)}$;

б) $\frac{35p - 24}{p^2 - 16}$; г) $\frac{t^2 + 4t - 1}{t^2 - 36}$.

1.7. Придумайте примеры алгебраических дробей, которые имели бы смысл при:

а) $x \neq 3$; в) $z \neq -4, z \neq -7, z \neq 0$;

б) $y \neq 0, y \neq 12$; г) любом значении x .

Найдите значения переменной, при которых алгебраическая дробь равна нулю (если такие значения существуют):

1.8. а) $\frac{x - 4}{x + 2}$; б) $\frac{x^2 + 1}{x^2}$; в) $\frac{2x + 6}{x - 2}$; г) $\frac{x + 1}{x^2 + 1}$.

1.9. а) $\frac{3x^2}{x(x - 2)}$; б) $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$; в) $\frac{x(x + 3)}{(x + 3)^2}$; г) $\frac{x(x + 1)}{x^2 - 1}$.

Найдите значение алгебраической дроби:

1.10. а) $\frac{x - 2}{x}$ при $x = 3$;

б) $\frac{(t - 7)^2}{2s}$ при $t = 4, s = -1$;

в) $\frac{y + 6}{y - 2}$ при $y = 4$;

г) $\frac{x - 5}{(2y + 3)^2}$ при $x = 2, y = -2$.

1.11. а) $\frac{(p + 8)^2}{p^2 + 4}$ при $p = -2$;

б) $\frac{(t + 4s)^2}{2st}$ при $t = 4, s = -1$;

в) $\frac{s^2 - 1}{-2s}$ при $s = \frac{1}{2}$;

г) $\frac{x - 5y}{x^2 - y^2}$ при $x = 2, y = -2$.

01.12. Зная, что $a - 2b = 3$, найдите значение выражения:

а) $2b - a$; в) $\frac{4b - 2a}{3}$;

б) $2a - 4b$; г) $\frac{6}{2a - 4b}$.

Составьте математическую модель ситуации, описанной в условии задачи:

01.13. Туристы прошли 6 км по лесной тропе, а затем 10 км по шоссе, увеличив при этом свою скорость на 1 км/ч. На весь путь они затратили 3,5 ч.

01.14. Прогулочный катер двигался по реке, скорость течения которой 2 км/ч. По течению реки он проплыл 18 км, а против течения 14 км, затратив на весь путь 1 ч 20 мин.

01.15. Из пункта A в пункт B , находящийся на расстоянии 120 км от пункта A , выехали одновременно два автомобиля. Скорость одного из них на 20 км/ч больше скорости другого, поэтому он приехал в пункт B на 1 ч раньше.

01.16. Из города в поселок, находящийся на расстоянии 40 км от города, выехал грузовик, а через 10 мин вслед за ним отправился легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше скорости грузовика. В поселок они прибыли одновременно.

01.17. С двух турбаз одновременно вышли две группы туристов, которые должны были встретиться на берегу реки. До этого места первой группе нужно идти 12 км, а второй — 10 км. Известно, что скорость первой группы была на 1 км/ч меньше скорости второй и что она прибыла на берег реки на 1 ч позже второй группы.

Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:

01.18. Моторная лодка, собственная скорость которой равна 30 км/ч, прошла по течению реки расстояние 48 км и против течения 42 км. Какова скорость течения реки, если известно, что на путь по течению лодка затратила столько же времени, сколько на путь против течения?

01.19. Автобус проходит расстояние 160 км за время, которое автомобиль тратит на прохождение 280 км. Найдите скорость автобуса, если известно, что она на 30 км/ч меньше скорости автомобиля.

1.20. Определите знаки дробей $\frac{x}{y}$, $\frac{x^2}{y}$, $\frac{x}{y^2}$, если известно, что:

а) $x > 0$, $y > 0$;

в) $x < 0$, $y > 0$;

б) $x > 0$, $y < 0$;

г) $x < 0$, $y < 0$.

1.21. Докажите, что при любых значениях переменной:

а) значение дроби $\frac{5}{a^2 + 7}$ положительно;

б) значение дроби $\frac{-3}{b^2 + 4}$ отрицательно;

в) значение дроби $\frac{(x - 3)^2}{a^2 + 8}$ неотрицательно;

г) значение дроби $\frac{(y - 6)^2}{-y^2 - 3}$ неположительно.

Найдите значение алгебраической дроби:

1.22. а) $\frac{(3a - b)^2}{a + b}$ при $a = 4$, $b = -2$;

б) $\frac{c^6 - 1}{d^4 + 2}$ при $c = -2$, $d = 1$;

в) $\frac{(x - y)^4}{x^2 + y^2}$ при $x = 3$, $y = 4$;

г) $\frac{2mn}{m^3 + n^3}$ при $m = 2$, $n = -1$.

1.23. а) $\frac{a^2 - b^2}{(a + b)^2}$ при $a = 4$, $b = -2$;

б) $\frac{c^3 + dc}{c^2d + d^2}$ при $c = -2$, $d = 10$;

в) $\frac{x^2 + y^2}{x^4 - y^4}$ при $x = 13$, $y = 12$;

г) $\frac{m^4 - n^4}{m^3n - mn^3}$ при $m = 2$, $n = -1$.

1.24. Установите, при каких значениях переменной алгебраическая дробь имеет смысл:

а) $\frac{3x^2}{x^2 + 3}$;

в) $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 5}$;

б) $\frac{15b + 1}{b^2(b^2 + 1)}$;

г) $\frac{8m - 3}{m^2(m^2 + 4)}$.

1.25. а) $\frac{3x^2 + 2x + 5}{(3x - 1)(2x + 5)}$;

в) $\frac{17s^2 + 24s + 1}{(44s + 1)(32s - 3)}$;

б) $\frac{9y^2 - 5y + 4}{(5y - 3)(31 + 93y)}$;

г) $\frac{52r^2 + 13r - 5}{(5r - 15)(9r - 25)}$.

1.26. а) $\frac{a^2 + 5}{(a - 1)^2}$;

в) $\frac{12c^2 - 7}{(c + 3)^2}$;

б) $\frac{b^2 + 12}{4b^2 - 4b + 1}$;

г) $\frac{27m^3 - 15}{4m^2 + 36m + 81}$.

1.27. а) $\frac{7a^2 - 5}{(a + 8)(a - 9)(a + 17)}$;

в) $\frac{73c^3 - 8}{(4c - 2)(7c + 8)(13c + 39)}$;

б) $\frac{101b^3 - 58b^2 + 5}{(2b + 1)(3b + 4)(3b - 8)}$;

г) $\frac{d^3 + 4d^2 + 8d - 16}{(d + 1)(4d + 4)(7d + 5)}$.

1.28. а) $\frac{3b + 2}{3b(3b - 2)^2}$;

в) $\frac{2s - 1}{2s(2s + 1)^2}$;

б) $\frac{14k^2 + 14}{(k^2 - 9)(k^2 + 1)}$;

г) $\frac{8m^2 + 16}{(m^2 + 2)(m^2 - 4)}$.

1.29. а) $\frac{7a^2}{a^2(3a - 9)(a + 17)}$;

в) $\frac{73c^2}{c^3(c + 8)(13c - 39)}$;

б) $\frac{3b + 4}{(2b + 1)(9b^2 - 16)}$;

г) $\frac{2d - 1}{(4d^2 - 1)(7d + 5)}$.

1.30. При каких значениях переменной алгебраическая дробь $\frac{2m^2 - 2}{m(m + 1)(m - 2)}$ обращается в нуль, а при каких — не имеет смысла?

1.31. Докажите, что значение алгебраической дроби равно нулю при всех значениях переменной:

а) $\frac{(a+2)^2 - 4(a+1) - a^2}{a^2 + 1}$; б) $\frac{9 + x(x-6) - (x-3)^2}{x^2 + 3}$.

1.32. Докажите, что алгебраическая дробь не имеет смысла ни при каких значениях переменной:

а) $\frac{2x - 5}{(x-3)(x^2 + 3x + 9) - x(x^2 + 3) + 3(9 + x)}$;

б) $\frac{3a - 1}{2(4 - a) - (a + 2)(a^2 - 2a + 4) + a(a^2 + 2)}$.

01.33. Зная, что $5a - 10b = 18$, найдите значение выражения:

а) $3a - 6b$; б) $\frac{7,2}{a - 2b}$; в) $\frac{8b - 4a}{3}$; г) $\frac{a^2 - 4ab + 4b^2}{3,6}$.

01.34. Зная, что $3x - 9y = 1$, найдите значение выражения:

а) $x - 3y$; в) $\frac{12y - 4x}{5}$;

б) $\frac{6}{x - 3y}$; г) $(9y^2 - 6xy + x^2) \cdot 3$.

01.35. Зная, что $\frac{a}{b} = 3$, найдите значение выражения:

а) $-\frac{a}{b}$; б) $\frac{b}{a}$; в) $\frac{a+b}{b}$; г) $\frac{b+2a}{a}$.

01.36. Зная, что $\frac{x}{y} = \frac{1}{5}$, найдите значение выражения:

а) $\frac{x}{2y}$; б) $\frac{x+y}{x}$; в) $\frac{y}{2x}$; г) $\frac{x-y}{y}$.

01.37. Найдите значение дроби:

а) $\frac{x+y}{x}$, если $\frac{x}{y} = 0,2$; б) $\frac{3x-8y}{y}$, если $\frac{x}{y} = 0,4$.

●1.38. Зная, что $\frac{a+2b}{b} = 7$, найдите значение выражения:

а) $\frac{a}{b}$; б) $\frac{2a-b}{2b}$; в) $\frac{2a+3b}{b}$; г) $\frac{4b-a}{2a}$.

●1.39. Зная, что $\frac{x-3y}{y} = 12$, найдите значение выражения:

а) $\frac{x}{y}$; б) $\frac{2x+y}{3y}$; в) $\frac{y}{x}$; г) $\frac{3x-y}{2x}$.

○1.40. Найдите все натуральные значения n , при которых заданная дробь является натуральным числом:

а) $\frac{n+3}{n}$; б) $\frac{2n+5}{n}$; в) $\frac{6-n}{n}$; г) $\frac{45-7n}{n}$.

1.41. Придумайте реальную ситуацию, описываемую заданной математической моделью:

а) $\frac{12}{x} - \frac{12}{x+1} = 1$; в) $\frac{20}{x} = \frac{25}{x+1}$;
б) $\frac{24}{x+2} = \frac{16}{x-2}$; г) $\frac{10}{x-2} + \frac{9}{x+2} = 3$.

§ 2. ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ДРОБИ

2.1. Используя основное свойство алгебраической дроби, замените символ $*$ алгебраическим или числовым выражением так, чтобы получилось верное равенство:

а) $\frac{4b}{7} = \frac{*}{21a}$; в) $\frac{m^2}{n} = \frac{*}{5rn}$;
б) $\frac{-a}{b} = \frac{a^2}{*}$; г) $\frac{-pq}{p^2s} = \frac{-q}{*}$.

2.2. Является ли заданное равенство тождеством:

а) $\frac{x}{x+y} = \frac{xn}{xn+yn}$; в) $\frac{a-b}{a} = \frac{a^2-ab}{a^2}$;
б) $\frac{c}{d} = \frac{c+s}{d+s}$; г) $\frac{mx+n}{qx+p} = \frac{m+n}{q+p}$?

2.3. Сократите дробь:

а) $\frac{15ab}{12bc}$; б) $\frac{14k^2l}{7kl^2}$; в) $\frac{144xy}{63yz}$; г) $\frac{135p^3q^2}{25q^2p}$.

2.4. Сократите дробь:

а) $\frac{4(a-b)}{5(a-b)^2}$; в) $\frac{8(k+l)^2}{9(k+l)^3}$;
б) $\frac{13(x+4)^3}{26x(x+4)}$; г) $\frac{48m(2m-n)^3}{60n(2m-n)^3}$.

Найдите значение выражения:

2.5. а) $\frac{2^4}{2^6}$; б) $\frac{4^3}{4^2}$; в) $\frac{7^{12}}{7^{10}}$; г) $\frac{6^3}{6^2}$.

2.6. а) $\frac{64}{4^2}$; б) $\frac{24}{2^3}$; в) $\frac{625}{5^5}$; г) $\frac{3^8}{54}$.

2.7. Вычислите:

а) $\frac{3^3 \cdot 12^4}{3^5 \cdot 4^2}$; б) $\frac{14^7 \cdot 28^2}{7^9 \cdot 2^4}$; в) $\frac{625 \cdot 15^3}{5^5 \cdot 3}$; г) $\frac{11^5 \cdot 5^6}{25 \cdot 55^5}$.

2.8. Приведите дробь к знаменателю 56:

а) $\frac{5a}{7}$; б) $\frac{26m}{112}$; в) $\frac{3k}{8}$; г) $\frac{27t}{168}$.

2.9. Приведите дробь к знаменателю 36a:

а) $\frac{2b}{3a}$; б) $\frac{5an}{36a^2}$; в) $\frac{7s}{36}$; г) $\frac{9d}{108ad}$.

2.10. Приведите дробь к знаменателю 14mn:

а) $\frac{58l}{28lmn}$; б) $\frac{1}{2n}$; в) $\frac{27mk}{42m^2n}$; г) $\frac{3}{7m}$.

2.11. Приведите дробь к знаменателю 24x²y:

а) $\frac{1}{8xy}$; б) $\frac{15xz}{120x^3y}$; в) $\frac{2x}{3y}$; г) $\frac{22a^2y^2}{48x^2y^3}$.

2.12. Запишите данные выражения в виде алгебраических дробей с одинаковым знаменателем:

а) $\frac{19x^2}{5}$ и $7y^2$; в) $3m^2$ и $\frac{6n^2}{7}$;

б) $10y^2$ и $\frac{8x^3}{5y}$; г) $\frac{a^2}{10b}$ и $10b$.

Запишите данные выражения в виде алгебраических дробей с одинаковым знаменателем:

2.13. а) $\frac{x}{x-y}$ и $5x$; в) $9a^2$ и $\frac{a^2}{a+9}$;

б) $\frac{7y}{x+y}$ и $(x-y)$; г) $(5-b)$ и $\frac{8b}{5+b}$.

2.14. а) $\frac{2ab}{a+b}$ и $(a+b)$; в) $(a-b)$ и $\frac{a^2b}{a-b}$;

б) $\frac{x-y}{x+y}$ и $x^2 - xy + y^2$; г) $\frac{x+2}{x-2}$ и $x^2 + 2x + 4$.

Приведите данные алгебраические дроби к наименьшему общему знаменателю:

2.15. а) $\frac{5a}{6}$ и $\frac{7b}{12}$; в) $\frac{7d}{16}$ и $\frac{43c}{48}$;

б) $\frac{3a^2}{8}$ и $\frac{5ab}{12}$; г) $\frac{8t^2}{35}$ и $\frac{7x^2}{50}$.

2.16. а) $\frac{b}{3a}$ и $\frac{3}{a}$; в) $\frac{5}{2b}$ и $\frac{2}{5b}$;

б) $\frac{7}{12c}$ и $\frac{11}{8c}$; г) $\frac{13a}{48d}$ и $\frac{5a}{54d}$.

2.17. а) $\frac{y}{x}$ и $\frac{x}{y}$; в) $\frac{n}{m^2}$ и $\frac{m}{n^2}$;

б) $\frac{a}{2b^2}$ и $\frac{b}{2a^2}$; г) $\frac{3c^2}{5t}$ и $\frac{t^2}{5c}$.

2.18. а) $\frac{a+b}{5a}$ и $\frac{a-b}{10b}$; в) $\frac{3-x}{12y}$ и $\frac{y+2}{4x}$;

б) $\frac{7d^3}{60c}$ и $\frac{5c^3}{36d}$; г) $\frac{2n^3}{27m^2}$ и $\frac{7m^2}{30n}$.

2.19. а) $\frac{b}{a}$ и $\frac{c}{2ab}$; в) $\frac{m}{3n}$ и $\frac{5}{6mn}$;

б) $\frac{5+p}{b^3}$ и $\frac{4p}{b^2}$; г) $\frac{m+n}{n^3}$ и $\frac{m^2}{n^2}$.

Приведите данные алгебраические дроби к наименьшему общему знаменателю:

2.20. а) $\frac{x^2}{5y}$ и $\frac{z-3}{y^2}$;

в) $\frac{3c}{2d^2}$ и $\frac{c+d}{6ad}$;

б) $\frac{1}{15xy}$ и $\frac{1}{5x^2y^2}$;

г) $\frac{3t}{4x^2y}$ и $\frac{2t}{5xy^2}$.

2.21. а) $\frac{8}{15a^2b^3}$ и $\frac{3}{10a^3b^2}$;

в) $\frac{11c}{28p^3q^{31}}$ и $\frac{4c}{35p^8q}$;

б) $\frac{7n+m}{63m^2n^4}$ и $\frac{n-4m}{36m^3n^3}$;

г) $\frac{2y^2-x}{24x^2y^3}$ и $\frac{8y+5x^2}{60x^4y}$.

2.22. а) $\frac{b}{a+b}$ и $\frac{13b}{a}$;

в) $\frac{2c}{b}$ и $\frac{b}{b-c}$;

б) $\frac{1+a}{a^2}$ и $\frac{a-1}{a-4}$;

г) $\frac{x-y}{x+y}$ и $\frac{x+3}{x^3}$.

2.23. а) $\frac{b}{a}$ и $\frac{b^2}{a(a-1)}$;

в) $\frac{(c+d)}{c(c-d)}$ и $\frac{d}{c}$;

б) $\frac{c+1}{c-1}$ и $\frac{c-3}{c(c-1)}$;

г) $\frac{x^2}{y(y+x)}$ и $\frac{y}{y+x}$.

2.24. а) $\frac{b}{2a}$ и $\frac{a+b}{a(a-b)}$;

в) $\frac{m-n}{m(m+n)}$ и $\frac{n}{3m}$;

б) $\frac{a-1}{a^2}$ и $\frac{a+1}{a(a-1)}$;

г) $\frac{m-4}{m(m+2)}$ и $\frac{m-2}{m^2}$.

2.25. а) $\frac{17x}{3x-3}$ и $\frac{11}{6x-6}$;

в) $\frac{5x}{8x+8y}$ и $\frac{9y}{4x+4y}$;

б) $\frac{b-2}{ab+2a}$ и $\frac{a+2}{2b+b^2}$;

г) $\frac{x-3}{x^2-xy}$ и $\frac{y-3}{xy-y^2}$.

2.26. а) $\frac{5m}{m-8}$ и $\frac{6n}{m+8}$;

в) $\frac{q+10}{q-10}$ и $\frac{3q}{q+10}$;

б) $\frac{a-b}{b(a+b)}$ и $\frac{4a}{b(a-b)}$;

г) $\frac{x+1}{y(x-1)}$ и $\frac{x-1}{y(x+1)}$.

$$2.27. \text{ а) } \frac{3c}{cd + d^2} \text{ и } \frac{c + 3}{cd - d^2};$$

$$\text{в) } \frac{x - 2}{xy - y} \text{ и } \frac{2y}{xy + y};$$

$$\text{б) } \frac{4 - 2x + x^2}{2x - x^2} \text{ и } \frac{2 - x}{2x + x^2};$$

$$\text{г) } \frac{x + 1}{x^2 - x} \text{ и } \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x}.$$

$$2.28. \text{ а) } \frac{15}{m - n} \text{ и } \frac{16}{n - m};$$

$$\text{в) } \frac{48}{3p - q} \text{ и } \frac{11}{q - 3p};$$

$$\text{б) } \frac{15a}{2a + b} \text{ и } \frac{6b}{-2a - b};$$

$$\text{г) } \frac{4s}{-2t - 3s} \text{ и } \frac{8t}{2t + 3s}.$$

$$2.29. \text{ а) } \frac{1}{(x - y)^2} \text{ и } \frac{1}{(y - x)^2};$$

$$\text{в) } \frac{25p}{(p - q)^2} \text{ и } \frac{5q}{(q - p)^2};$$

$$\text{б) } \frac{15m}{(a - b)^2} \text{ и } \frac{17n}{-(b - a)^2};$$

$$\text{г) } \frac{3k}{-(l - k)^2} \text{ и } \frac{8l}{(k - l)^2}.$$

$$2.30. \text{ а) } \frac{7x}{x^2 - 4} \text{ и } \frac{x + 2}{x - 2};$$

$$\text{в) } \frac{m - n}{m + n} \text{ и } \frac{5mn}{m^2 - n^2};$$

$$\text{б) } \frac{8y}{y^2 - 9} \text{ и } \frac{5}{3 - y};$$

$$\text{г) } \frac{7m}{-m - n} \text{ и } \frac{3n}{m^2 - n^2}.$$

$$2.31. \text{ а) } \frac{x + y}{x - y} \text{ и } \frac{49}{(x - y)^2};$$

$$\text{в) } \frac{p}{(p + q)^2} \text{ и } \frac{p - q}{p + q};$$

$$\text{б) } \frac{32a}{(z - t)^8} \text{ и } \frac{42b}{(z - t)^7};$$

$$\text{г) } \frac{7a}{(a + b)^{12}} \text{ и } \frac{9b}{(a + b)^{14}}.$$

$$2.32. \text{ а) } \frac{11a}{a^3 + b^3} \text{ и } \frac{1}{a + b};$$

$$\text{в) } \frac{10b}{b^3 - 8} \text{ и } \frac{1}{b - 2};$$

$$\text{б) } \frac{3x + 1}{x^3 - 27} \text{ и } \frac{x - 3}{x^2 + 3x + 9};$$

$$\text{г) } \frac{1 - 5y}{t^3 + y^3} \text{ и } \frac{t + y}{t^2 - ty + y}.$$

$$2.33. \text{ а) } \frac{a - b}{5a + 5b} \text{ и } \frac{a^2}{a^2 - b^2};$$

$$\text{в) } \frac{xy}{x^2 - y^2} \text{ и } \frac{x + y}{2x - 2y};$$

$$\text{б) } \frac{y^3}{x^2 - y^2} \text{ и } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 - xy};$$

$$\text{г) } \frac{z^2 + tz + t^2}{zt + z^2} \text{ и } \frac{3t}{z^2 - t^2}.$$

2.34. Докажите тождество:

$$\text{а) } \frac{4,5a^2 + 0,5ab}{40,5a^2 - 0,5b^2} = \frac{a}{9a - b};$$

$$\text{б) } \frac{24,5x^2 - 0,5y^2}{3,5x^2 - 0,5xy} = \frac{7x + y}{x}.$$

Найдите значение дроби:

о2.35. а) $\frac{9x^2 - 3xy}{12xy - 4y^2}$ при $x = 0,5$, $y = 0,25$;

б) $\frac{a^3 - 4ab^2}{12b^2 - 6ab}$ при $a = -2,4$, $b = 0,2$;

в) $\frac{16m^2 - 4n^2}{6m - 3n}$ при $m = 1,5$, $n = -4,5$;

г) $\frac{30kl - 15k^2}{4kl - 8l^2}$ при $k = \frac{1}{5}$, $l = \frac{1}{6}$.

о2.36. а) $\frac{2x - 6y}{0,25x^2 - 2,25y^2}$, если $x + 3y = 8$, $x - 3y \neq 0$;

б) $\frac{2a + 4b}{0,2a^2 - 0,8b^2}$, если $a - 2b = 5$, $a + 2b \neq 0$.

Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

2.37. а) $\frac{b}{2a^2}$, $\frac{7}{6ab}$ и $\frac{a}{3b^2}$;

в) $\frac{3km}{5l^3}$, $\frac{k^2}{2lm}$ и $\frac{kl}{4m^3}$;

б) $3t$, $\frac{2t}{s^2}$ и $\frac{5}{st}$;

г) $\frac{2n}{m^2}$, $5mn$ и $\frac{3m}{n^2}$.

2.38. а) $\frac{2}{s+t}$, $\frac{s+t}{t}$ и $\frac{s-t}{s}$;

в) $\frac{a+b}{a^2}$, $\frac{a-b}{3a}$ и $\frac{b^2}{a+b}$;

б) $\frac{m}{(m+n)}$, $\frac{n}{m}$ и $(m+n)$;

г) $\frac{a}{a-b}$, $\frac{b}{2a}$ и $(b+a)$.

2.39. а) $\frac{x}{x+y}$, $\frac{y}{x-y}$ и $\frac{5}{xy}$;

в) $\frac{p}{p-q}$, $\frac{q}{p+q}$ и $\frac{3}{pq}$;

б) $\frac{1+x+x^2}{x-2}$, $\frac{x+2}{x-1}$ и $2x$;

г) $\frac{y-5}{y+1}$, $5y$ и $\frac{y^2-y+1}{y+5}$.

2.40. а) $\frac{3ab}{(a-b)(a+b)}$, $\frac{a^2}{a+b}$ и $\frac{b^2}{a-b}$;

б) $\frac{4c}{c^2-25}$, $\frac{c-5}{c+5}$ и $\frac{c+5}{c-5}$;

в) $\frac{c-1}{(c-2)(c+2)}$, $\frac{c^2}{c-2}$ и $\frac{4}{c+2}$;

г) $\frac{a+x}{a-x}$, $\frac{2ax}{a^2-x^2}$ и $\frac{a-x}{a+x}$.

Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

2.41. а) $\frac{x^2 + 5}{4 - x^2}$, $\frac{x + 1}{x + 2}$ и $\frac{x - 1}{x - 2}$;

б) $\frac{10xy}{4x^2 - y^2}$, $\frac{2x}{-2x - y}$ и $\frac{5y}{y - 2x}$;

в) $\frac{p^2 + 1}{p^2 - 9}$, $\frac{p - 1}{p + 3}$ и $\frac{p + 1}{3 - p}$;

г) $\frac{3q}{q - 3p}$, $\frac{6pq}{9p^2 - q^2}$ и $\frac{2p}{-q - 3p}$.

2.42. а) $\frac{a}{(a - 1)(a^2 + a + 1)}$, $\frac{a - 1}{a^2 + a + 1}$ и $\frac{1}{a - 1}$;

б) $\frac{4}{3(x - y)}$, $\frac{x + y}{x^2 + xy + y^2}$ и $\frac{3xy}{x^3 - y^3}$;

в) $\frac{b - 2}{b^2 - 2b + 4}$, $\frac{2b}{(b + 2)(b^2 - 2b + 4)}$ и $\frac{2}{b + 2}$;

г) $\frac{a + b}{a^2 - ab + b^2}$, $\frac{5ab}{a^3 + b^3}$ и $\frac{3}{4(a + b)}$.

2.43. а) $\frac{4ab}{a^2 - b^2}$, $\frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 - ab}$ и $\frac{a^2 + ab + b^2}{ab + b^2}$;

б) $\frac{c - d}{25c^2 - d^2}$, $\frac{d + 5c}{2cd - 10c^2}$ и $\frac{5c - d}{15cd + 3d^2}$;

в) $\frac{6x}{x^2 - 9}$, $\frac{x^2 - 3x + 9}{12 - 4x}$ и $\frac{x^2 + 3x + 9}{3x + x^2}$;

г) $\frac{p + q}{q^2 - 16p^2}$, $\frac{q + 4p}{4p^2 - pq}$ и $\frac{q - 4p}{2q^2 + 8pq}$.

2.44. а) $\frac{1}{(z - 3)^2}$, $\frac{z^2 + 9}{z^2 - 9}$ и $\frac{1}{(z + 3)^2}$;

б) $\frac{x^2 + 25}{25 - x^2}$, $\frac{x + 5}{(x - 5)^2}$ и $\frac{x - 5}{(x + 5)^2}$;

в) $\frac{2}{(t + 2)^2}$, $\frac{t}{(t - 2)^2}$ и $\frac{t^2 + 4}{t^2 - 4}$;

г) $\frac{y + 1}{(1 - y)^2}$, $\frac{1 - y}{(1 + y)^2}$ и $\frac{y^2 + 1}{y^2 - 1}$.

Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

2.45. а) $\frac{2mn}{3n^2 - 3m^2}$, $\frac{m^2}{m^2 - 2mn + n^2}$ и $\frac{n^2}{m^2 + 2mn + n^2}$;

б) $\frac{2mn}{3n^2 - 3m^2}$, $\frac{(m + n)^2}{-m^2 + 2mn - n^2}$ и $\frac{(m - n)^2}{2mn + m^2 + n^2}$;

в) $\frac{5xy}{2y^2 - 2x^2}$, $\frac{x^2}{x^2 + 2xy + y^2}$ и $\frac{3y^2}{x^2 - 2xy + y^2}$;

г) $\frac{6x}{5x^2 - 45}$, $\frac{(x - 3)^2}{-x^2 - 6x - 9}$ и $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 9 - 6x}$.

2.46. а) $\frac{c + 6b}{ac + 2bc - 6ab - 3a^2}$, $\frac{2b}{a + 2b}$ и $\frac{c}{c - 3a}$;

б) $\frac{3a - b}{4a + 2c}$, $\frac{2a + c}{6a + 2b}$ и $\frac{6a^2}{6a^2 + 2ab + 3ac + bc}$;

в) $\frac{1}{y - 5z}$, $\frac{z}{x + 2y}$ и $\frac{2x + z}{xy - 10yz - 5xz + 2y^2}$;

г) $\frac{a - 1}{a^2 - ab + bc - ac}$, $\frac{a + c}{2b - 2a}$ и $\frac{a - b}{3a - 3c}$.

●2.47. Докажите, что если в дроби $\frac{a^3 - 2b^3}{3a^3 - a^2b - 4ab^2}$ переменные a и b заменить соответственно на pa и pb , то получим дробь, тождественно равную данной. Используя доказанное тождество, найдите значение заданной дроби при:

а) $a = \frac{5}{113}$, $b = \frac{4}{113}$; б) $a = 65$, $b = 52$.

●2.48. Постройте график функции:

а) $y = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 8}{x^2 + 2}$; б) $y = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 8}{x - 4} - 2$.

§ 3. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Выполните сложение или вычитание алгебраических дробей:

3.1. а) $\frac{a}{5} + \frac{b}{5};$

в) $\frac{x}{12} - \frac{y}{12};$

б) $\frac{6}{p} - \frac{q}{p};$

г) $\frac{m}{n} + \frac{3}{n}.$

3.2. а) $\frac{7a^2}{4x} + \frac{9a^2}{4x};$

в) $\frac{48p^8}{5n} - \frac{23p^8}{5n};$

б) $\frac{x-y}{14} - \frac{x}{14};$

г) $\frac{c}{25} + \frac{d-c}{25}.$

3.3. а) $\frac{a+b}{6a} - \frac{a-2b}{6a};$

в) $\frac{2a-b}{12b} + \frac{a+b}{12b};$

б) $\frac{19-10x}{x^2} + \frac{3x-19}{x^2};$

г) $\frac{7m+2n}{n^3} - \frac{7m-3n}{n^3}.$

3.4. а) $\frac{7p-13}{10p} - \frac{2p-3}{10p};$

в) $\frac{3x+7y}{24y} + \frac{3x-4y}{24y};$

б) $\frac{b-7a}{2ab} - \frac{b-a}{2ab};$

г) $-\frac{2x-3c}{4cx} + \frac{2x+5c}{4cx}.$

3.5. а) $\frac{a^2-1}{a^3} - \frac{2a-1}{a^3};$

в) $\frac{2-3b^3}{b^4} + \frac{b^2-2}{b^4};$

б) $\frac{x^2+2x-3}{2x^2} + \frac{3-x}{2x^2};$

г) $\frac{2-3y^2+y}{3y^2} - \frac{2+y^2}{3y^2}.$

3.6. а) $\frac{a}{a-2} - \frac{1}{a-2};$

в) $\frac{6}{y+7} + \frac{y}{y+7};$

б) $\frac{c}{c+2} + \frac{2}{c+2};$

г) $\frac{m}{m-8} - \frac{8}{m-8}.$

3.7. а) $\frac{6}{3+p} + \frac{2p}{3+p};$

в) $\frac{3q}{q-4} - \frac{12}{q-4};$

б) $\frac{a-1}{a-2} - \frac{1}{a-2};$

г) $\frac{6}{y+7} + \frac{y+1}{y+7}.$

Выполните сложение или вычитание алгебраических дробей:

3.8. а) $\frac{7}{z-7} - \frac{z}{z-7};$

в) $\frac{t}{3-t} - \frac{3}{3-t};$

б) $\frac{t}{t-2} + \frac{2}{2-t};$

г) $\frac{5}{5-z} + \frac{z}{z-5}.$

3.9. а) $\frac{y}{y+5} - \frac{5}{-y-5};$

в) $\frac{x}{1+x} - \frac{1}{-x-1};$

б) $\frac{2y}{y+3} + \frac{y-3}{-y-3};$

г) $\frac{3x+5}{-x-5} + \frac{2x}{x+5}.$

3.10. а) $\frac{2m}{m-n} + \frac{2n}{n-m};$

в) $\frac{3c}{c+d} - \frac{3d}{-d-c};$

б) $\frac{x^2}{x+y} - \frac{xy}{-y-x};$

г) $\frac{pq}{p-q} + \frac{q^2}{q-p}.$

3.11. а) $\frac{c^2}{2(c+9)} - \frac{81}{2(c+9)};$

в) $\frac{144}{5(12-b)} - \frac{b^2}{5(12-b)};$

б) $\frac{a^2-3}{a(a-3)} - \frac{6}{a(a-3)};$

г) $\frac{15-d^2}{d(5+d)} + \frac{10}{d(d+5)}.$

3.12. а) $\frac{y}{y^2-16} + \frac{4}{y^2-16};$

в) $\frac{7}{49-t^2} + \frac{t}{49-t^2};$

б) $\frac{100}{3x-10} - \frac{9x^2}{3x-10};$

г) $\frac{121}{5x+11} - \frac{25x^2}{5x+11}.$

3.13. а) $\frac{2z}{9-z^2} - \frac{6}{9-z^2};$

в) $\frac{3t}{49-t^2} - \frac{21}{49-t^2};$

б) $\frac{x^2+1}{xy-y^2} + \frac{y^2+1}{y^2-xy};$

г) $\frac{p^2-2}{p^2-pq} + \frac{q^2-2}{pq-p^2}.$

3.14. а) $\frac{z^2}{(z+8)^2} - \frac{64}{(z+8)^2};$

в) $\frac{t^2}{(t+10)^2} - \frac{100}{(t+10)^2};$

б) $\frac{a^2}{(9x-a)^2} - \frac{81x^2}{(a-9x)^2};$

г) $\frac{49c^2}{(b-7c)^2} - \frac{b^2}{(7c-b)^2}.$

о3.15. Докажите тождество:

а) $\frac{b^2}{b^2+1} + \frac{2b^2+1}{b^2+1} - \frac{2(2b^2+1)}{b^2+1} = -1;$

б) $\frac{3c^2+4}{2c^2+3} - \frac{2(c^2+2)}{2c^2+3} + \frac{c^2+3}{2c^2+3} = 1.$

Упростите выражение:

3.16. а) $\frac{x^2+12x}{x^2-36} + \frac{36}{x^2-36};$

в) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{2xy}{x^2-y^2};$

б) $\frac{x^3}{x^2-y^2} - \frac{y^3}{x^2-y^2};$

г) $\frac{y^3}{y^2-4} + \frac{8}{y^2-4}.$

3.17. а) $\frac{a^2}{a-3} - \frac{6a-9}{a-3};$

в) $\frac{b^2}{b+5} + \frac{10b+25}{b+5};$

б) $\frac{c^2+100}{c-10} + \frac{20c}{10-c};$

г) $\frac{d^2+49}{7-d} + \frac{14d}{d-7}.$

3.18. а) $\frac{n^2+n}{n^3-8} + \frac{n+4}{n^3-8};$

в) $\frac{m^2+9}{m^3+27} - \frac{3m}{m^3+27};$

б) $\frac{x^2+2}{1+x^3} - \frac{3}{1+x^3};$

г) $\frac{3y^2-1}{8y^3-1} + \frac{y^2}{8y^3-1}.$

3.19. Упростите выражение и найдите его значение:

а) $\frac{a^2-58}{a-8} - \frac{6}{a-8}$ при $a = 12;$

б) $\frac{c^2-8c}{c-4} + \frac{16}{c-4}$ при $c = -3,5;$

в) $\frac{b^2-108}{b+10} + \frac{8}{b+10}$ при $b = 3,5;$

г) $\frac{x^2+2x}{1+x} + \frac{1}{1+x}$ при $x = 4,1.$

3.20. Упростите выражение и найдите его значение:

а) $\frac{-x^2 + 5x}{1 - 6x} + \frac{41x^2 - 2x}{6x - 1}$ при $x = \frac{1}{28}$;

б) $\frac{(m - 1)^2}{m^3 + 27} + \frac{8 - m}{m^3 + 27}$ при $m = -3,5$;

в) $\frac{4c^2 - 8c}{3c - 2} - \frac{2c + 5c^2}{2 - 3c}$ при $c = \frac{2}{9}$;

г) $\frac{n^2 + n + 1}{n^3 - 8} - \frac{n + 3}{8 - n^3}$ при $n = -4$.

Упростите выражение:

3.21. а) $\frac{9x^2}{9x^2 - 4} - \frac{12x}{(3x - 2)(3x + 2)} + \frac{4}{9x^2 - 4}$;

б) $\frac{25a^2}{25a^2 - 1} - \frac{10a}{(5a - 1)(5a + 1)} - \frac{1}{1 - 25a^2}$.

3.22. а) $\frac{100d^2}{100d^2 - 9} - \frac{160d}{(3 - 10d)(10d + 3)} + \frac{9 - 100d}{100d^2 - 9}$;

б) $\frac{49}{49a^2 - 16} + \frac{56a + 33}{(7a - 4)(-7a - 4)} - \frac{49a^2}{16 - 49a^2}$.

3.23. а) $\frac{x^2 - 3}{(x - 2)^4} - \frac{5x - 1}{(x - 2)^4} + \frac{x + 6}{(x - 2)^4}$

б) $\frac{8m^2 + 3m - 2}{4m^2 + 4m + 1} - \frac{5m - 7}{-4m^2 - 4m - 1} - \frac{4m - 9}{(1 + 2m)^2}$.

3.24. а) $\frac{a^2}{(a - b)^2} - \frac{2ab}{b^2 - 2ab + a^2} - \frac{b^2}{(a - b)(b - a)}$;

б) $\frac{y^2}{(-x - y)^2} + \frac{x^2}{x^2 + 2xy + y^2} - \frac{2xy}{(x + y)(-x - y)}$.

3.25. а) $\frac{5}{(b - 4)(5 - b)} + \frac{b + 1}{(4 - b)(5 - b)}$;

б) $\frac{2}{(3 - a)(2 - a)} + \frac{a - 4}{(a - 3)(a - 2)}$.

3.26. Вместо символа * запишите такое выражение, чтобы получилось верное равенство:

а) $\frac{*}{2-3a} + \frac{3a-4}{2-3a} = 1$; в) $\frac{*}{2y+5} + \frac{y-1}{2y+5} = -1$;

б) $\frac{5x-4}{x-2} - \frac{*}{x-2} = 2$; г) $\frac{4b-7}{8b+9} - \frac{*}{8b+9} = -3$.

3.27. Докажите, что выражение $\frac{x^2-3}{(x-2)^4} - \frac{5x-1}{(x-2)^4} + \frac{x+6}{(x-2)^4}$ при всех допустимых значениях переменной принимает положительные значения.

3.28. Докажите, что выражение $\frac{2-y^2}{(y-3)^4} - \frac{7-5y}{(y-3)^4} - \frac{4-y}{(y-3)^4}$ при всех допустимых значениях переменной принимает отрицательные значения.

3.29. Докажите тождество:

$$\frac{x^3+y^3}{(x-y)^2} + \frac{3xy^2-y^3}{(y-x)^2} + \frac{3xy^2}{2xy-x^2-y^2} = \frac{x^3}{(x-y)^2}.$$

§ 4. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Выполните сложение или вычитание алгебраических дробей:

4.1. а) $\frac{1}{2} + \frac{5}{6}$; б) $\frac{3}{8} - \frac{7}{32}$; в) $\frac{4}{49} - \frac{6}{7}$; г) $\frac{13}{100} + \frac{17}{20}$.

4.2. а) $\frac{x}{4} + \frac{y}{5}$; б) $\frac{a}{8} - \frac{b}{6}$; в) $\frac{m}{9} + \frac{n}{4}$; г) $\frac{c}{10} - \frac{d}{4}$.

4.3. а) $\frac{x}{5} + \frac{2x}{3}$; б) $\frac{3b}{28} - \frac{b}{4}$; в) $\frac{6m}{7} - \frac{m}{11}$; г) $\frac{m}{42} + \frac{5m}{6}$.

4.4. а) $\frac{x-1}{3} + \frac{x+1}{4}$; в) $\frac{c+5}{3} + \frac{2c+9}{8}$;

б) $\frac{a+8}{9} + \frac{a-2}{12}$; г) $\frac{3-z}{12} - \frac{3z-5}{8}$.

Выполните сложение или вычитание алгебраических дробей:

4.5. а) $\frac{b-2}{5} + \frac{2b+1}{15};$

в) $\frac{5t-s}{14} - \frac{3s-t}{7};$

б) $\frac{b-4q}{6} - \frac{2q+b}{10};$

г) $\frac{p-5}{20} + \frac{p-1}{12}.$

4.6. а) $\frac{a}{b} + \frac{2}{a};$

в) $\frac{3}{y} - \frac{y^2}{x};$

б) $\frac{n}{2m} - \frac{4m^2}{3n};$

г) $\frac{2p}{5q} + \frac{q^4}{2p}.$

4.7. а) $\frac{3c-5}{c} - \frac{3d-2}{d};$

в) $\frac{7-5r}{r} - \frac{8-5s}{s};$

б) $\frac{8a-15}{2a} + \frac{13-12b}{3b};$

г) $\frac{9-5z}{5z} + \frac{5+4t}{4t}.$

4.8. а) $\frac{x}{7y} - \frac{1}{y};$

в) $\frac{7}{a} + \frac{b}{5a};$

б) $\frac{a}{12b} + \frac{3a}{4b};$

г) $\frac{5y}{8x} - \frac{7y}{24x}.$

4.9. а) $\frac{4m-5}{3m^2} - \frac{m+2}{m^2};$

в) $\frac{3z-8}{5z^2} + \frac{z-1}{z^2};$

б) $\frac{7p+1}{3p} + \frac{2p-3}{9p};$

г) $\frac{8-9t}{22t} - \frac{t+4}{11t}.$

4.10. а) $\frac{x-4}{5x} + \frac{2}{3x};$

в) $\frac{3}{5a} - \frac{6+2a}{13a};$

б) $\frac{n+4}{8n} - \frac{m-2}{8m};$

г) $\frac{p+4}{12p} - \frac{q+8}{12q}.$

4.11. а) $\frac{3c+5d}{35cd} + \frac{c-3d}{21cd};$

в) $\frac{4d+7}{14d^2} - \frac{2d+5}{10d^2};$

б) $\frac{9-2a}{35a^2} - \frac{2a+1}{15a^2};$

г) $\frac{2m+3n}{21mn} - \frac{m+6n}{15mn}.$

Выполните сложение или вычитание алгебраических дробей:

4.12. а) $\frac{b}{a} + \frac{1}{ab};$

в) $\frac{t^2}{y} - \frac{4}{yt};$

б) $\frac{2t}{xy} - \frac{3x}{yt};$

г) $\frac{6s}{pq} + \frac{8p}{qs}.$

4.13. а) $\frac{a-b}{ab} - \frac{a-c}{ac};$

в) $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz};$

б) $\frac{2m-n}{mn} + \frac{5n-2k}{nk};$

г) $\frac{3z+2t}{zt} - \frac{t+3s}{st}.$

4.14. а) $\frac{x^2+y^2}{x} - x;$

в) $3z + \frac{1-9z^2}{3z};$

б) $2s - \frac{(b+s)^2}{b};$

г) $\frac{(p-q)^2}{2p} + q.$

4.15. а) $(2a+1) - \frac{8a^2+3}{4a};$

в) $\frac{9b^2-4}{3b} + (2-3b);$

б) $\frac{4}{3b} + 3b + 4;$

г) $a - 1 + \frac{1}{4a}.$

4.16. а) $\frac{1}{x^2} + \frac{x-2}{x};$

в) $\frac{m+1}{m} - \frac{3m-1}{m^2};$

б) $\frac{5}{a} - \frac{10a-1}{5a^3};$

г) $\frac{1+8y}{2y^3} + \frac{8}{y}.$

4.17. а) $\frac{y-x}{xy} + \frac{y-x}{y^2};$

в) $\frac{a-3b}{ab} + \frac{b+a}{a^2};$

б) $\frac{d+9}{3d} - \frac{d-3}{d^2};$

г) $\frac{c+4}{4c} - \frac{c+4}{c^2}.$

4.18. а) $\frac{m+2}{m^2n} - \frac{n-3}{mn^2};$

в) $\frac{y-1}{xy^2} - \frac{2+x}{x^2y};$

б) $\frac{z^2+3t}{3z^2t} + \frac{z-2}{2z^2};$

г) $\frac{m^3-3n^2}{3m^3n^2} - \frac{m-5}{5m^3}.$

○4.19. Упростите выражение:

а) $\frac{xy - y}{x} - \frac{xy - x}{y} - \frac{x^2 - y^2}{xy}$;

б) $12 + \frac{4p}{q} + \frac{p^2}{3q^2}$;

в) $\frac{3mn + 2n^2}{mn} - \frac{m + 2n}{m} + \frac{m - 2n}{n}$;

г) $\frac{25b^2}{2a^2} - \frac{10b}{a} + 2$.

○4.20. Упростите выражение и найдите его значение при заданных значениях переменных:

а) $\frac{12x + 5y}{4x^2y} - \frac{5y - 4x}{5xy^2}$ при $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{5}$;

б) $\frac{2n + 3m}{6mn^2} - \frac{9m - 2n}{9m^2n}$ при $m = \frac{2}{3}$, $n = \frac{1}{2}$.

Упростите выражение:

○4.21. а) $\frac{1}{z + 2} - \frac{2}{3z}$;

в) $\frac{1}{2t - 1} - \frac{2}{5t}$;

б) $\frac{2a + b}{6a - b} - \frac{b}{2a}$;

г) $\frac{7n + 2k}{9n - 2k} + \frac{n}{2k}$.

○4.22. а) $4a + \frac{1}{a - 1}$;

в) $\frac{9 + 3b^2}{b + 3} - 2b$;

б) $a - 1 - \frac{2 - 3a}{a - 2}$;

г) $\frac{3 - 2b^2}{2b - 1} + b + 3$.

○4.23. а) $x + y - \frac{x^2 + y^2}{x - y}$;

в) $\frac{a^2 + b^2}{a + b} + a - b$;

б) $x - y - \frac{x^2 + y^2}{x - y}$;

г) $\frac{a^2 + b^2}{a + b} - a - b$.

○4.24. а) $\frac{b}{a} + \frac{b}{a(a - 1)}$;

в) $\frac{3d}{c(c + 3)} - \frac{d}{c}$;

б) $\frac{b + a}{2a} + \frac{b^2}{a(a - b)}$;

г) $\frac{n^2}{m(m + n)} - \frac{m - n}{3m}$.

Упростите выражение:

○4.25. а) $\frac{c+1}{c+3} - \frac{c^2-3}{c(c+3)}$;

в) $\frac{x^2}{y(y+x)} + \frac{y+2x}{y+x}$;

б) $\frac{a-2}{a^2} - \frac{a+2}{a(a-2)}$;

г) $\frac{4-m}{m(m+2)} + \frac{m-2}{m^2}$.

○4.26. а) $\frac{2}{a(a+b)} + \frac{2}{b(a+b)}$;

в) $\frac{3}{x(x-y)} - \frac{3}{y(x-y)}$;

б) $\frac{y+c}{c(c+a)} + \frac{y-a}{a(c+a)}$;

г) $\frac{y-x}{x(x-a)} - \frac{y-a}{a(x-a)}$.

○4.27. а) $\frac{y}{x(x+y)} - \frac{x}{y(x+y)}$;

в) $\frac{9t}{p(3t-p)} - \frac{p}{t(3t-p)}$;

б) $\frac{m+2n}{n(m+n)} + \frac{n}{m(m+n)}$;

г) $\frac{a}{b(a-b)} - \frac{2a-b}{a(a-b)}$.

○4.28. а) $\frac{c}{b(c-2b)} + \frac{2}{2b-c}$;

в) $\frac{6}{a(a-2)} + \frac{3}{2-a}$;

б) $\frac{c}{b(c-b)} + \frac{b}{c(b-c)}$;

г) $\frac{9n}{m(3n-m)} + \frac{m}{n(m-3n)}$.

○4.29. а) $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$;

в) $\frac{m}{m-n} - \frac{n}{m+n}$;

б) $\frac{a-3}{a+3} - \frac{a+2}{a-2}$;

г) $\frac{p+2}{p+1} - \frac{p+6}{p+3}$.

○4.30. а) $\frac{c-d}{2d(c+d)} + \frac{c+d}{2d(c-d)}$;

в) $\frac{x+y}{4x(x-y)} - \frac{x-y}{4x(x+y)}$;

б) $\frac{x+4y}{5y(x+y)} - \frac{x-y}{5y(x-4y)}$;

г) $\frac{d-c}{3c(2c+d)} + \frac{2c-d}{3c(c+d)}$.

○4.31. а) $\frac{x^2-3xy}{(x+y)(x-y)} + \frac{y}{x-y}$;

в) $\frac{b-2m}{b+m} - \frac{m^2-5bm}{(b-m)(b+m)}$;

б) $\frac{a-3c}{a-c} + \frac{a^2+3c^2}{(a-c)(a+c)}$;

г) $\frac{3d}{d+4} - \frac{d^2-20d}{(d-4)(d+4)}$.

Упростите выражение:

$$\text{04.32. а) } \frac{-6x-3}{(2x-3)(2x+3)} - \frac{2}{3-2x};$$

$$\text{б) } \frac{6a+1}{(2a+1)(2a-1)} - \frac{2a}{-2a-1};$$

$$\text{в) } \frac{15x-15y}{(5x-3y)(5x+3y)} + \frac{4}{-3y-5x};$$

$$\text{г) } \frac{4-18x}{(3x-2)(3x+2)} - \frac{3x}{2-3x}.$$

$$\text{04.33. а) } \frac{4b}{(a-b)(a+b)} + \frac{a-b}{a(a+b)};$$

$$\text{в) } \frac{c+2}{c(c-2)} - \frac{8}{(c-2)(c+2)};$$

$$\text{б) } \frac{3-x}{(x-1)(x+1)} - \frac{x-2}{x(1-x)};$$

$$\text{г) } \frac{a+5}{(a-3)(a+3)} + \frac{a+4}{a(-a-3)}.$$

$$\text{04.34. а) } \frac{3c}{(c-2)^2} - \frac{6}{c-2};$$

$$\text{в) } \frac{3m}{(m+5)^2} + \frac{2}{m+5};$$

$$\text{б) } \frac{a^2}{(a-b)^2} - \frac{a+b}{2(a-b)};$$

$$\text{г) } \frac{x+y}{3(x-y)} + \frac{x^2}{(x-y)^2}.$$

$$\text{04.35. а) } \frac{a^2+3ab}{2ab+2b^2} - \frac{a}{2b};$$

$$\text{в) } \frac{c}{3d} - \frac{4cd+c^2}{3d^2+3cd};$$

$$\text{б) } \frac{3b+a}{9a} + \frac{b^2}{a^2-3ab};$$

$$\text{г) } \frac{n}{m^2+2mn} + \frac{m-2n}{4mn}.$$

$$\text{04.36. а) } \frac{a-12}{2a-8} + \frac{a}{a-4};$$

$$\text{в) } \frac{y-27}{6-2y} + \frac{4y}{3-y};$$

$$\text{б) } \frac{x-1}{3x-12} - \frac{x-2}{2x-8};$$

$$\text{г) } \frac{c-2}{6c+4} - \frac{c-6}{15c+10}.$$

$$\text{04.37. а) } \frac{2-a}{a^2-ab} - \frac{2-b}{ab-b^2};$$

$$\text{в) } \frac{d+3}{cd+d^2} - \frac{c-3}{cd+c^2};$$

$$\text{б) } \frac{b+2a}{a^2+ab} - \frac{a+2b}{b^2+ab};$$

$$\text{г) } \frac{3p+q}{p^2-pq} - \frac{3q+p}{pq-q^2}.$$

$$\text{04.38. а) } \frac{2b}{1-b^2} + \frac{1}{1+b};$$

$$\text{в) } \frac{2a}{a^2-9} - \frac{1}{a+3};$$

$$\text{б) } \frac{36+c^2}{c^2-36} - \frac{c}{c-6};$$

$$\text{г) } \frac{2}{m-4} - \frac{5m-4}{m^2-16}.$$

Упростите выражение:

$$\circ 4.39. \text{ а) } \frac{10x}{16-x^2} + \frac{5}{x-4};$$

$$\text{в) } \frac{12n}{n^2-49} + \frac{6}{7-n};$$

$$\text{б) } \frac{6x^2-15x+25}{4x^2-25} + \frac{x}{5-2x};$$

$$\text{г) } \frac{2z}{4-3z} + \frac{15z^2+32z+16}{9z^2-16}.$$

$$\circ 4.40. \text{ а) } \frac{1-x}{x^2-xy} - \frac{y-1}{y^2-xy};$$

$$\text{в) } \frac{3+c}{c^2-cd} + \frac{3+d}{d^2-cd};$$

$$\text{б) } \frac{p-q}{2p^2+2pq} + \frac{2q}{p^2-q^2};$$

$$\text{г) } \frac{3m+n}{9m^2-3mn} - \frac{4n}{9m^2-n^2}.$$

$$\circ 4.41. \text{ а) } \frac{y}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{y^2-xy};$$

$$\text{в) } \frac{a+b}{a^2-ab} - \frac{a}{(b-a)^2};$$

$$\text{б) } \frac{9p+63}{(-p-9)^2} - \frac{8}{p+9};$$

$$\text{г) } \frac{3z+7}{(-z-7)^2} - \frac{2}{z+7}.$$

Докажите тождество:

$$\circ 4.42. \text{ а) } \frac{12x+5y}{20x^2y} - \frac{5y-4x}{25xy^2} = \left(\frac{5y+4x}{10xy} \right)^2;$$

$$\text{б) } \frac{2n+3m}{12mn^2} - \frac{9m-2n}{18m^2n} = \left(\frac{3m-2n}{6mn} \right)^2.$$

$$\circ 4.43. \text{ а) } \frac{5}{18y} - \frac{2+3y}{3y^3} - \frac{y-3}{9y^2} = \frac{y-2}{6y^2} - \frac{y+2}{3y^3};$$

$$\text{б) } \frac{abc-a^3}{a^2b} + \frac{abc-b^3}{b^2c} + \frac{abc-c^3}{c^2a} = 0.$$

Упростите выражение:

$$4.44. \text{ а) } \frac{3m+4}{9m^2-4} + \frac{3}{4-6m};$$

$$\text{в) } \frac{3}{2b-6a} + \frac{3a+2b}{9a^2-b^2};$$

$$\text{б) } \frac{x-12a}{x^2-16a^2} - \frac{4a}{4ax-x^2};$$

$$\text{г) } \frac{c-30d}{c^2-100d^2} - \frac{10d}{10cd-c^2}.$$

$$4.45. \text{ а) } \frac{4a}{a+2} - \frac{3a^2+8a+4}{(a+2)^2};$$

$$\text{в) } \frac{8y^2-9xy+x^2}{(x-y)^2} - \frac{9y}{y-x};$$

$$\text{б) } \frac{7n^2+mn-8m^2}{m^2-2mn+n^2} - \frac{8m}{n-m};$$

$$\text{г) } \frac{5+13p-6p^2}{9p^2+6p+1} + \frac{2p}{3p+1}.$$

Упростите выражение:

4.46. а) $\frac{2x^2 + 1}{x^3 - 1} - \frac{x}{x^2 + x + 1}$;

в) $\frac{6c^2 + 48}{c^3 + 64} - \frac{3c}{c^2 - 4c + 16}$;

б) $\frac{6y}{y^3 + 8} + \frac{1}{y + 2}$;

г) $\frac{1}{b - 3} - \frac{9b}{b^3 - 27}$.

4.47. а) $c^2 - cd + d^2 - \frac{c^3 - d^3}{c + d}$;

в) $\frac{m^3 + n^3}{m - n} - m^2 - mn - n^2$;

б) $\frac{a^3 - b^3}{a^2 - ab + b^2} - a - b$;

г) $\frac{x^3 + y^3}{x^2 + xy + y^2} + x - y$.

4.48. а) $\frac{a^2 - ab + b^2}{a - b} + \frac{a^2 + ab + b^2}{a + b}$;

б) $\frac{m^2 - 2mn + 4n^2}{m - 2n} + \frac{m^2 + 2mn + 4n^2}{m + 2n}$;

в) $\frac{9x^2 - 3xy + y^2}{3x - y} + \frac{9x^2 + 3xy + y^2}{3x + y}$;

г) $\frac{4l^2 + 6lk + 9k^2}{2l + 3k} + \frac{4l^2 - 6lk + 9k^2}{2l - 3k}$.

4.49. а) $1 - \frac{1}{a^3 + 1} - \frac{a}{a + 1}$;

б) $\frac{c}{c^2 + 3c + 9} - \frac{1}{c - 3} + \frac{27}{c^3 - 27}$;

в) $1 - \frac{2d - 1}{4d^2 - 2d + 1} - \frac{2d}{2d + 1}$;

г) $\frac{1}{b + 2} - \frac{b}{b^2 - 2b + 4} - \frac{12}{b^3 + 8}$.

4.50. а) $\frac{3b^2 + 2b + 4}{b^3 - 1} - \frac{1 - 2b}{b^2 + b + 1} - \frac{3}{b - 1}$;

б) $\frac{a - 2}{a^2 + 2a + 4} - \frac{6a}{a^3 - 8} + \frac{1}{a - 2}$.

Упростите выражение:

4.51. а) $\frac{2mn}{m^3 + n^3} + \frac{2m}{m^2 - n^2} - \frac{1}{m - n}$;

б) $\frac{2xy}{x^3 - y^3} - \frac{2x}{x^2 - y^2} + \frac{1}{x + y}$.

4.52. а) $\frac{1}{(b - 5)^2} - \frac{2}{b^2 - 25} + \frac{1}{(b + 5)^2}$;

б) $\frac{1}{(2m - 5n)^2} - \frac{2}{25n^2 - 4m^2} + \frac{1}{(5n + 2m)^2}$.

Докажите тождество:

4.53. $\frac{3a(16 - 3a)}{9a^2 - 4} + \frac{3(1 + 2a)}{2 - 3a} - \frac{2 - 9a}{3a + 2} = \frac{1}{3a + 2}$.

4.54. $\frac{x + 2y}{x^2 + 2xy + y^2} - \frac{x - 2y}{x^2 - y^2} + \frac{2y^2}{(x + y)(x^2 - y^2)} = \frac{2y}{x^2 - y^2}$.

4.55. $\frac{1}{2z^2 + 5z} - \frac{2}{25 - 10z} - \frac{4}{4z^2 - 25} = \frac{1}{5z}$.

●4.56. $\frac{1}{1 - a} + \frac{1}{1 + a} + \frac{2}{1 + a^2} + \frac{4}{1 + a^4} + \frac{8}{1 + a^8} + \frac{16}{1 + a^{16}} = \frac{32}{1 - a^{32}}$.

§ 5. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ. ВОЗВЕДЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ДРОБИ В СТЕПЕНЬ

Выполните умножение и деление алгебраических дробей:

5.1. а) $\frac{77}{34} \cdot \frac{17}{33}$; б) $\frac{12}{25} : \frac{18}{35}$; в) $\frac{20}{9} \cdot \frac{9}{40}$; г) $\frac{13}{64} : \frac{65}{128}$.

5.2. а) $\frac{6x}{19} \cdot \frac{y}{5}$; б) $\frac{5}{4a} : \frac{7}{9b}$; в) $\frac{11c}{12} \cdot \frac{5d}{13}$; г) $\frac{7m}{6} : \frac{3}{5t}$.

5.3. а) $\frac{5x}{6} : x$; б) $\frac{25}{12y} \cdot y$; в) $\frac{19t}{20} : t$; г) $z : \frac{5z}{27}$.

Упростите выражение:

5.4. а) $\frac{6a}{b} : \frac{3a}{b};$

в) $\left(-\frac{9}{2x}\right) \cdot \left(-\frac{5x}{3}\right);$

б) $-\frac{4p}{q} \cdot \frac{q}{2p};$

г) $\frac{5c}{2d} : \left(-\frac{15c}{d}\right).$

5.5. а) $\frac{a^2}{6} : \frac{a}{3};$

б) $\frac{24}{b^2} \cdot \frac{b^3}{36};$

в) $\frac{n^{24}}{28} : \frac{n^{39}}{56};$

г) $\frac{m^5}{10} \cdot \frac{100}{m^{12}}$

5.6. а) $\frac{12x^5}{55} : \frac{6x^2}{5};$

в) $\frac{16}{5d^3} : \frac{12}{d^4};$

б) $\frac{4}{3y^3} \cdot \frac{y^8}{18};$

г) $\frac{36c^{12}}{49} \cdot \frac{7}{6c^{15}}.$

5.7. а) $\frac{b^2}{xy} \cdot \frac{xy}{a^2b};$

в) $\frac{a^3b}{c} \cdot \frac{c^2}{a^4b^2};$

б) $\frac{m^3}{cd} : \frac{m^2n}{cd};$

г) $\frac{p^2q^2}{z} : \frac{p^3q^3}{z^2}.$

5.8. а) $\frac{3m^2n}{c} : \frac{m^2n}{3c};$

в) $\frac{a^9}{8b^8} : \frac{a^{11}}{10b^{10}};$

б) $\frac{x^3}{6y^{10}} \cdot \frac{3y^9}{x^{11}};$

г) $\frac{5c^2x}{a} \cdot \frac{15a}{c^3x}.$

5.9. а) $6mx \cdot \frac{ab}{2mx^2};$

в) $\frac{4ab^2}{3cm^3} \cdot 6c^2m^2;$

б) $15y^3 : \frac{25y^2}{4x};$

г) $9xy : \frac{3x^2y}{ab}.$

5.10. а) $\frac{4x^3y^2}{p} : 6x^4y^5;$

в) $\frac{4x^3y^4}{a} : 36x^3y^4;$

б) $\frac{m}{17a^2d^2} \cdot 34a^2d^8;$

г) $8p^3n^5 \cdot \frac{x}{6p^2n^3}.$

5.11. а) $\frac{x-y}{4a} \cdot \frac{4}{x-y};$

в) $\frac{2m-3n}{7} \cdot \frac{7s}{2m-3n};$

б) $\frac{a+b}{8} : \frac{a+b}{8x};$

г) $\frac{15p+12q}{13p} : \frac{15p+12q}{13}.$

Упростите выражение:

5.12. а) $\frac{3a + 4b}{8x^2} : \frac{4b + 3a}{16x^2};$

в) $\frac{44c^3}{15m + 4n} : \frac{52c}{4n + 15m};$

б) $\frac{7c + 9d}{13p^3} \cdot \frac{39p^{12}}{9d + 7c};$

г) $\frac{12ab}{19t + 8} \cdot \frac{8 + 19t}{15b^2}.$

5.13. а) $\frac{16u - 13v}{21} : \frac{13v - 16u}{p};$

в) $\frac{98p - 17q}{4} : \frac{17q - 98p}{16m};$

б) $\frac{45m - n}{23c} \cdot \frac{c}{n - 45m};$

г) $\frac{64r - 15s}{9c^2} \cdot \frac{18c}{15s - 64r}.$

5.14. а) $\frac{c + d}{c - d} \cdot \frac{c - d}{c(c + d)};$

в) $\frac{m(m - n)}{p(p + q)} \cdot \frac{p^2(p + q)}{m - n};$

б) $\frac{a - b}{c + d} : \frac{3(a - b)}{a(c + d)};$

г) $\frac{a + b}{2b(a - b)} : \frac{a + b}{2b^2(a - b)}.$

5.15. а) $\frac{x + y}{x - y} \cdot (x - y);$

в) $(a + b) \cdot \frac{2a + b}{a + b};$

б) $\frac{2x + y}{x - y} : (2x + y)^2;$

г) $(a - b)^2 : \frac{a - b}{a - 2b}.$

5.16. а) $\frac{a}{x^2 - 3x} : \frac{a^3}{3x - 9};$

в) $\frac{m^3 - m^2}{y^4} \cdot \frac{y^2}{m^2 - m};$

б) $\frac{a + a^2}{n} \cdot \frac{n^2}{3 + 3a};$

г) $\frac{10c^2}{b^2 - b^3} : \frac{5}{b - b^2}.$

5.17. а) $\frac{rx + r^2}{x^2} : \frac{x + r}{x};$

в) $\frac{xy}{p^2 + p^3} \cdot \frac{p + p^2}{x^2y^2};$

б) $\frac{mx + my}{ab^2} \cdot \frac{a^2b}{4x + 4y};$

г) $\frac{6a}{n^2 - n} : \frac{3an}{2n - 2}.$

5.18. а) $\frac{4p - p^2}{y - x} : \frac{8p - 2p^2}{x - y};$

в) $\frac{c^3 - c^2}{d^3 + d} \cdot \frac{1 + d^2}{c - c^2};$

б) $\frac{a - b}{3q - q^2} \cdot \frac{6q - 2q^2}{b - a};$

г) $\frac{x + x^3}{n - n^2} : \frac{x^2 + 1}{n^3 - n^2}.$

Упростите выражение:

05.19. а) $\frac{x^2 - y^2}{3xy} \cdot \frac{3y}{x - y}$; в) $\frac{c^2 - 49}{10cd} : \frac{2c + 14}{5d}$;

б) $\frac{5a^2}{a^2 - 16} : \frac{5a}{a + 4}$; г) $\frac{b - d}{d} \cdot \frac{3bd}{b^2 - d^2}$.

05.20. а) $\frac{1}{x + y} \cdot (x^3 + y^3)$;

б) $(a^3 + b^3) : (a^2 - ab + b^2)$;

в) $\frac{1}{n^3 - m^3} \cdot (n^2 + nm + m^2)$;

г) $(p^3 - q^3) : (p - q)$.

05.21. а) $\frac{1}{a^3 - b^3} \cdot (a^2 - b^2)$;

в) $\frac{12n}{x^3 - 27} \cdot \frac{x^2 + 3x + 9}{6n}$;

б) $(8a^3 + 1) : \frac{4a^2 - 2a + 1}{n}$; г) $\frac{m^3 - 64}{3} : (m^2 + 4m + 16)$.

05.22. а) $\frac{x^2 - 10x + 25}{3x + 12} : \frac{2x - 10}{x^2 - 16}$;

б) $\frac{1 - a}{4a + 8b} \cdot \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{3 - 3a}$;

в) $\frac{c^2 - 25}{c^2 + 12c + 36} \cdot \frac{3c + 18}{2c + 10}$;

г) $\frac{5m - 10n}{m - 5} : \frac{4n^2 - 4mn + m^2}{15 - 3m}$.

Выполните возведение алгебраической дроби в степень:

5.23. а) $\left(\frac{x}{y}\right)^8$; б) $\left(\frac{p}{qr}\right)^{12}$; в) $\left(\frac{cd}{m}\right)^{19}$; г) $\left(\frac{z}{ts}\right)^{23}$.

5.24. а) $\left(\frac{a}{2x}\right)^5$; б) $\left(\frac{5y}{3}\right)^3$; в) $\left(\frac{8z}{9}\right)^2$; г) $\left(\frac{t}{4b}\right)^4$.

5.25. а) $\left(-\frac{2x}{3y}\right)^5$; б) $\left(-\frac{8z}{15t}\right)^2$; в) $\left(-\frac{4t}{5s}\right)^3$; г) $\left(-\frac{3m}{4n}\right)^4$.

5.26. а) $\left(\frac{2x^2y^3}{3z^6}\right)^4$; б) $\left(-\frac{3n^6k^3}{10p^4}\right)^3$; в) $\left(\frac{5a^4c^3}{2k^3}\right)^3$; г) $\left(-\frac{5x^6y^3}{z^8}\right)^4$.

5.27. Укажите допустимые значения переменных, при которых справедливо тождество:

а) $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1;$

в) $\left(\frac{a^2 - 9}{a}\right)^0 = 1;$

б) $\left(\frac{2a - b}{a + 2}\right)^0 = 1;$

г) $\left(\frac{16 - a^2}{a^2 - 9}\right)^0 = 1.$

Упростите выражение:

о5.28. а) $\frac{a^2}{x} \cdot \left(\frac{x^2}{a^3}\right)^2;$

в) $\left(\frac{a^3b}{c^4}\right)^5 \cdot \left(\frac{c^7}{a^5b^2}\right)^3;$

б) $\left(\frac{p}{x^3}\right)^3 : \left(\frac{p^2}{x^3}\right)^2;$

г) $\left(\frac{x^6y^8}{z^5}\right)^5 : \frac{x^{10}y^{13}}{z^8}.$

о5.29. а) $\left(-\frac{18a^3}{11b^3}\right) \cdot \left(-\frac{22b^4}{9a^2}\right);$

в) $-\frac{35ax^2}{12b^2y} \cdot \frac{8ab}{21xy};$

б) $\frac{17x^2y}{5a} : \left(-\frac{34xy^2}{25a^2}\right);$

г) $\left(-\frac{27c^3}{4b^2}\right) : \left(-\frac{45c^5}{32b}\right).$

о5.30. а) $\left(-\frac{2pq^5}{3ma^2}\right)^2 \cdot \frac{9m^2a^2}{4p^3q^7};$

в) $\left(-\frac{2x^3y^4}{5a^2b}\right)^3 \cdot \left(-\frac{25a^4b^3}{24x^8y^{13}}\right);$

б) $-\frac{50a^4b^5}{63m^9n^8} : \left(\frac{5a^2b^3}{3m^2n^5}\right)^3;$

г) $\left(-\frac{10p^2q^2}{3a^3}\right)^2 : \left(-\frac{25p^3q^3}{27a^6}\right).$

о5.31. а) $\frac{10y^5}{9a} : \frac{5y^3}{3b} \cdot \frac{3a^2}{by};$

в) $\frac{28a^2}{27x^3} : \frac{21x^4}{45y} \cdot \frac{x^8}{20ya};$

б) $\frac{25a^3b^3}{14x^2y^4} \cdot \frac{21xy^3}{10a^2b^2} \cdot \frac{8xy^2}{15ab};$

г) $\frac{45m^4}{49n^2t} \cdot \frac{56n^3}{27m^2} : \frac{20m^2n}{63t^2}.$

о5.32. а) $\left(\frac{x^2}{2a^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{4a^4}{x^3}\right)^2;$

в) $\left(-\frac{2a^2}{b^3}\right)^8 \cdot \left(\frac{b^2}{-2a^3}\right)^2;$

б) $\left(\frac{-2a^8b^3}{c^7}\right)^5 : \left(-\frac{4a^{10}b^4}{c^9}\right)^4;$

г) $\left(-\frac{9x^7y^6}{a^{12}}\right)^4 \cdot \left(-\frac{a^8}{27x^5y^4}\right)^3.$

Упростите выражение:

5.33. а) $\frac{a^2 - 1}{a - b} \cdot \frac{9a - 9b}{a^2 + a};$

б) $\frac{(x + 4)^2}{3x - 9} \cdot \frac{x^2 - 9}{3x + 12};$

б) $\frac{(y - 5)^2}{3y + 18} \cdot \frac{2y - 10}{y^2 - 36};$

г) $\frac{b^2 + 4bc}{b + 6} \cdot \frac{b^2 - 16c^2}{2b + 12}.$

5.34. а) $\frac{x^2 - 16}{8x^2} \cdot \frac{x + 4}{4x};$

б) $\frac{m^2 - n^2}{9m} \cdot \frac{3m^2}{m - n};$

б) $\frac{(y - 5)^2}{y} \cdot \frac{7y^2}{y^2 - 25};$

г) $\frac{(c + 2)^2}{2c^2} \cdot \frac{c^2 - 4}{4c}.$

5.35. а) $\frac{x^2 y}{25y^2 - 4} \cdot \frac{15y + 6}{3xy^2};$

б) $\frac{m^2 n}{64n^2 - 9} \cdot \frac{5mn}{8n + 3};$

б) $\frac{7 - 2x}{22a^2 b^2} \cdot \frac{4x^2 - 49}{11ab^3};$

г) $\frac{24c^2 d}{9p^2 - 25} \cdot \frac{5 - 3p}{12cd^3}.$

5.36. а) $\frac{z^2 - 25}{z^2 - 3z} \cdot \frac{z + 5}{9 - z^2};$

б) $\frac{6d - 6c}{c + p} \cdot \frac{c^2 + cp}{c^2 - d^2};$

б) $\frac{5p^2 - 5q^2}{5p - 10q} \cdot \frac{p^2 - 2pq}{(q - p)^2};$

г) $\frac{3x^2 - 3y^2}{xy + 3y^2} \cdot \frac{(y - x)^2}{9y + 3x}.$

5.37. а) $\frac{x^2 - 6x + 9}{9x^3} \cdot \frac{x^2 - 9}{9x};$

б) $\frac{25 - y^2}{25y} \cdot \frac{10y^2}{y^2 - 10y + 25};$

б) $\frac{4c^2 + 4c + 1}{c^2 d - cd^2} \cdot \frac{2d - 2c}{4c^2 - 1};$

г) $\frac{3 - 6a}{1 - 6a + 9a^2} \cdot \frac{2a^2 - a}{1 - 9a^2}.$

5.38. а) $\frac{a^3 + b^3}{a^2 b - ab^2} \cdot \frac{a - b}{a + b};$

б) $\frac{2x^2 + 4x}{x^3 - 8} \cdot \frac{x + 2}{x - 2};$

б) $\frac{x^2 + 3x + 9}{x + 3} \cdot (x^3 - 27);$

г) $(x^3 + y^3) \cdot \frac{x + y}{x^2 - xy + y^2}.$

5.39. а) $\frac{x^2 - 1}{x^3 + 1} \cdot \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x + 1};$

б) $\frac{z^2 + 6z + 9}{z^3 + 27} \cdot \frac{3z + 9}{z^2 - 3z + 9};$

б) $\frac{t^3 + 8}{12t^2 + 27t} \cdot \frac{4t + 9}{t^2 - 2t + 4};$

г) $\frac{y^3 - 8}{y^2 - 9} \cdot \frac{y + 3}{y^2 + 2y + 4}.$

Упростите выражение:

$$5.40. \text{ а) } \frac{a^2 - 6a + 9}{1 - b^3} : \frac{2a - 6}{b^2 - 1}; \quad \text{в) } \frac{b^2 - 6b + 9}{4b^2 - 6b + 9} \cdot \frac{27 + 8b^3}{6 - 2b};$$

$$\text{б) } \frac{c^3 - 8d^3}{2c + 4d} \cdot \frac{4d^2 - c^2}{(2d - c)^2}; \quad \text{г) } \frac{(m - 1)^2}{4 + 4m^3} : \frac{1 - m^2}{(2m + 2)^2}.$$

$$5.41. \text{ а) } \frac{1 - 16a^2}{4a^2 + 10a + 25} : \frac{4a - 1}{8a^3 - 125};$$

$$\text{б) } \frac{64a^3 - 27b^3}{(4a - 3b)^2} \cdot \frac{9b^2 - 16a^2}{16a^2 + 12ab + 9b^2};$$

$$\text{в) } \frac{4 - 9c^2}{9c^2 - 12c + 16} : \frac{2 - 3c}{27c^3 + 64};$$

$$\text{г) } \frac{125p^3 + 8q^3}{(5p + 2q)^2} : \frac{25p^2 - 10pq + 4q^2}{4q^2 - 25p^2}.$$

$$5.42. \text{ а) } \frac{x - 3}{2x + 4} \cdot \frac{x^2 - 4}{x^3 - 27} \cdot \frac{x^2 + 3x + 9}{x^2 - 2x};$$

$$\text{б) } \frac{a^2 - 16}{2a - a^2} \cdot \frac{ab - 2b}{a^2 + 8a + 16} : \frac{a - 4}{4b};$$

$$\text{в) } \frac{b^2 - 10b + 25}{5b - 10} : \frac{b^2 - 25}{2b - b^2} \cdot \frac{b + 5}{5b};$$

$$\text{г) } \frac{a^3 + 8}{3a - 6} : \frac{a^2 + 4a + 4}{a^2 - 2a} : \frac{a^2 - 2a + 4}{a^2 - 4}.$$

$$5.43. \text{ а) } \left(\frac{b^4(b - c)^2}{a^6(c - a)} \right)^3 : \left(\frac{b^2(b - c)}{a^3(a - c)} \right)^6;$$

$$\text{б) } \left(-\frac{a^2 + ab}{ab^2 - b^3} \right)^4 \cdot \left(\frac{b - a}{a^2 + 2ab + b^2} \right)^3;$$

$$\text{в) } \left(\frac{a^2(a - b)}{x^4(a - x)^3} \right)^6 \cdot \left(\frac{x^6(x - a)^5}{a^3(b - a)^2} \right)^4;$$

$$\text{г) } \left(\frac{x^2 - 4xy + 4y^2}{x^2 + xy} \right)^2 \cdot \left(-\frac{x + y}{2xy - x^2} \right)^3.$$

5.44. Докажите тождество:

$$\text{а) } \frac{a^4 - 64ab^3}{a^2 - 2ab + b^2} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^2b - 16b^3} : \frac{a^3 + 4a^2b + 16ab^2}{ab + 4b^2} = \frac{a + b}{a - b};$$

$$\text{б) } \frac{x^3z + 125z}{x^2 - 16z^2} : \frac{x^3 - 25x}{x^2 - 8xz + 16z^2} \cdot \frac{x + 4z}{x^2 - 5x + 25} : \frac{x - 4z}{x - 5} = \frac{z}{x}.$$

5.45. Найдите значение выражения:

$$\text{а) } \frac{4x^2}{2x - y} : \frac{12x^3}{4x^2 - y^2} \cdot \frac{2x^2}{6x^2 + 3xy} \text{ при } x = 2,7845, y = -13,8471;$$

$$\text{б) } \frac{a^2 + a}{2a - 8} \cdot \frac{a^2 + a}{2a + 8} : \frac{3a^4 + 6a^3 + 3a^2}{a^2 - 16} \text{ при } a = 1\,234\,567\,890.$$

5.46. Докажите, что при всех допустимых значениях переменных выражение принимает одно и то же значение:

$$\text{а) } \left(\frac{2x^2y^3}{x + y} \right)^3 : \left(\frac{x^6y^9}{x^2 - y^2} \cdot \frac{8x - 8y}{x^2 + 2xy + y^2} \right);$$

$$\text{б) } \left(\frac{a - 3}{3a^2b} \right)^2 : \left(\frac{9 - a^2}{18a^3b} : \frac{a^2b + 3ab}{2a - 6} \right).$$

§ 6. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

Упростите выражение:

$$\text{о6.1. а) } \left(\frac{c}{2} + \frac{c}{3} \right) \cdot \frac{1}{c^2};$$

$$\text{в) } \frac{d^2}{3} \cdot \left(\frac{d}{2} + \frac{2}{d^2} \right);$$

$$\text{б) } \left(\frac{2x}{y^2} - \frac{1}{2x} \right) : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{2x} \right);$$

$$\text{г) } \left(\frac{a}{b^2} - \frac{1}{a} \right) : \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right).$$

$$\text{о6.2. а) } \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) \cdot \frac{5xy}{x - y};$$

$$\text{в) } \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) : \frac{a + b}{3ab};$$

$$\text{б) } \left(\frac{z^2}{t^2} + \frac{2z}{t} + 1 \right) : \frac{t + z}{t};$$

$$\text{г) } \left(1 - \frac{2c}{d} + \frac{c^2}{d^2} \right) \cdot \frac{d}{c - d}.$$

$$\textcircled{06.3.} \text{ а) } \left(\frac{m^2}{n} - n \right) : \left(\frac{m}{n} + 1 \right);$$

$$\text{в) } \left(4p - \frac{q^2}{p} \right) : \left(1 - \frac{2p}{q} \right);$$

$$\text{б) } \left(3 + \frac{u}{v} \right) \cdot \frac{uv}{2u + 6v};$$

$$\text{г) } \left(\frac{r}{s} - 2 \right) : \frac{4s - 2r}{rs^2}.$$

$$\textcircled{06.4.} \text{ а) } \left(2 + \frac{t}{t+1} \right) : \frac{3t^2 + 3t}{12t + 8};$$

$$\text{в) } \frac{z-3}{z+3} \cdot \left(z + \frac{z^2}{3-z} \right);$$

$$\text{б) } \left(p - \frac{5p}{p+2} \right) : \frac{p-3}{p+2};$$

$$\text{г) } \left(\frac{q}{q-5} - 2q \right) : \frac{11-2q}{q-5}.$$

$$\textcircled{06.5.} \text{ а) } \left(\frac{6}{x-y} - \frac{5}{x+y} \right) \cdot \frac{x-y}{x+11y};$$

$$\text{в) } \left(\frac{x-2y}{xy} + \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{x^2 y^2}{x-y};$$

$$\text{б) } \left(a - \frac{a^2}{a+1} \right) \cdot \frac{a^2-1}{a^2+2a};$$

$$\text{г) } \frac{cd-d^2}{c^2+d^2} \cdot \left(\frac{c}{c+d} + \frac{d}{c-d} \right).$$

$$\textcircled{06.6.} \text{ а) } \left(\frac{1+c^3}{1+c} - c \right) \cdot \frac{1+c}{1-c^2};$$

$$\text{в) } \left(\frac{3d+1}{2d+2} - 1 \right) : \frac{6d-6}{d+1};$$

$$\text{б) } \frac{b+3}{b^3+9b} \cdot \left(\frac{b+3}{b-3} + \frac{b-3}{b+3} \right);$$

$$\text{г) } \frac{x^2-9}{2x^2+1} \cdot \left(\frac{6x+1}{x-3} + \frac{6x-1}{x+3} \right).$$

$$\textcircled{06.7.} \text{ а) } \left(\frac{m}{n^2-mn} + \frac{n}{m^2-mn} \right) \cdot \frac{mn}{n+m};$$

$$\text{б) } \frac{r^2-25}{r+3} \cdot \frac{1}{r^2+5r} - \frac{r+5}{r^2-3r};$$

$$\text{в) } \left(\frac{st}{s^2-t^2} + \frac{t}{2t-2s} \right) \cdot \frac{s+t}{2t};$$

$$\text{г) } \frac{3a+b}{a^2b-ab^2} + \frac{b-a}{ab} : \frac{a^2-b^2}{3a-b}.$$

06.8. Найдите значение выражения:

$$\text{а) } \left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1} \right) : \frac{4m}{10m-5} \text{ при } m = \frac{3}{14};$$

$$\text{б) } \left(\frac{a}{b-a} - \frac{a}{b+a} \right) \cdot \frac{b^2+2ab+a^2}{2a^2} \text{ при } a = 23 \text{ и } b = 33.$$

Докажите тождество:

○6.9. а) $\frac{\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}}{\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}} = -\frac{x}{y};$

в) $\frac{\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}}{\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}} = \frac{y}{x};$

б) $\frac{\frac{2}{x} - \frac{x-2}{x^2-x}}{\frac{3}{x} + \frac{x+3}{x^2-x}} = \frac{1}{4};$

г) $\frac{\frac{1}{x-1} - \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}} = 2.$

○6.10. а) $\left(\frac{a+5}{5a-1} + \frac{a+5}{a+1}\right) : \frac{a^2+5a}{1-5a} + \frac{a^2+5}{a+1} = a-1;$

б) $\left(\frac{b-3}{7b-4} - \frac{b-3}{b-4}\right) \cdot \frac{7b-4}{9b-3b^2} + \frac{b^2-14}{4-b} = -b-4.$

Упростите выражение:

6.11. а) $\left(\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2+2ab+b^2}\right) : \left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2}\right);$

б) $\frac{z-2}{4z^2+16z+16} : \left(\frac{z}{2z-4} - \frac{z^2+4}{2z^2-8} - \frac{2}{z^2+2z}\right).$

6.12. а) $\left(\frac{10m^2}{3+2m} - 5\right) : \frac{30m^2-15m}{8m^3+27} + \frac{8-2m}{2m-1};$

б) $\left(3n - \frac{9n^2}{3n+1}\right) \cdot \frac{27n^3+1}{6n-9n^2} + \frac{9n-3}{3n-2}.$

6.13. а) $\frac{9n+27}{3n^2-n^3} + \left(\frac{3n+9}{n-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3n-9} + \frac{2}{9-n^2} - \frac{1}{n^2+3n}\right);$

б) $\left(\frac{2}{2p-q} + \frac{6q}{q^2-4p^2} - \frac{4}{2p+q}\right) : \left(1 + \frac{4p^2+q^2}{4p^2-q^2}\right).$

●6.14. а) $\frac{k-4}{k-2} : \left(\frac{80k}{k^3-8} + \frac{2k}{k^2+2k+4} - \frac{k-16}{2-k}\right) - \frac{6k+4}{(4-k)^2};$

б) $\left(\frac{m-n}{(m+n)^2} - \frac{2m}{m^2-n^2} + \frac{m+n}{(m-n)^2}\right) : \frac{8mn^2}{m^4-n^4} + \frac{2n^2}{n^2-m^2}.$

Докажите тождество:

6.15. $\left(\frac{8y^2 + 2y}{8y^3 - 1} - \frac{2y + 1}{4y^2 + 2y + 1} \right) \cdot \left(1 + \frac{2y + 1}{2y} - \frac{4y^2 + 10y}{4y^2 + 2y} \right) : \frac{1}{2y} = \frac{2y - 1}{2y + 1}.$

6.16. $\left(\frac{y^2 + 9}{27 - 3y^2} + \frac{y}{3y + 9} - \frac{3}{y^2 - 3y} \right) : \frac{(3y + 9)^2}{3y^2 - y^3} = \frac{y}{9y + 27}.$

6.17. $\left(\frac{z}{z - 2} - \frac{z^2}{z^3 + 8} \cdot \frac{z^2 + 2z}{z - 2} \right) : \frac{8}{z^2 - 2z + 4} + \frac{z^2 + z - 2}{2z + 4} = \frac{z - 2}{4}.$

6.18. $\frac{18xy}{2y + 3x} + \frac{1}{2y - 3x} : \left(\frac{4}{4y^2 - 9x^2} - \frac{6y - 9x}{8y^3 + 27x^3} \right) = 3x + 2y.$

Найдите значение выражения:

●6.19. $\frac{2 - a}{5} + \left(\frac{1}{1 - 2a} \right)^2 : \left(\frac{a + 2}{4a^3 - 4a^2 + a} - \frac{2 - a}{1 - 8a^3} \cdot \frac{4a^2 + 2a + 1}{2a^2 + a} \right)$

при $a = -3,2746$.

●6.20. $\left(\frac{b^2 - 2b + 4}{4b^2 - 1} \cdot \frac{2b^2 + b}{b^3 + 8} - \frac{b + 2}{2b^2 - b} \right) : \frac{4}{b^2 + 2b} - \frac{b + 4}{3 - 6b}$

при $b = \frac{7}{275}.$

●6.21. $\left(\frac{1}{2x + 1} - \frac{3}{8x^3 + 1} + \frac{3}{4x^2 - 2x + 1} \right) \cdot \left(2 - \frac{4x - 1}{2x + 1} \right)$

при $x = -2,123$.

6.22. Выполните подстановку и упростите выражение

$$\frac{ax}{a + x} + \frac{bx}{x - b}, \text{ где } x = \frac{ab}{a - b}.$$

●6.23. Докажите, что при любых значениях $x > 2$ значение выражения

$$\left(\frac{x + 1}{2x} + \frac{4}{x + 3} - 2 \right) : \frac{x + 1}{x + 3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x}$$

является отрицательным числом.

●6.24. Докажите, что выражение

$$\frac{12a - 4a^2}{2a + 3} + \frac{1}{2a - 3} : \left(\frac{4}{4a^2 - 9} - \frac{6a - 9}{8a^3 + 27} \right)$$

при любых допустимых значениях переменной a принимает одно и то же значение.

§ 7. ПЕРВЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ

При каком значении переменной равна нулю алгебраическая дробь:

7.1. а) $\frac{7x-21}{3}$; б) $\frac{x+1}{x^2+1}$; в) $\frac{3x+12}{4}$; г) $\frac{2x}{x^2+2}$?

7.2. а) $\frac{3x+1}{x+3}$; б) $\frac{6x-18}{x-2}$;
в) $\frac{(x+3)(x-1)}{3x}$; г) $\frac{(x+4)(x-5)}{x}$?

7.3. а) $\frac{x^2+3x}{x^2}$; б) $\frac{4x^2-1}{6x+3}$; в) $\frac{x^2-4x}{4x}$; г) $\frac{4-9x^2}{6x-4}$?

7.4. а) $\frac{x-4}{x^2-4x}$; б) $\frac{x^2+1}{x}$; в) $\frac{x^2}{x^2+2x}$; г) $\frac{x^2+2}{2x}$?

Решите уравнение:

7.5. а) $\frac{2x+5}{2} = 0$; б) $\frac{3x-4}{4} = 0$;
в) $\frac{x(x-2)}{x^2+4} = 0$; г) $\frac{x(x+1)}{x^2+1} = 0$.

7.6. а) $\frac{4x-1}{4x} = 0$; б) $\frac{5x+2}{5x} = 0$;
в) $\frac{(2x+3)(x-5)}{3x+2} = 0$; г) $\frac{(2x-1)(x+3)}{2x+1} = 0$.

7.7. а) $\frac{m^2+5m}{5} = 0$; б) $\frac{n^2-9n}{9} = 0$;
в) $\frac{p^2+4p}{2-p} = 0$; г) $\frac{q^2-16q}{q+4} = 0$.

7.8. а) $\frac{x^2-100}{x^2+100} = 0$; б) $\frac{z^2-36}{z^2+36} = 0$;
в) $\frac{4x^2-9}{4x^2} = 0$; г) $\frac{9x^2-1}{3x} = 0$.

Решите уравнение:

о7.9. а) $\frac{x^2 - 4x}{4x} = 0;$

в) $\frac{x^2 + 5x}{5x} = 0;$

б) $\frac{x^2 + 3x}{5x + 15} = 0;$

г) $\frac{x^2 - 7x}{3x - 21} = 0.$

о7.10. а) $\frac{x^2 - 25}{3x + 15} = 0;$

в) $\frac{x^2 - 49}{4x - 28} = 0;$

б) $\frac{x^2 - 36}{x^2 + 6x} = 0;$

г) $\frac{x^2 - 64}{8x - x^2} = 0.$

о7.11. а) $\frac{t^4 - 81}{t^2 + 9} = 0;$

в) $\frac{y^4 - 16}{y^2 + 4} = 0;$

б) $\frac{a^3 - 4a}{a + 2} = 0;$

г) $\frac{9d - d^3}{d - 3} = 0.$

7.12. а) $\frac{2x + 1}{5} = 1;$

в) $\frac{3z - 14}{2} = -1;$

б) $\frac{10 - 3y}{4y} = -2;$

г) $\frac{2t + 9}{5t} = 4.$

7.13. а) $\frac{a}{a - 3} = \frac{4}{5};$

в) $\frac{3c}{c - 1} = \frac{7}{3};$

б) $\frac{6 - v}{2v - 1} = \frac{4}{3};$

г) $\frac{s + 2}{3s - 5} = \frac{5}{4}.$

7.14. а) $\frac{3n + 75}{5} = \frac{6n + 42}{5};$

в) $\frac{8r + 3}{7} = \frac{10r - 1}{7};$

б) $\frac{x^2 + 2x}{x^2 + 1} = \frac{2x + 1}{x^2 + 1};$

г) $\frac{x^2 - 3x}{x^2 + 2} = \frac{4 - 3x}{x^2 + 2}.$

7.15. а) $\frac{x^2}{x + 3} = \frac{x}{x + 3};$

в) $\frac{x^2}{3 - x} = \frac{2x}{3 - x};$

б) $\frac{5y^2 - 1}{y} = \frac{y^2 + 3}{y};$

г) $\frac{3t^2 + 5}{t} = \frac{9 + 2t^2}{t}.$

Решите уравнение:

о7.16. а) $\frac{x^2 - 2}{x + 2} = \frac{2}{x + 2};$

в) $\frac{x^2 + 1}{x - 1} = \frac{2}{x - 1};$

б) $\frac{x^2}{x + 1} = \frac{-x}{x + 1};$

г) $\frac{2x}{2 - x} = \frac{x^2}{2 - x}.$

о7.17. а) $\frac{x^2 - 1}{x - 3} = \frac{3x - 1}{x - 3};$

в) $\frac{x^2 + 3}{x} = \frac{2x + 3}{x};$

б) $\frac{x^2 - 15}{x + 5} = \frac{10}{x + 5};$

г) $\frac{16 + 3x^2}{x - 4} = \frac{4x^2}{x - 4}.$

о7.18. а) $\frac{x^2 - 8x}{x - 6} = \frac{4x - 36}{x - 6};$

в) $\frac{x^2 + 16x}{x + 5} = \frac{6x - 25}{x + 5};$

б) $\frac{4x - 1}{x - 2} = \frac{x + 5}{x - 2};$

г) $\frac{7x + 4}{x + 3} = \frac{3x - 8}{x + 3}.$

о7.19. а) $\frac{a}{4} - \frac{a - 3}{5} = -1;$

в) $\frac{c}{7} - \frac{3c - 1}{14} = 2;$

б) $\frac{p}{5} + \frac{p + 12}{15} = \frac{1}{3};$

г) $\frac{2 - q}{5} - \frac{q}{20} = \frac{1}{4}.$

о7.20. а) $\frac{4}{x} - \frac{x + 8}{2x} = \frac{5}{6};$

в) $\frac{x - 20}{4x} + \frac{5}{x} = \frac{2}{3};$

б) $\frac{1}{2x} + \frac{x}{x + 1} = \frac{1}{2};$

г) $\frac{x}{x - 2} - \frac{2}{3x} = \frac{1}{3}.$

о7.21. а) $\frac{3}{x + 2} + \frac{x}{x - 2} = 1;$

в) $\frac{1}{x - 3} + \frac{x}{x + 3} = 1;$

б) $\frac{2x}{x - 1} + \frac{3}{x + 1} = 2;$

г) $\frac{3x}{x - 2} - \frac{5}{x + 2} = 3.$

Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:

о7.22. Расстояние между городами A и B 50 км. Из города A в город B выехал велосипедист, а через 2 ч 30 мин вслед за ним выехал мотоциклист. Двигаясь со скоростью в 2,5 раза большей, чем у велосипедиста, мотоциклист прибыл в B одновременно с велосипедистом. Найдите скорости велосипедиста и мотоциклиста.

- 07.23. Из пункта A выехал автобус, а через 15 мин в том же направлении выехал другой автобус со скоростью в 1,2 раза большей и догнал первый на расстоянии 45 км от A . Найдите скорость первого автобуса.
- 07.24. Катер прошел 12 км по течению реки и 4 км против течения, затратив на весь путь 2 ч. Чему равна собственная скорость катера, если скорость течения равна 4 км/ч?
- 07.25. Лодка проплыла 18 км по течению реки и 6 км против течения, затратив на весь путь 4 ч. Чему равна собственная скорость лодки, если скорость течения равна 3 км/ч?
- 07.26. Расстояние между городами A и B равно 400 км. Из A в B выехала грузовая машина, а через 2 ч вслед за ней выехала легковая машина, скорость которой в 1,5 раза больше скорости грузовой. Найдите скорость грузовой машины, если известно, что она прибыла в B на 1 ч 20 мин позже легковой.
- 07.27. Расстояние между пунктами A и B равно 100 км. Из A в B выехал автобус, а через 8 мин вслед за ним выехал мотоциклист, скорость которого в 1,2 раза больше скорости автобуса. В пункт B автобус пришел на 12 мин позже мотоциклиста. Чему равна скорость мотоциклиста?
-

Решите уравнение:

7.28. а) $\frac{2x^2 - 1}{x} = x;$

в) $\frac{3x^2 - 4}{x} = 2x;$

б) $\frac{3x^2 + 2}{x + 1} = 3x;$

г) $\frac{5x^2 - 3}{x - 2} = 5x.$

7.29. а) $\frac{3x^2 + 1}{2x} = x + 1;$

в) $\frac{5x^2 - 36}{6x} = x - 2;$

б) $\frac{2x^2 - 5}{x + 1} = x - 1;$

г) $\frac{2x^2 - 13}{x - 2} = x + 2.$

7.30. а) $\frac{x^3 - 25x}{5x + 25} = 0;$

в) $\frac{36x - x^3}{6x - 36} = 0;$

б) $\frac{y^4 - 256}{2y^2 + 8y} = 0;$

г) $\frac{625 - y^4}{3y^2 - 15y} = 0.$

Решите уравнение:

7.31. а) $\frac{x^2 + 4x}{x + 2} = \frac{2x}{3}$; в) $\frac{x^2 - 5x}{x - 1} = \frac{7x}{9}$;

б) $\frac{c - 2}{c + 3} = \frac{c + 3}{c - 2}$; г) $\frac{x - 2}{x + 2} = \frac{x + 3}{x - 4}$.

7.32. а) $\frac{3x}{x - 1} + \frac{x + 3}{x + 1} = 3$; в) $\frac{2x}{x + 3} + \frac{x - 6}{x - 3} = 2$;

б) $\frac{a - 1}{4a - 5} = \left(\frac{2a - 1}{4a - 5}\right)^2$; г) $\left(\frac{b - 1}{b + 3}\right)^2 = \frac{b + 1}{b + 3}$.

7.33. а) $\frac{3}{x - 4} - \frac{25}{x^2 - 16} = \frac{x + 1}{x + 4}$;

б) $\frac{19}{(x - 5)(x + 1)} + \frac{x}{x + 1} = \frac{3}{x - 5}$;

в) $\frac{1}{x - 5} - \frac{26}{x^2 - 25} = \frac{x + 4}{x + 5}$;

г) $\frac{14}{(x - 3)(x + 2)} + \frac{6}{x + 2} = \frac{x}{x - 3}$.

7.34. а) $\frac{x^2 + 3x}{2(x - 3)} + \frac{x + 12}{6} = \frac{3x}{x - 3}$; в) $\frac{x^2 - x}{3(x + 2)} + \frac{x}{x + 2} = \frac{x + 6}{12}$;

б) $\frac{3}{x} - \frac{6}{x(x + 2)} = \frac{1 + 2x}{x + 2}$; г) $\frac{1}{x} - \frac{5}{x(5 - x)} = \frac{x - 7}{5 - x}$.

7.35. а) $\frac{x}{x - 2} - \frac{4}{x + 2} = \frac{8}{x^2 - 4}$; в) $\frac{x}{x - 3} - \frac{6}{x + 3} = \frac{18}{x^2 - 9}$;

б) $\frac{3x + 27}{3x - x^2} + \frac{3}{x} - \frac{4x}{3 - x} = 0$; г) $\frac{5x}{x - 2} + \frac{2}{x} - \frac{16 + 2x}{x^2 - 2x} = 0$.

7.36. а) $\frac{c - 2}{2c + 6} + \frac{c + 3}{3c - 6} = 0$;

б) $\frac{y + 2}{y^2 - 7y} - \frac{4}{(7 - y)^2} = \frac{1}{y - 7}$;

в) $\frac{d + 5}{5d - 20} + \frac{d - 4}{4d + 20} = \frac{9}{20}$;

г) $\frac{2a - 2}{a^2 - 36} - \frac{a - 2}{a^2 - 6a} - \frac{a - 1}{a^2 + 6a} = 0$.

●7.37. Решите уравнение:

а) $\frac{c+2}{c^2-5c} - \frac{c-5}{2c^2-50} = \frac{c+25}{2c^2-50}$;

б) $\frac{3y-1}{6y-3} - \frac{1}{1-4y^2} = \frac{y}{2y+1}$;

в) $\frac{4(d+9)}{5d^2-45} + \frac{d+3}{5d^2-15d} = \frac{d-3}{d^2+3d}$;

г) $\frac{1}{4x-6} + \frac{2x-5}{18-8x^2} - \frac{1}{2x^2+3x} = 0$.

7.38. а) Существует ли такое значение d , при котором разность дробей $\frac{12d-7}{10d+1}$ и $\frac{d-3}{5d+1}$ равна 1?

б) Существует ли такое значение b , при котором разность дробей $\frac{18b+2}{b-4}$ и $\frac{15b+1}{b+5}$ равна 3?

●7.39. а) Алгебраическое выражение $\frac{a+1}{2} - 3b$ принимает значение $3\frac{1}{2}$ при $b = -0,5$ и при некотором значении a . Чему равно значение того же выражения при том же значении a и при $b = \frac{5}{12}$?

б) Алгебраическое выражение $\frac{c-2}{3} \cdot x - 4x$ принимает значение 1 при $x = -\frac{1}{3}$ и при некотором значении c . Чему равно значение того же выражения при том же значении c и при $x = -11\frac{1}{3}$?

●7.40. а) Алгебраическое выражение $\frac{n+1}{3} \cdot y + \frac{3n-1}{5} \cdot y^2 + y^3$ принимает значение -21 при $y = -3$ и при некотором значении n . Чему равно значение того же выражения при том же значении n и при $y = \frac{1}{3}$?

б) Алгебраическое выражение $\frac{s-9}{4} \cdot z + \frac{s+2}{3} \cdot z^2 - z^3$ принимает значение 16 при $z = -2$ и при некотором значении s . Чему равно значение того же выражения при том же значении s и при $z = 0,5$?

§ 8. СТЕПЕНЬ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Запишите в виде степени с положительным показателем следующее выражение:

8.1. а) 3^{-3} ; б) 13^{-2} ; в) 5^{-2} ; г) 27^{-4} .

8.2. а) a^{-5} ; б) $\frac{1}{c^{-4}}$; в) d^{-3} ; г) $\frac{1}{t^{-2}}$.

8.3. а) $(a - b)^{-2}$; б) $\frac{1}{(c + d)^{-3}}$; в) $(t - s)^{-3}$; г) $\frac{1}{(k + l)^{-2}}$.

8.4. Вычислите:

а) $4 \cdot \frac{1}{2^{-2}}$; б) $6 \cdot 3^{-3}$; в) $2 \cdot \frac{1}{5^{-1}}$; г) $3 \cdot 9^{-2}$.

Используя определение степени с отрицательным показателем, представьте дробь в виде произведения степеней:

8.5. а) $\frac{d}{c^2}$; б) $\frac{b^3}{a^{-4}}$; в) $\frac{n}{m}$; г) $\frac{p^2}{q^{-5}}$.

8.6. а) $\frac{(t + s)^3}{(t - s)^2}$; б) $\frac{(k + l)^5}{(p - t)^{-2}}$; в) $\frac{(a - b)^2}{c + d}$; г) $\frac{(n - m)^4}{(m + n)^{-3}}$.

8.7. Представьте числа 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{128}$ в виде степени числа:

а) 2; б) $\frac{1}{2}$.

8.8. Представьте числа 3, 9, 27, 81, 243, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{81}$, $\frac{1}{243}$ в виде степени числа:

а) 3; б) $\frac{1}{3}$.

8.9. Представьте заданное число в виде степени некоторого простого числа:

а) $\frac{1}{729}$; б) $\frac{1}{343}$; в) $\frac{1}{625}$; г) $\frac{1}{1024}$.

8.10. Представьте в виде степени числа 10:

а) 0,1; б) 0,0001; в) 0,01; г) 0,00001.

8.11. Расположите в порядке убывания числа:

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$, $\left(\frac{1}{2}\right)^0$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$;

б) 3^{-1} , 3^3 , 3^0 , 3^{-2} ;

в) 5^{-2} , 5^2 , 5^{-1} , 5^0 ;

г) $\left(\frac{1}{4}\right)^2$, $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^0$, $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$.

Найдите значение выражения:

о8.12. а) $(64 \cdot 4^{-5})^2$; б) $\frac{5^{-3} \cdot 5^{-1}}{5^{-6}}$; в) $(128 \cdot 2^{-6})^{-2}$; г) $\frac{3^{-9}}{3^{-2} \cdot 3^{-6}}$.

о8.13. а) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot 10^{-1} + (4)^0 - (-2)^3 - (-5)^{-2} \cdot (-5)^3$;

б) $-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot (2)^{-1} - \left(\frac{4}{81}\right)^0 - (-0,5)^{-2} + (2,5)^{-1} \cdot (2,5)^2$;

в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot (4)^{-1} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} + (-0,6)^{-3} \cdot (-0,6)^4 - (4^5)^0$;

г) $(-0,5)^{-3} \cdot (2)^{-1} - (-2,7)^0 - (-2)^3 \cdot 1,2 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$.

Выполните действия и приведите выражение к виду, не содержащему отрицательных показателей степеней, там, где это необходимо:

8.14. а) $a^2 \cdot a^{-3}$; б) $b^4 \cdot b^{-5}$; в) $d \cdot d^{-2}$; г) $m^{-5} \cdot m^{-1}$.

8.15. а) $k^6 : k^{-1}$; б) $l^2 : l^{-1}$; в) $x^3 : x^{-4}$; г) $y : y^{-3}$.

8.16. а) $2a^{-2} : \left(\frac{2}{3}a\right)$; в) $\frac{4}{7}m^7 : \left(1\frac{3}{4}m^{-3}\right)$;

б) $1,2x^{-2} : (4x^{-5})$; г) $8r^{-5} : \left(\frac{2}{3}r^{-7}\right)$.

о8.17. а) $3m^{-2}n^3 : \left(\frac{3}{4}m^{-3}n^3\right)$; в) $\frac{7}{11}t^{-2}s^6 : \left(1\frac{4}{7}t^{-1}s^{-2}\right)$;

б) $0,5a^2b^{-2} \cdot (4a^{-3}b^3)$; г) $16p^{-1}q^3 : \left(\frac{4}{7}p^{-3}q^2\right)$.

Выполните действия и приведите выражение к виду, не содержащему отрицательных показателей степеней, там, где это необходимо:

8.18. а) $(a^2 - 1) \cdot a^{-1}$;

в) $(b - b^3) \cdot b^{-2}$;

б) $(l^3 - l^2) \cdot l^{-2}$;

г) $(m^5 - m^4) \cdot m^{-5}$.

8.19. а) $ab^{-1} + a^{-1}b$;

в) $p^2q^2(p^{-2} - q^{-2})$;

б) $c^{-1}d^2 - c^2d^{-1}$;

г) $mn^{-2} - m^{-2}n$.

8.20. а) $(b^{-1} + a^{-1}) \cdot (a + b)^{-1}$;

в) $(m^{-2} + n^{-2}) : (m^2 + n^2)$;

б) $(x^{-2} - y^{-2}) : (x - y)$;

г) $(ab^{-2} + a^{-2}b) \cdot \left(\frac{a^{-1}}{b}\right)^{-2}$.

8.21. а) $(b^{-1} + a^{-1}) \cdot \left(\frac{1}{a^{-1}} + \frac{1}{b^{-1}}\right)^{-1}$;

б) $\left((s^{-1} + t^{-1}) : \left(\frac{1}{s^{-2}} - \frac{1}{t^{-2}}\right)\right)^{-1}$.

8.22. Представьте выражение в виде степени и найдите его значение при заданном значении переменной:

а) $\frac{b^5(b^{-4})^2}{b^{-2}b}$ при $b = 3^{-1}$;

б) $\frac{(n^{-5})^3 n}{n^{-2}n^{-10}}$ при $n = 4$.

Упростите выражение:

8.23. а) $\left(\frac{x+4}{3x+3} - (x+1)^{-1}\right) \cdot \left(\frac{x+1}{3}\right)^{-1} + \frac{2}{x^2-1}$;

б) $\left(\frac{x+10}{5x+25} - (x+5)^{-1}\right) \cdot \left(\frac{x-5}{5}\right)^{-1} - \frac{10}{x^2-25}$.

8.24. а) $\frac{2-a-5(a+2)^{-1}}{5(4-a^2)^{-1}-1}$;

б) $\frac{(x^2-1)^{-1}-3}{3(x-1)-(x+1)^{-1}}$.

8.25. Найдите значение выражения:

а) $\frac{3x^{-2}}{2-x^{-2}} - \frac{3x^{-2}}{2+x^{-2}}$ при $x = 0,5^{-1}$;

б) $\frac{9x^{-1}}{2-x^{-1}} - \frac{9x^{-1}}{2+x^{-1}}$ при $x = 0,2^{-1}$.

Найдите значение выражения:

8.26. а) $\frac{2x(2-x)^{-1}}{1 - \left(\frac{2-x}{2x}\right)^{-1}}$ при $x = \frac{3}{5}$; б) $\frac{3x(2-x)^{-1}}{2 - \left(\frac{2-x}{3x}\right)^{-1}}$ при $x = \frac{5}{7}$.

8.27. а) $\frac{2x^{-1} - y^{-1}}{2x^{-1} + y^{-1}}$ если $\frac{y}{x} = 3^{-1}$; б) $\frac{x^{-1} - 3y^{-1}}{x^{-1} + 3y^{-1}}$, если $\frac{x}{y} = 4^{-1}$.

8.28. а) $\frac{x^{-1} - 3y^{-1}}{x^{-2} - 9y^{-2}} \cdot x^{-1}$, если $\frac{x}{y} = 2^{-1}$;

б) $\frac{x^{-1} + 2y^{-1}}{x^{-2} - 4y^{-2}} \cdot x^{-1}$, если $\frac{y}{x} = 5^{-1}$.

8.29. Решите уравнение:

а) $4x^{-2} - 4x^{-1} = -1$;

в) $9x^{-2} + 6x^{-1} = -1$;

б) $x^{-4} + 16 = 8x^{-2}$;

г) $x^{-4} + 81 = 18x^{-2}$.

Докажите тождество:

●8.30. $\left(\frac{y^2(xy^{-1} - 1)^2}{x(1 + x^{-1}y)^2} \cdot \frac{y^2(x^{-2} + y^{-2})}{x(xy^{-1} + x^{-1}y)} \right) : \frac{1 - x^{-1}y}{xy^{-1} + 1} = \frac{x - y}{x + y}$.

●8.31. $\left(\frac{a^{-n} + b^{-n}}{a^{-n} - b^{-n}} - \frac{a^{-n} - b^{-n}}{a^{-n} + b^{-n}} \right)^{-1} = \frac{a^{-n}b^n - b^{-n}a^n}{4}$.

●8.32. $\left(\frac{a^{-n} - b^{-n}}{a^{-2n} - a^{-n}b^{-n} + b^{-2n}} \right)^{-1} + \left(\frac{a^{-n} + b^{-n}}{a^{-2n} + a^{-n}b^{-n} + b^{-2n}} \right)^{-1} = \frac{2a^{-n}b^{2n}}{b^{2n} - a^{2n}}$.

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант 1

1. При каких значениях переменной алгебраическая дробь

$\frac{a-8}{(a+7)(a-12)}$ равна нулю, а при каких не существует?

2. Сократите дробь

$$\frac{a^2 - ac + 2ab + b^2 - bc}{ab - c^2 + ac + b^2}.$$

3. Найдите значение выражения

$$\frac{a^2 - 4b^2 - 5a + 10b}{(a + 2b)^2 - 25} \text{ при } a = 1,9, b = 0,55.$$

4. Упростите выражение

$$\frac{2}{9p - 12q} - \frac{4}{9p + 12q} + \frac{4p}{16q^2 - 9p^2}.$$

5. Упростите выражение

$$\frac{8k + k^2 + 16}{15k^2 + 3k} : \frac{16 - k^2}{25k^2 - 1}.$$

6. Упростите выражение

$$\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}} \cdot \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right).$$

7. Найдите значение выражения

$$\left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}\right) : \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{x^2-1}{x^2+1}\right) \text{ при } x = -3\frac{3}{4}.$$

8. Упростите выражение

$$(c^{-1} + d^{-1})^{-1} \cdot \left(\frac{2}{d^{-2}} - \frac{2}{c^{-2}}\right).$$

9. Докажите, что значение выражения

$$\left(\frac{2ab}{a^2 - b^2} + \frac{a - b}{2a + 2b}\right) \cdot \frac{2a}{a + b} + \frac{b}{b - a}$$

не зависит от значений входящих в него переменных.

10. Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования.

Катер проходит 21 км по течению реки на 15 мин быстрее, чем то же расстояние против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 1 км/ч.

Вариант 2

1. При каких значениях переменной алгебраическая дробь

$$\frac{b + 5}{(b - 13)(b + 7)}$$
 равна нулю, а при каких не существует?

2. Сократите дробь

$$\frac{x^2 + zx - zy + y^2 - 2xy}{xy - y^2 + zx + z^2}.$$

3. Найдите значение выражения

$$\frac{(x - 2y)^2 - 49}{x^2 - 4y^2 + 7x + 14y} \text{ при } x = 3,5, y = 0,75.$$

4. Упростите выражение

$$\frac{1}{6a - 4b} - \frac{1}{6a + 4b} + \frac{3a}{9a^2 - 4b^2}.$$

5. Упростите выражение

$$\frac{3by + 6y - 5b - 10}{7yb - 14y} \cdot \frac{b^2 - 4}{9y^2 - 25}.$$

6. Упростите выражение

$$\frac{\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}} : \frac{x^2 y^2}{(x+y)^2 + (x-y)^2}.$$

7. Найдите значение выражения

$$\frac{a^2 - 2a + 1}{a - 3} \cdot \left(\frac{(a + 2)^2 - a^2}{4a^2 - 4} - \frac{3}{a^2 - a} \right) \text{ при } a = -0,01.$$

8. Упростите выражение

$$(x^{-2} - y^{-2}) \cdot \left(\frac{1}{x^{-1}} - \frac{1}{y^{-1}} \right)^{-2}.$$

9. Докажите, что значение выражения

$$\left(\frac{b}{b^2 - 36} - \frac{b - 6}{b^2 + 6b} \right) : \frac{2b - 6}{b^2 + 6b} - \frac{b}{b - 6}$$

не зависит от значения переменной b .

10. Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования.

Моторная лодка проходит 16 км по течению реки на 12 мин быстрее, чем то же расстояние против течения. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

§ 9. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Используя обозначения N , Z , Q и знаки $\in$, $\notin$, запишите следующее утверждение:

- 9.1. а) -8 — целое число;
б) -12 — рациональное число;
в) 79 — натуральное число;
г) 15 — целое число.
- 9.2. а) -10 не является натуральным числом;
б) $-5,7$ не является целым числом;
в) 0 не является натуральным числом;
г) $\frac{2}{13}$ не является целым числом.

Установите, является ли следующее высказывание истинным:

- 9.3. а) $12 \in N$; б) $-3 \in Q$; в) $-\frac{36}{12} \in Z$; г) $0 \in N$.
- 9.4. а) $37 \notin Z$; б) $-5 \notin N$; в) $\frac{5}{12} \notin N$; г) $\frac{3}{8} \notin Q$.
- 9.5. а) $5 \in [3; 7]$; в) $12 \in [12; +\infty)$;
б) $8 \in [2; 6]$; г) $45 \in (-\infty; 45)$.
- 9.6. а) $14,9 \in [13; 15]$; в) $-17 \in (-17; 8]$;
б) $0 \in (-1; 1)$; г) $25,001 \in [0; 25]$.
- 9.7. а) $23 \notin (22; 23)$; в) $-19 \notin (0; 19)$;
б) $45 \notin [0; 45]$; г) $84 \notin [0; 100]$.

9.8. а) $(2; 4) \subset [1; 5]$; в) $[7; 9] \subset (6; 10)$;
 б) $[1; 6] \subset (0; 4)$; г) $[0; 8] \subset (0; +\infty)$.

9.9. а) $[1; 3] \not\subset [2; 4]$; в) $(-3; +\infty) \not\subset [0; +\infty)$;
 б) $[12; 42] \not\subset [10; 50]$; г) $[3; 4] \not\subset [5; 7]$.

9.10. Даны два числа: $-1,2$ и $-1,1$. Укажите:

- а) отрицательное число, превосходящее каждое из них;
- б) число, меньшее каждого из них;
- в) число, заключенное между ними;
- г) положительное число, превосходящее каждое из них более чем на 2.

Сделайте графические иллюстрации.

Укажите число, обратное данному, и число, противоположное данному:

9.11. а) 3; б) -12 ; в) 8; г) -7 .

9.12. а) $\frac{1}{3}$; б) $-\frac{2}{7}$; в) $\frac{5}{6}$; г) $-\frac{4}{9}$.

9.13. Назовите несколько элементов множества:

- а) натуральных чисел;
- б) отрицательных чисел;
- в) целых чисел;
- г) рациональных чисел.

9.14. Назовите несколько общих элементов:

- а) множества натуральных чисел и множества целых чисел;
- б) множества рациональных чисел и множества натуральных чисел;
- в) множества целых чисел и множества рациональных чисел;
- г) множества положительных чисел и множества целых чисел.

Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби:

9.15. а) $\frac{3}{11}$; б) $\frac{8}{33}$; в) $\frac{5}{99}$; г) $\frac{2}{15}$.

9.16. а) $\frac{29}{6}$; б) $\frac{34}{9}$; в) $\frac{53}{12}$; г) $\frac{78}{11}$.

Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби:

- 9.17. а) 6,335; б) 0,48; в) 7,31; г) 91,856.
9.18. а) 1; б) 35; в) 108; г) 572.

Представьте в виде обыкновенной дроби:

- 9.19. а) 0,(3); б) 0,(15); в) 0,(6); г) 0,(108).
09.20. а) 15,(3); б) 2,(14); в) 7,(2); г) 23,(25).
09.21. а) 0,0(24); б) 0,00(3); в) 0,0(6); г) 0,00(18).
09.22. а) 1,6(1); б) 2,03(5); в) 3,9(12); г) 0,7(72).
-

9.23. Дан отрезок $[1; 5]$. Укажите:

- а) целое число, принадлежащее этому отрезку;
б) рациональное число, принадлежащее этому отрезку;
в) целое число, не принадлежащее этому отрезку;
г) рациональное число, не принадлежащее этому отрезку.

9.24. Дан интервал $(-2,5; 1,7)$. Укажите:

- а) целое число, принадлежащее этому интервалу;
б) положительное число, принадлежащее этому интервалу;
в) целое отрицательное число, не принадлежащее этому интервалу;
г) положительное рациональное число, не принадлежащее этому интервалу.

9.25. Дан интервал $(-4; 12)$. Укажите:

- а) какое-нибудь числовое множество, содержащееся в этом интервале;
б) какое-нибудь числовое множество, не содержащееся в этом интервале;
в) целое число, принадлежащее данному интервалу и отстоящее на одинаковое расстояние от его концов;
г) рациональное число, не принадлежащее данному интервалу и отстоящее от ближайшего его конца не более чем на 2 единицы.

9.26. Укажите числа, обратные данным и противоположные данным:

- а) 0,35; б) -1,12; в) 3,7; г) -5,32.

9.27. Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби:

а) $\frac{2}{7}$;

б) $\frac{12}{35}$;

в) $\frac{17}{21}$;

г) $\frac{13}{14}$.

Представьте в виде обыкновенной дроби:

9.28. а) 0,15(3); б) 0,7(27); в) 0,15(63); г) 0,3(306).

9.29. а) 1,52(3); б) 2,1(61); в) 6,12(8); г) 0,3(36).

§ 10. ПОНЯТИЕ КВАДРАТНОГО КОРНЯ ИЗ НЕОТРИЦАТЕЛЬНОГО ЧИСЛА

10.1. Докажите, что верно равенство:

а) $\sqrt{36} = 6$;

в) $\sqrt{25} = 5$;

б) $\sqrt{121} = 11$;

г) $\sqrt{196} = 14$.

10.2. Проверьте равенство:

а) $\sqrt{49} = 7$;

в) $\sqrt{100} = 10$;

б) $\sqrt{\frac{9}{4}} = 1,5$;

г) $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \frac{4}{3}$.

10.3. Объясните, почему неверно равенство:

а) $\sqrt{25} = -5$;

в) $\sqrt{100} = 10,1$;

б) $\sqrt{36} = 6,5$;

г) $\sqrt{-81} = -9$.

Вычислите:

10.4. а) $\sqrt{4}$;

в) $\sqrt{49}$;

б) $\sqrt{25}$;

г) $\sqrt{1}$.

10.5. а) $\sqrt{144}$;

в) $\sqrt{225}$;

б) $\sqrt{169}$;

г) $\sqrt{361}$.

10.6. а) $\sqrt{0,36}$;

б) $\sqrt{0,04}$;

в) $\sqrt{0,64}$;

г) $\sqrt{0,81}$.

10.7. а) $\sqrt{\frac{4}{9}}$;

в) $\sqrt{\frac{36}{49}}$;

б) $\sqrt{\frac{1}{25}}$;

г) $\sqrt{\frac{16}{121}}$.

10.8. Вычислите:

а) $\sqrt{1\frac{7}{9}}$; б) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$; в) $\sqrt{2\frac{1}{4}}$; г) $\sqrt{1\frac{24}{25}}$.

10.9. Пользуясь таблицей квадратов натуральных чисел, вычислите:

а) $\sqrt{1156}$; б) $\sqrt{1521}$; в) $\sqrt{1024}$; г) $\sqrt{1849}$.

10.10. Имеет ли смысл выражение:

а) $\sqrt{-1}$; б) $-\sqrt{-9}$; в) $\sqrt{(-3)^2}$; г) $\sqrt{-\left(-\frac{49}{100}\right)}$?

10.11. При каких значениях a имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{a}$; б) $\sqrt{a^2}$; в) $\sqrt{-a}$; г) $\sqrt{\frac{1}{a}}$?

Вычислите:

10.12. а) $(\sqrt{5})^2$; б) $\left(\sqrt{\frac{5}{7}}\right)^2$; в) $(\sqrt{4,5})^2$; г) $\left(\sqrt{\frac{1}{12}}\right)^2$.

10.13. а) $(-\sqrt{11})^2$; б) $-(\sqrt{21})^2$; в) $-(-\sqrt{2})^2$; г) $-\sqrt{(-3)^2}$.

10.14. а) $(2\sqrt{3})^2$; б) $(3\sqrt{7})^2$; в) $(4\sqrt{11})^2$; г) $(6\sqrt{2})^2$.

10.15. а) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$; б) $\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2$; в) $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$; г) $\left(-\frac{4}{\sqrt{6}}\right)^2$.

10.16. а) $(\sqrt{3})^6$; б) $(3\sqrt{2})^4$; в) $(-\sqrt{11})^4$; г) $(\sqrt{5})^6$.

10.17. а) $\sqrt{3 + \sqrt{36}}$; в) $\sqrt{7 + \sqrt{81}}$;

б) $\sqrt{44 + \sqrt{25}}$; г) $\sqrt{7 - \sqrt{9}}$.

10.18. а) $\sqrt{16} + \sqrt{100}$; в) $\sqrt{121} - \sqrt{64}$;

б) $\sqrt{49} + \sqrt{0}$; г) $\sqrt{81} + \sqrt{1}$.

Вычислите:

10.19. а) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{4}$; в) $\sqrt{49} \cdot \sqrt{100}$;

б) $\sqrt{121} \cdot \sqrt{9}$; г) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{225}$.

10.20. а) $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{0,36}$; в) $-7 \cdot \sqrt{0,04}$;

б) $0,2 \cdot \sqrt{1600}$; г) $\frac{1}{5} \cdot \sqrt{900}$;

Решите уравнение:

10.21. а) $x^2 = 4$; б) $x^2 = 16$; в) $x^2 = 9$; г) $x^2 = 25$.

10.22. а) $x^2 = 5$; б) $x^2 = 11$; в) $x^2 = 13$; г) $x^2 = 17$.

10.23. а) $\frac{1}{3} x^2 = 75$; в) $\frac{1}{6} x^2 = 24$;

б) $4x^2 - 28 = 0$; г) $3x^2 - 78 = 0$.

10.24. Укажите хотя бы одно целое число x , удовлетворяющее неравенству:

а) $x > \sqrt{2}$; б) $2x < \sqrt{3}$; в) $x > \sqrt{5}$; г) $3x < \sqrt{11}$.

10.25. Укажите три целых числа, удовлетворяющих неравенству:

а) $2x > \sqrt{5}$; в) $3x < \sqrt{2}$;

б) $2x < \sqrt{7}$; г) $5x > \sqrt{10}$.

10.26. Найдите сторону квадрата, если его площадь равна:

а) 64 см^2 ; б) 100 см^2 ; в) $2,25 \text{ см}^2$; г) 17 м^2 .

10.27. При каком значении переменной верно равенство:

а) $\sqrt{x} = 11$; в) $\sqrt{x} = 1,1$;

б) $\sqrt{x} = \frac{2}{3}$; г) $\sqrt{x} = \frac{7}{8}$?

10.28. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{6 - 2a}$, если $a = 1$;

б) $\sqrt{5b^2 + 10b + 9}$, если $b = 2$;

в) $\sqrt{4 - 2c}$, если $c = 1,5$;

г) $\sqrt{d^3 - d^2}$, если $d = 5$.

о10.29. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{2a - b}$, если $a = 4$, $b = 7$;

б) $\sqrt{p + 11} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2}$, если $p = 25$, $q = 16$;

в) $\sqrt{m - 4n}$, если $m = 33$, $n = 2$;

г) $\sqrt{\frac{s}{t}} + \sqrt{\frac{t}{s}}$, если $s = 225$, $t = 25$.

Вычислите:

10.30. а) $\sqrt{225} + 3\sqrt{121}$; в) $-0,03 \cdot \sqrt{10\,000} + \sqrt{16}$;

б) $\frac{9,5}{\sqrt{361}} + \sqrt{\frac{1}{4}}$; г) $\frac{4}{\sqrt{256}} - \sqrt{\frac{1}{64}}$;

10.31. а) $5 - \frac{1}{7} \cdot \sqrt{1\frac{27}{169}}$; в) $2 \cdot \sqrt{1\frac{9}{16}} - 1$;

б) $8 \cdot \sqrt{5\frac{1}{16}} + 3$; г) $4 - \frac{1}{4} \cdot \sqrt{5\frac{11}{49}}$.

10.32. а) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{196} + 1,5 \cdot \sqrt{0,36}$; в) $3,6 \cdot \sqrt{0,25} + \frac{1}{32} \cdot \sqrt{256}$;

б) $0,5 \cdot \sqrt{0,04} + \frac{1}{6} \cdot \sqrt{144}$; г) $2,5 \cdot \sqrt{3,24} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{225}$.

Подберите два последовательных целых числа, между которыми заключено число:

10.33. а) $\sqrt{14}$; б) $\sqrt{48}$; в) $\sqrt{0,8}$; г) $-\sqrt{28}$.

10.34. а) $-\sqrt{0,3}$; б) $\sqrt{325}$; в) $\sqrt{105}$; г) $-\sqrt{238}$.

10.35. Найдите наибольшее целое число, которое удовлетворяет неравенству:

а) $x \leq \sqrt{5}$; б) $2x < \sqrt{7}$; в) $x < \sqrt{3}$; г) $3x \leq \sqrt{2}$.

10.36. Найдите наименьшее целое число, которое больше числа:

а) $\sqrt{7}$; б) $\sqrt{10}$; в) $\sqrt{62}$; г) $\sqrt{103}$.

10.37. Сколько целых чисел принадлежит промежутку:

а) $[1; \sqrt{5}]$; в) $[-\sqrt{3}; \sqrt{6}]$;

б) $(-\sqrt{2}; \sqrt{3})$; г) $(\sqrt{7}; 7)$?

Используя определение квадратного корня, решите уравнение:

10.38. а) $\sqrt{x-1} = 3$; в) $\sqrt{x+2} = 5$;

б) $\sqrt{4x+1} = 7$; г) $\sqrt{7x-1} = 1$.

10.39. а) $\sqrt{289-x^2} = 8$; в) $\sqrt{25-x^2} = 0$;

б) $\sqrt{x^2+144} = 13$; г) $\sqrt{x^2-144} = 5$.

10.40. Вычислите, не используя таблицу квадратов и микрокалькулятор:

а) $\sqrt{2116}$; б) $\sqrt{4225}$; в) $\sqrt{9801}$; г) $\sqrt{5329}$.

●**10.41.** Докажите, что значение квадратного корня не является целым числом:

а) $\sqrt{8467}$; б) $\sqrt{2215}$; в) $\sqrt{2113}$; г) $\sqrt{1228}$.

10.42. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{27}$; б) $\sqrt[3]{64}$; в) $\sqrt[3]{216}$; г) $\sqrt[3]{125}$.

10.43. Докажите, что:

а) $\sqrt[3]{1000} = 10$; в) $\sqrt[3]{0,001} = 0,1$;

б) $\sqrt[3]{3,375} = \frac{3}{2}$; г) $\sqrt[3]{7^{12}} = 7^4$.

§ 11. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

11.1. Является ли данное число иррациональным:

- а) $\sqrt{9}$; б) $\sqrt{12}$; в) $\sqrt{18}$; г) $\sqrt{25}$?

11.2. Проверьте справедливость соотношения:

- а) $6,1 < \sqrt{38} < 6,2$; в) $4,4 < \sqrt{20} < 4,5$;
б) $10,5 < \sqrt{111} < 10,6$; г) $21,5 < \sqrt{463} < 21,6$.

11.3. Между какими целыми числами находится число $\sqrt{7}$?

11.4. Найдите три иррациональных числа, которые находятся между числами 4 и 5.

Сравните числа:

- 11.5. а) $\sqrt{7}$ и 3; в) $\sqrt{5}$ и 2;
б) $\sqrt{17,3}$ и 4; г) $\sqrt{10}$ и 3,16.

- 11.6. а) $-\sqrt{12}$ и -4; в) $-\sqrt{19}$ и -4,5;
б) $-\sqrt{25,6}$ и -5; г) $-\sqrt{37}$ и -6,1.

о11.7. Докажите, что:

- а) сумма иррациональных чисел $6 + \sqrt{2}$ и $6 - \sqrt{2}$ является рациональным числом;
б) произведение иррациональных чисел $2 + \sqrt{3}$ и $2 - \sqrt{3}$ является рациональным числом;
в) сумма иррациональных чисел $3 + 2\sqrt{5}$ и $3 - 2\sqrt{5}$ является рациональным числом;
г) произведение иррациональных чисел $\sqrt{7} - \sqrt{27}$ и $\sqrt{7} + \sqrt{27}$ является рациональным числом.

о11.8. а) Приведите пример двух иррациональных чисел, сумма которых — рациональное число.

б) Приведите пример двух иррациональных чисел, сумма которых — иррациональное число.

о11.9. а) Приведите пример двух иррациональных чисел, произведение которых — рациональное число.

б) Приведите пример двух иррациональных чисел, произведение которых — иррациональное число.

- o11.10. Верно ли утверждение, что квадратный корень из рационального числа — иррациональное число?
- o11.11. Приведите примеры, показывающие, что квадратный корень из рационального числа может быть выражен:
- а) целым числом;
 - б) конечной десятичной дробью;
 - в) бесконечной десятичной непериодической дробью;
 - г) бесконечной десятичной периодической дробью.
- o11.12. Поясните, почему является иррациональным заданное число:
- а) $5 + \sqrt{3}$; б) $7 - \sqrt{2}$; в) $1 + \sqrt{8}$; г) $3 - \sqrt{5}$.
-

- 11.13. Докажите, что сумма рационального и иррационального чисел есть число иррациональное.
- 11.14. Докажите, что произведение рационального (отличного от нуля) и иррационального чисел есть число иррациональное.
- 11.15. Пусть r — рациональное число, α — иррациональное число. Рациональным или иррациональным является число:
- а) $r + \alpha$; б) α^2 ; в) 2α ; г) $r^2 - \alpha^2$?
- 11.16. Докажите, что на графике функции $y = \sqrt{2} \cdot x$ имеется только одна точка, у которой и абсцисса и ордината — целые числа. Постройте график этой функции.
- 11.17. Докажите, что на графике функции $y = \sqrt{3} \cdot x + \sqrt{3}$ имеется только одна точка, у которой и абсцисса и ордината — целые числа. Постройте график этой функции.

§ 12. МНОЖЕСТВО ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

- 12.1. Назовите несколько элементов множества:
- а) натуральных чисел;
 - б) иррациональных чисел;
 - в) целых чисел;
 - г) действительных чисел.

- 12.2. Назовите, если это возможно, несколько общих элементов:
а) множества рациональных и множества действительных чисел;
б) множества целых чисел и множества действительных чисел;
в) множества иррациональных и множества действительных чисел;
г) множества натуральных и множества иррациональных чисел.

- 12.3. Почему соответствие между множеством всех точек координатной прямой и множеством всех рациональных чисел нельзя назвать взаимно однозначным? Какие числа необходимо добавить к множеству рациональных чисел, чтобы каждой точке прямой соответствовало определенное число?

Сравните числа:

- 12.4. а) 7,5 и 7,498; в) 54,46 и 54,64;
 б) 3,1416 и 3,14159; г) 1,2112 и 1,2121.

- 12.5. а) $-0,25$ и $-0,26$; в) $-27,36$ и $-27,63$;
 б) $-5,123$ и $-5,1231$; г) $-7,3434$ и $-7,4343$.

- 12.6. а) $3,(7)$ и $\frac{26}{7}$; в) $6,(3)$ и $\frac{19}{3}$;
 б) $0,(1)$ и $\frac{1}{9}$; г) $4,(2)$ и $\frac{21}{5}$.

- 12.7. а) $4,8$ и $\sqrt{29}$; в) $-\sqrt{3}$ и $-\frac{71}{41}$;
 б) $-\sqrt{10}$ и $-3,16$; г) $\sqrt{45}$ и $5,9$.

- 12.8. Какое из чисел, x или y , больше, если:

- а) $x - y = 3$; в) $x - y = \sqrt{7}$;
б) $x - y = -0,01$; г) $x - y = -\sqrt{3}$?

- 12.9. Известно, что $a < b$. Может ли разность $a - b$ выражаться числом:

- а) 6,08; б) -5; в) 0; г) 3,72?

- 12.10. Даны выражения $a(a + 2)$ и $(a - 3)(a + 2)$. Не выполняя действий, сравните значения этих выражений при:

- а) $a = 2$; б) $a = -\sqrt{3}$; в) $a = 3,23$; г) $a = -\sqrt{5}$.

о12.11. Сравните числа x и y , если известно, что:

- а) $x = y - 5$; в) $y + 3 = x + 2\sqrt{2}$;
 б) $x + 1 = 2y$, где $y > 1$; г) $y - x = 1 + y^2$.

12.12. Какой знак имеют произведение mn и частное $\frac{m}{n}$, если известно, что:

- а) m и n — числа одного знака;
 б) m и n — числа разных знаков.

о12.13. Известно, что $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$, $d < 0$. Какой знак имеет выражение:

- а) $abcd$; б) $\frac{abd}{c}$; в) $\frac{ac}{bd}$; г) $a^2b^3c^4d^5$?

о12.14. На числовой прямой точками A и B (рис. 1) отмечены два из следующих чисел: $1,3$, $2,5$, π , $\frac{1}{\pi}$. Какое число соответствует точке A , а какое — точке B ?

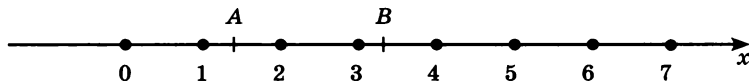


Рис. 1

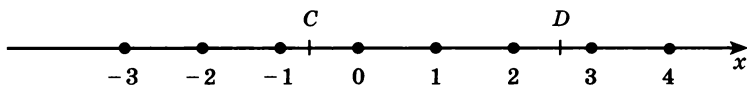


Рис. 2

о12.15. На числовой прямой точками C и D (рис. 2) отмечены два из следующих чисел: $\sqrt{8}$, $-1,2$, $0,5\pi$, $-\frac{\pi}{4}$. Какое число соответствует точке C , а какое — точке D ?

Расположите в порядке возрастания числа:

- 12.16. а) $\sqrt{5}$, 0 , $\frac{13}{6}$; в) $\frac{\pi}{6}$, $0,3$, $0,5$;
 б) π , 3 , $3,1$; г) $-3,2$, $-\sqrt{10}$, -3 .
- 12.17. а) 2π , $6,3$, $5,81$; в) $\frac{\pi}{2}$, $1,5$, $1,6$;
 б) 0 , $-\frac{4}{\sqrt{2}}$, $-\frac{15}{7}$; г) $-0,5$, $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, -1 .

12.18. Выясните, положительными или отрицательными являются числа p и q , если известно, что:

а) $pq > 0$; б) $p^2q < 0$; в) $\frac{p}{q} < 0$. г) $\frac{p}{q^2} > 0$;

12.19. Известно, что $a > 2$. Какой знак имеет выражение:

а) $3a - 6$; в) $\frac{-5}{2-a}$;
б) $\frac{a-2}{a-1}$; г) $(a-2)(1-a)$?

12.20. Известно, что $b < 3$. Какой знак имеет выражение:

а) $(b-1)^2(b-3)$; в) $14-4b$;
б) $\frac{b-4}{3-b}$; г) $\frac{b^2+1}{(b-7)(3-b)}$?

12.21. Какой знак имеет выражение $(s-1)(s-4)$, если известно, что:

а) $s < 1$; в) $1 < s < 4$;
б) $s > 4$; г) $s > 5$?

12.22. На числовой прямой отмечены точки K , L и M (рис. 3). Укажите координаты каждой из отмеченных точек, если известно, что ими являются числа:

а) $-\sqrt{3}$, -2 , $-\frac{\pi}{2}$; в) $\sqrt{5}$, $2,5$, $\frac{\sqrt{21}}{2}$;
б) $\sqrt{3}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}$, 1 ; г) $\sqrt{20}$, $4,5$, $\frac{3\pi}{2}$.

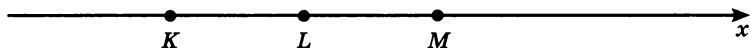


Рис. 3

§ 13. ФУНКЦИЯ $y = \sqrt{x}$, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

13.1. Постройте график функции $y = \sqrt{x}$.

С помощью графика найдите:

- а) значения y при $x = 4$; 7 ; 16 ;
б) значения x , если $y = 0$; 1 ; 3 ;
в) наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке $[0; 4]$;
г) при каких значениях x график функции расположен выше прямой $y = 1$, ниже прямой $y = 1$.

13.2. Используя график функции $y = \sqrt{x}$, найдите:

- а) значения y при $x = 0; 1; 2\frac{1}{4}$;
- б) значения x , если $y = 2; 2,5; 4$;
- в) наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке $[1; 9]$;
- г) при каких значениях x график функции расположен выше прямой $y = 2$, ниже прямой $y = 2$.

13.3. Постройте график функции $y = -\sqrt{x}$.

С помощью графика найдите:

- а) значения y при $x = 1; 2\frac{1}{4}; 9$;
- б) значения x , если $y = 0; -2; -4$;
- в) наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке $[2; 4]$;
- г) при каких значениях x график функции расположен выше прямой $y = -2$, ниже прямой $y = -2$.

13.4. Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sqrt{x}$ точка:

- а) $A(2; \sqrt{2})$;
- б) $B(1; 0)$;
- в) $C(6,25; 2,5)$;
- г) $D(-9; 3)$.

13.5. Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = -\sqrt{x}$ точка:

- а) $A(144; -12)$;
- б) $B(-4; 2)$;
- в) $C(3; -\sqrt{3})$;
- г) $D(2,25; 1,5)$.

Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \sqrt{x}$:

- 13.6. а) На отрезке $[0; 1]$;
б) на полуинтервале $(3; 9]$;
в) на отрезке $[1; 4]$;
г) на полуинтервале $[4; 7)$.

- 13.7. а) На луче $[0; +\infty)$;
б) на луче $[2; +\infty)$;
- в) на луче $[9; +\infty)$;
г) на луче $[5; +\infty)$.

13.8. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = -\sqrt{x}:$$

а) на отрезке $[0; 4]$;

б) на луче $[3; +\infty)$;

в) на отрезке $[1; 9]$;

г) на полуинтервале $(2; 9]$.

Решите графически уравнение:

о13.9. а) $\sqrt{x} = x$; в) $\sqrt{x} = 2$;

б) $\sqrt{x} = 6 - x$; г) $\sqrt{x} = -x^2$.

о13.10. а) $-\sqrt{x} = x - 2$; б) $-\sqrt{x} = 2 - 3x$.

Решите графически систему уравнений:

о13.11. а) $\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = x^2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = x; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 2x - 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = -x - 2. \end{cases}$

о13.12. а) $\begin{cases} y = -\sqrt{x}, \\ y = \frac{1}{2}x - 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = -\sqrt{x}, \\ y = -\frac{1}{2}x. \end{cases}$

13.13. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \sqrt{x}$. Найдите:

а) $f(9)$, $f\left(\frac{1}{4}\right)$, $f(6,25)$;

б) $f(a)$, $f(-a)$, $f(2a)$;

в) $f(a + 1)$, $f(2 - a)$, $f(3a - 1)$;

г) $f(a) + 1$, $f(2a) - 1$, $f(a - 3) + 1$.

о13.14. Дано: $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$. Докажите, что:

а) $f(x^4) = g(x)$;

б) $(f(x))^8 = g(x^2)$.

о13.15. Зная, что $f(x) = \sqrt{x}$, решите уравнение:

а) $f(x - 1) = 3$;

б) $f(2x) = 4$.

13.16. Укажите, на каком промежутке выпукла вверх, а на каком выпукла вниз функция, график которой изображен:

а) на рис. 4; б) на рис. 5; в) на рис. 6; г) на рис. 7.

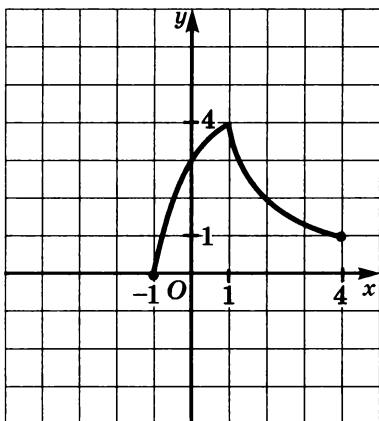


Рис. 4

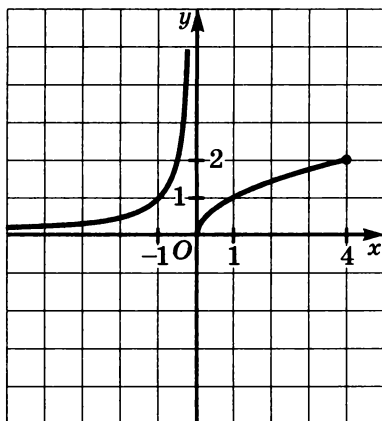


Рис. 5

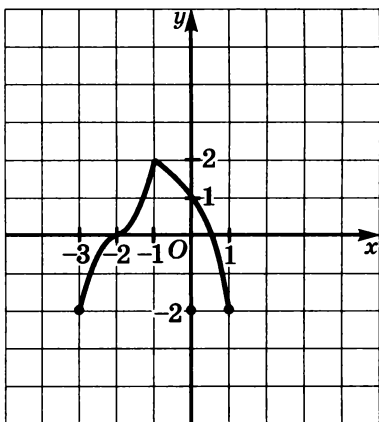


Рис. 6

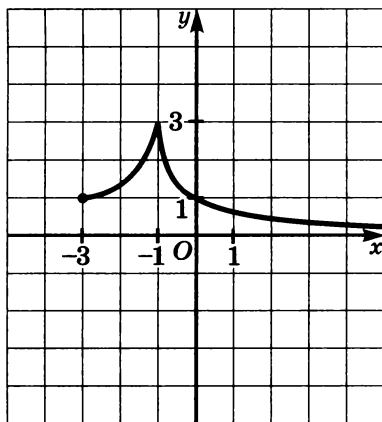


Рис. 7

13.17. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } x < 0; \\ \sqrt{x}, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

а) Найдите $f(-2)$, $f(0)$, $f(1)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) Перечислите свойства функции.

о13.18. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} x - 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 1; \\ -\sqrt{x}, & \text{если } 1 < x \leq 9. \end{cases}$

- а) Найдите $f(-2)$, $f(1)$, $f(4)$, $f(9)$.
б) Постройте график функции $y = f(x)$.
в) Перечислите свойства функции.
-

13.19. Дана функция $y = \sqrt{x}$. Укажите, какому промежутку принадлежит переменная x , если на этом промежутке:

- а) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = 1$; в) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = 3$;
б) $y_{\text{наим}} = 2$, $y_{\text{наиб}} = 4$; г) $y_{\text{наим}} = 1$, $y_{\text{наиб}} = 5$.

Дана функция $y = \sqrt{x}$. Укажите, какому промежутку принадлежит переменная y , если:

- 13.20. а) $x \in [0; 9]$; в) $x \in [1; 4]$;
б) $x \in [4; +\infty)$; г) $x \in [9; +\infty)$.

- 13.21. а) $x \in [2; 4]$; в) $x \in [3; 9]$;
б) $x \in (4; 7]$; г) $x \in [1; 5)$.

13.22. Дана функция $y = \sqrt{x}$. Укажите, какому промежутку принадлежит переменная x , если:

- а) $y \in [1; 3]$; в) $y \in [2; 4]$;
б) $y \in [2; +\infty)$; г) $y \in [3; +\infty)$.

13.23. Дана функция $y = -\sqrt{x}$. Укажите, какому промежутку принадлежит переменная x , если на этом промежутке:

- а) $y_{\text{наим}} = -3$, $y_{\text{наиб}} = 0$; б) $y_{\text{наим}} = -2$, $y_{\text{наиб}} = -1$.

Используя график функции $y = \sqrt{x}$, запишите промежуток, которому удовлетворяет переменная y , если:

- 13.24. а) $0 \leq x \leq 4$; в) $4 \leq x \leq 9$;
б) $2 < x < 9$; г) $3 < x < 4$.

- 13.25. а) $x > 1$; в) $x \leq 4$;
б) $0 < x \leq 5$; г) $0 \leq x < 10$.

Используя график функции $y = \sqrt{x}$, запишите промежуток, которому удовлетворяет переменная x , если:

- 13.26. а) $0 \leq y \leq 2$; в) $1 \leq y \leq 3$;
б) $1 < y < 4$; г) $2 < y < 3$.

- 13.27. а) $y > 1$; в) $y < 2$;
б) $y \leq 3$; г) $y \geq 1$.

13.28. Используя график функции $y = -\sqrt{x}$, определите, какому промежутку принадлежит переменная y , если:

- а) $x \in [1; 3]$; в) $x \in [2; 4]$;
б) $x \in [4; +\infty)$; г) $x \in [1; +\infty)$.

13.29. Постройте график функции:

- а) $y = 2\sqrt{x}$; в) $y = 0,5\sqrt{x}$;
б) $y = -0,5\sqrt{x}$; г) $y = -2\sqrt{x}$.

●13.30. Решите графически уравнение:

- а) $2\sqrt{x} = x$; б) $2\sqrt{x} = 3 - x$.

●13.31. Постройте график функции:

- а) $y = \sqrt{-x}$; б) $y = -\sqrt{-x}$.

●13.32. Постройте график уравнения:

- а) $x = y^2$; б) $(y - x^2)(y^2 - x) = 0$.

§ 14. СВОЙСТВА КВАДРАТНЫХ КОРНЕЙ

Вычислите:

- 14.1. а) $\sqrt{4 \cdot 9}$; в) $\sqrt{49 \cdot 81}$;
б) $\sqrt{16 \cdot 25}$; г) $\sqrt{64 \cdot 36}$.

- 14.2. а) $\sqrt{0,01 \cdot 0,09}$; в) $\sqrt{0,04 \cdot 1,21}$;
б) $\sqrt{0,36 \cdot 0,49}$; г) $\sqrt{0,81 \cdot 0,81}$.

Вычислите:

○14.3. а) $\sqrt{25 \cdot 16 \cdot 9}$; в) $\sqrt{81 \cdot 100 \cdot 4}$;
б) $\sqrt{0,64 \cdot 0,36 \cdot 9}$; г) $\sqrt{0,01 \cdot 81 \cdot 0,25}$.

14.4. а) $\sqrt{\frac{9}{25}}$; б) $\sqrt{\frac{36}{121}}$; в) $\sqrt{\frac{144}{169}}$; г) $\sqrt{\frac{1}{64}}$.

14.5. а) $\sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49}}$; б) $\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{25}{9}}$; в) $\sqrt{\frac{9}{49} \cdot \frac{1}{16}}$; г) $\sqrt{\frac{100}{121} \cdot \frac{4}{81}}$.

14.6. а) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$; б) $\sqrt{5\frac{4}{9}}$; в) $\sqrt{1\frac{13}{36}}$; г) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$.

○14.7. а) $\sqrt{1\frac{7}{9} \cdot \frac{4}{25}}$; в) $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot \frac{49}{81}}$;

б) $\sqrt{3\frac{1}{16} \cdot 2\frac{14}{25}}$; г) $\sqrt{5\frac{1}{16} \cdot 2\frac{34}{81}}$.

14.8. а) $\sqrt{4^4}$; б) $\sqrt{5^8}$; в) $\sqrt{9^6}$; г) $\sqrt{6^4}$.

14.9. а) $\sqrt{5^4}$; б) $\sqrt{(-2)^8}$; в) $\sqrt{2^{12}}$; г) $\sqrt{(-5)^2}$.

○14.10. а) $\sqrt{3^4 \cdot 5^2}$; б) $\sqrt{2^6 \cdot 7^4}$; в) $\sqrt{7^2 \cdot 3^6}$; г) $\sqrt{2^4 \cdot 5^2}$.

○14.11. а) $\sqrt{\frac{81 \cdot 25}{16}}$; б) $\sqrt{\frac{9 \cdot 16}{25 \cdot 49}}$; в) $\sqrt{\frac{36}{49 \cdot 121}}$; г) $\sqrt{\frac{121 \cdot 256}{25 \cdot 100}}$.

Используя свойства квадратного корня, найдите с помощью таблицы квадратов значение выражения:

14.12. а) $\sqrt{115\,600}$; б) $\sqrt{577\,600}$; в) $\sqrt{608\,400}$; г) $\sqrt{902\,500}$.

14.13. а) $\sqrt{20,25}$; б) $\sqrt{43,56}$; в) $\sqrt{96,04}$; г) $\sqrt{37,21}$.

14.14. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{a^2}$, если $a = 15$; в) $-3\sqrt{b^6}$, если $b = 2$;

б) $2\sqrt{a^4}$, если $a = 7$; г) $5\sqrt{y^8}$, если $y = -2$.

Упростите выражение*:

14.15. а) $\sqrt{9a^{16}}$; б) $\sqrt{36b^8}$; в) $\sqrt{49c^4}$; г) $\sqrt{81d^6}$.

14.16. а) $-5\sqrt{4x^2}$; в) $-0,1\sqrt{100z^8}$;

б) $-3\sqrt{9y^6}$; г) $-\sqrt{0,25t^2}$.

14.17. а) $\sqrt{x^2y^4}$; б) $\sqrt{z^6t^8}$; в) $\sqrt{m^{12}n^{16}}$; г) $\sqrt{p^8q^{10}}$.

14.18. а) $\sqrt{25a^4b^6}$; в) $\sqrt{36m^2n^8}$;

б) $\sqrt{\frac{81}{49}p^{12}q^{26}}$; г) $\sqrt{\frac{1}{4}r^{18}s^2}$.

14.19. а) $\sqrt{\frac{4a^2}{b^6}}$; в) $\sqrt{\frac{49a^{18}}{81b^6}}$;

б) $\sqrt{\frac{169a^{18}}{25b^{30}}}$; г) $\sqrt{\frac{576a^{12}}{25b^{26}}}$.

Используя свойства квадратных корней, найдите значение числового выражения:

14.20. а) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$; в) $\sqrt{63} \cdot \sqrt{7}$;

б) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5}$; г) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{90}$.

14.21. а) $\sqrt{1,3} \cdot \sqrt{5,2}$; в) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{10}$;

б) $\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{0,7}$; г) $\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{50}$.

14.22. а) $\sqrt{0,05} \cdot \sqrt{45}$; в) $\sqrt{2,7} \cdot \sqrt{1,2}$;

б) $\sqrt{1,92} \cdot \sqrt{3}$; г) $\sqrt{16,9} \cdot \sqrt{0,4}$.

14.23. а) $\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{160}}$; б) $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{12}}$; в) $\frac{\sqrt{117}}{\sqrt{52}}$; г) $\frac{\sqrt{999}}{\sqrt{111}}$.

14.24. а) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}}$; б) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{192}}$; в) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{242}}$; г) $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{27}}$.

* Всяду в этом параграфе предполагается, что переменные принимают только положительные значения.

о14.25. Вычислите:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-4} \cdot (3)^{-2}; & \text{в) } (\sqrt{6})^{-4} + \left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}; \\ \text{б) } \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{-4} : (3)^{-3}; & \text{г) } \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \cdot (\sqrt{6})^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2}. \end{array}$$

о14.26. Найдите значение выражения наиболее рациональным способом:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \sqrt{13^2 - 12^2}; & \text{в) } \sqrt{41^2 - 40^2}; \\ \text{б) } \sqrt{25^2 - 24^2}; & \text{г) } \sqrt{85^2 - 84^2}. \end{array}$$

14.27. Докажите, что:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 20\sqrt{\frac{a}{400}} = \sqrt{a}; & \text{в) } \sqrt{c} = \frac{1}{15} \cdot \sqrt{225c}, \\ \text{б) } \sqrt{b} = \frac{1}{13} \cdot \sqrt{169b}; & \text{г) } 12 \cdot \sqrt{\frac{d}{144}} = \sqrt{d}. \end{array}$$

Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} \text{14.28. а) } \sqrt{8^2 + 15^2}; & \text{в) } \sqrt{5^2 + 12^2}; \\ \text{б) } \sqrt{145^2 - 144^2}; & \text{г) } \sqrt{313^2 - 312^2}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{14.29. а) } \sqrt{72,5^2 - 71,5^2}; & \text{в) } \sqrt{98,5^2 - 97,5^2}; \\ \text{б) } \sqrt{6,8^2 - 3,2^2}; & \text{г) } \sqrt{21,8^2 - 18,2^2}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{14.30. а) } \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}; & \text{в) } \sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}}; \\ \text{б) } \sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}; & \text{г) } \sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}}. \end{array}$$

14.31. Вычислите, не используя таблицу квадратов чисел и микрокалькулятор:

$$\text{а) } \sqrt{4356}; \quad \text{б) } \sqrt{8464}; \quad \text{в) } \sqrt{3844}; \quad \text{г) } \sqrt{9025}.$$

14.32. Зная, что $\sqrt{60} \approx 7,7$, найдите приближенное значение выражения:

а) $\sqrt{0,6}$; б) $\sqrt{240}$; в) $\sqrt{6000}$; г) $\sqrt{540}$.

14.33. Зная, что $\sqrt{90} \approx 9,5$, найдите приближенное значение выражения:

а) $\sqrt{810}$; б) $\sqrt{360} + 2$; в) $\sqrt{2250}$; г) $\sqrt{9000} - 4$.

14.34. Представьте в виде произведения квадратных корней выражение $\sqrt{xy}$, если:

а) $x > 0, y > 0$; б) $x < 0, y < 0$.

14.35. Подберите две пары значений переменных, при которых заданное равенство верно, и две пары значений переменных, при которых заданное равенство неверно:

а) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$; в) $\sqrt{a-b} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$;

б) $\sqrt{ab} = a\sqrt{b}$; г) $\sqrt{ab} = ab$.

●14.36. Известно, что $f(x) = -\sqrt{x}$. Докажите, что:

а) $f(4x) = 2f(x)$; в) $f(0,01x) = 0,1f(x)$;

б) $f(x^4) = -(f(x))^4$; г) $f(x^5) = x^2f(x)$.

§ 15. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ ОПЕРАЦИЮ ИЗВЛЕЧЕНИЯ КВАДРАТНОГО КОРНЯ

Вынесите множитель из-под знака корня:

15.1. а) $\sqrt{9 \cdot 3}$; б) $\sqrt{2 \cdot 144}$; в) $\sqrt{36 \cdot 5}$; г) $\sqrt{196 \cdot 7}$.

15.2. а) $\sqrt{\frac{2}{25}}$; б) $\sqrt{\frac{121}{10}}$; в) $\sqrt{\frac{6}{49}}$; г) $\sqrt{\frac{225}{2}}$.

15.3. а) $\sqrt{\frac{25}{16 \cdot 2}}$; б) $\sqrt{\frac{36 \cdot 2}{169 \cdot 5}}$; в) $\sqrt{\frac{6 \cdot 49}{121}}$; г) $\sqrt{\frac{144 \cdot 3}{7 \cdot 25}}$.

15.4. а) $\sqrt{12}$; б) $\sqrt{20}$; в) $\sqrt{32}$; г) $\sqrt{54}$.

Вынесите множитель из-под знака корня:

15.5. а) $\sqrt{275}$; б) $\sqrt{363}$; в) $\sqrt{675}$; г) $\sqrt{108}$.

15.6. а) $\frac{2}{3}\sqrt{45}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt{120}$; в) $\frac{1}{10}\sqrt{200}$; г) $\frac{1}{5}\sqrt{150}$.

15.7. а) $\sqrt{\frac{8}{27}}$; б) $\sqrt{\frac{40}{63}}$; в) $\sqrt{\frac{54}{125}}$; г) $\sqrt{\frac{243}{128}}$.

15.8. а) $\sqrt{1\frac{1}{12}}$; б) $\sqrt{10\frac{1}{8}}$; в) $\sqrt{1\frac{13}{32}}$; г) $\sqrt{1\frac{17}{81}}$.

015.9. Сравните значения выражений:

а) $A = 3\sqrt{50}$, $B = 2\sqrt{98}$; в) $A = 4\sqrt{48}$, $B = 5\sqrt{27}$;

б) $A = 3\sqrt{\frac{8}{9}}$, $B = \frac{1}{2}\sqrt{48}$; г) $A = \frac{1}{7}\sqrt{80}$, $B = 2\sqrt{\frac{24}{49}}$.

Вынесите множитель из-под знака корня*:

15.10. а) $\sqrt{4a}$; б) $\sqrt{25b}$; в) $\sqrt{16c}$; г) $\sqrt{49d}$.

15.11. а) $\sqrt{a^3}$; б) $\sqrt{b^5}$; в) $\sqrt{c^7}$; г) $\sqrt{d^{11}}$.

15.12. а) $\sqrt{x^{15}y^2}$; б) $\sqrt{x^8t^9}$; в) $\sqrt{m^{21}n^{16}}$; г) $\sqrt{p^{10}q^{13}}$.

15.13. а) $\sqrt{100x^3}$; б) $\sqrt{32y^4}$; в) $\sqrt{96z^5}$; г) $\sqrt{50t^{10}}$.

15.14. а) $\sqrt{\frac{m^3}{n^3}}$; б) $\sqrt{\frac{x^3}{8y^3}}$; в) $\sqrt{\frac{81c^6}{a^3}}$; г) $\sqrt{\frac{32c^7}{9b^6}}$.

015.15. а) $\sqrt{\frac{50m^4n^3}{9r^4}}$; б) $\sqrt{\frac{9x^2y}{4z^2}}$; в) $\sqrt{\frac{72a^6b^7}{49y^8}}$; г) $\sqrt{\frac{27x^{11}y^{13}}{25w^6}}$.

Внесите множитель под знак корня:

15.16. а) $2\sqrt{3}$; б) $5\sqrt{2}$; в) $11\sqrt{5}$; г) $7\sqrt{6}$.

15.17. а) $-3\sqrt{8}$; б) $-11\sqrt{3}$; в) $-13\sqrt{5}$; г) $-6\sqrt{2}$.

* Всяду в этом параграфе предполагается, что переменные принимают только положительные значения.

Внесите множитель под знак корня:

15.18. а) $\frac{1}{4}\sqrt{32}$; б) $-\frac{2}{3}\sqrt{15}$; в) $-\frac{5}{2}\sqrt{8}$; г) $\frac{4}{7}\sqrt{35}$.

15.19. а) $x\sqrt{12}$; б) $y\sqrt{32}$; в) $z\sqrt{5}$; г) $t\sqrt{11}$.

15.20. а) $a^2\sqrt{7}$; б) $-b\sqrt{10}$; в) $c^2\sqrt{11}$; г) $-d\sqrt{3}$.

о15.21. а) $-3x^2\sqrt{\frac{1}{3}}$; в) $-5m^6\sqrt{5m}$;

б) $4x^2y\sqrt{0,5xy}$; г) $\frac{1}{2}p\sqrt{\frac{20q}{p}}$.

о15.22. Расположите в порядке возрастания числа:

а) 6, $2\sqrt{8}$, 5, $\sqrt{26}$; в) 4, $3\sqrt{2}$, $4\frac{1}{2}$, $\sqrt{19}$;

б) 2, $\sqrt{7}$, $2\sqrt{3}$, 3; г) 1, $\frac{\sqrt{7}}{3}$, $\frac{1}{2}\sqrt{3}$, 0,7.

Упростите выражение:

15.23. а) $2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 5\sqrt{x}$;

б) $5\sqrt{a} + 3\sqrt{b} - \sqrt{a} + 2\sqrt{b}$;

в) $\sqrt{z} - 3\sqrt{z} + 9\sqrt{z}$;

г) $8\sqrt{c} + \sqrt{d} - \sqrt{d} - 4\sqrt{c}$.

о15.24. а) $\sqrt{216} - 2\sqrt{6}$;

в) $\sqrt{125} + 7\sqrt{5}$;

б) $\sqrt{20} + \sqrt{125}$;

г) $\sqrt{32} - \sqrt{128}$.

о15.25. а) $5\sqrt{3} - \sqrt{300} - \sqrt{27}$;

в) $3\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{80}$;

б) $2\sqrt{125} + 2\sqrt{20} - \frac{1}{2}\sqrt{80}$;

г) $3\sqrt{12} + 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\sqrt{27}$.

о15.26. а) $\sqrt{9a} + \sqrt{25a} - \sqrt{36a}$;

б) $5\sqrt{3x} + \frac{1}{2}\sqrt{12x} - 10\sqrt{0,03x}$;

в) $\sqrt{5b} - 2\sqrt{20b} - 3\sqrt{80b}$;

г) $3\sqrt{2y} - \sqrt{8y} + 0,1\sqrt{200y}$.

Упростите выражение:

○15.27. а) $\sqrt{a^3b} + \frac{2}{3a}\sqrt{a^5b}$;

б) $\sqrt{m^5} + 4m\sqrt{m^3} - m^2\sqrt{m}$;

в) $2a\sqrt{a^7b} - \sqrt{a^9b}$;

г) $\sqrt{81d^3} - 5d\sqrt{d} + \frac{3}{d}\sqrt{4d^5}$.

○15.28. а) $(6\sqrt{12} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3}$;

в) $(\sqrt{32} + 2\sqrt{18}) \cdot \sqrt{2}$;

б) $(3\sqrt{5} - 2\sqrt{20}) \cdot \sqrt{5}$;

г) $(2\sqrt{50} - 5\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$.

○15.29. а) $\sqrt{x}(\sqrt{a} - \sqrt{x})$;

в) $(\sqrt{c} + \sqrt{d}) \cdot \sqrt{c}$;

б) $\sqrt{mn}(\sqrt{m} + \sqrt{n})$;

г) $(\sqrt{p} - \sqrt{q}) \cdot \sqrt{pq}$.

○15.30. а) $(\sqrt{50} + \sqrt{6}) : \sqrt{2}$;

в) $(\sqrt{12} - \sqrt{15}) : \sqrt{3}$;

б) $(12\sqrt{45} - 6\sqrt{20}) : 3\sqrt{5}$;

г) $(4\sqrt{75} + 2\sqrt{12}) : 2\sqrt{3}$.

○15.31. а) $(2 + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 1)$;

в) $(3 - \sqrt{5})(5 + \sqrt{5})$;

б) $(5 + \sqrt{15})(\sqrt{3} - \sqrt{5})$;

г) $(3 + \sqrt{21})(\sqrt{3} - \sqrt{7})$.

○15.32. а) $(a + \sqrt{b})(2a - 3\sqrt{b})$;

в) $(\sqrt{x} - 2y)(2\sqrt{x} + y)$;

б) $(2\sqrt{a} - 5\sqrt{3b})(2\sqrt{a} + \sqrt{3b})$;

г) $(\sqrt{m} - 2\sqrt{n})(\sqrt{m} - \sqrt{n})$.

Выполните действия, используя формулы сокращенного умножения:

15.33. а) $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})$;

в) $(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2})$;

б) $(7 - 5\sqrt{2})(7 + 5\sqrt{2})$;

г) $(8 + 3\sqrt{7})(8 - 3\sqrt{7})$.

15.34. а) $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})$;

в) $(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)$;

б) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$;

г) $(\sqrt{3p} - \sqrt{q})(\sqrt{3p} + \sqrt{q})$.

$$15.35. \text{ а) } (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2; \quad \text{ в) } (\sqrt{m} - \sqrt{n})^2;$$

$$\text{ б) } (\sqrt{x} - 3\sqrt{y})^2; \quad \text{ г) } (\sqrt{t} + 2\sqrt{x})^2.$$

$$15.36. \text{ а) } (\sqrt{2} + 4)^2; \quad \text{ в) } (2 + \sqrt{17})^2;$$

$$\text{ б) } (\sqrt{5} - 1)^2; \quad \text{ г) } (3 - \sqrt{8})^2.$$

$$\circ 15.37. \text{ а) } (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2; \quad \text{ в) } (3\sqrt{5} - 5\sqrt{3})^2;$$

$$\text{ б) } (\sqrt{6} + \sqrt{12})^2; \quad \text{ г) } (\sqrt{14} + \sqrt{8})^2.$$

$$\circ 15.38. \text{ а) } (\sqrt{m} - \sqrt{n})(m + \sqrt{mn} + n);$$

$$\text{ б) } (c + \sqrt{d})(c^2 - \sqrt{d} + d);$$

$$\text{ в) } (\sqrt{r} - 2\sqrt{n})(r + 2\sqrt{rn} + 4n);$$

$$\text{ г) } (2\sqrt{s} + 3t)(4s - 6t\sqrt{s} + 9t^2).$$

Освободите выражение от иррациональности в знаменателе:

$$15.39. \text{ а) } \frac{x}{\sqrt{7}}; \quad \text{ б) } \frac{2}{3\sqrt{2}}; \quad \text{ в) } \frac{y}{\sqrt{y}}; \quad \text{ г) } \frac{42}{5\sqrt{p}}.$$

$$15.40. \text{ а) } \frac{3}{\sqrt{a+b}}; \quad \text{ б) } \frac{a+3}{\sqrt{a^2-9}}; \quad \text{ в) } \frac{1}{\sqrt{c-d}}; \quad \text{ г) } \frac{b-2}{\sqrt{4-b^2}}.$$

$$\circ 15.41. \text{ а) } \frac{4a}{\sqrt{2a}}; \quad \text{ б) } \frac{a^2b}{\sqrt{ab^3}}; \quad \text{ в) } \frac{c^2}{\sqrt{c^5}}; \quad \text{ г) } \frac{9a^2bc}{\sqrt{27ab^3c}}.$$

$$\circ 15.42. \text{ а) } \frac{5}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}; \quad \text{ б) } \frac{1}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}; \quad \text{ в) } \frac{3}{\sqrt{m} - \sqrt{n}}; \quad \text{ г) } \frac{6}{(\sqrt{p} + \sqrt{q})^3}.$$

$$\circ 15.43. \text{ а) } \frac{4}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}; \quad \text{ в) } \frac{6}{\sqrt{15} + \sqrt{12}};$$

$$\text{ б) } \frac{4}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}; \quad \text{ г) } \frac{36}{\sqrt{18} - \sqrt{12}}.$$

$$\circ 15.44. \text{ а) } \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}}; \quad \text{ б) } \frac{\sqrt{5} - 3}{3 + \sqrt{5}}; \quad \text{ в) } \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}; \quad \text{ г) } \frac{5 + \sqrt{7}}{5 - \sqrt{7}}.$$

Освободите выражение от иррациональности в знаменателе:

○15.45. а) $\frac{x}{x + \sqrt{y}}$; б) $\frac{a^2 - b}{a - \sqrt{b}}$; в) $\frac{s}{2s + \sqrt{3r}}$; г) $\frac{25b^2 - 3a}{\sqrt{3a} - 5b}$.

○15.46. а) $\frac{1}{\sqrt{a+3} - 2}$; б) $\frac{2}{3 - \sqrt{2x-1}}$;

б) $\frac{y-3}{\sqrt{4-y}+1}$; г) $\frac{3-b}{2 - \sqrt{b+1}}$.

○15.47. а) $\frac{p - \sqrt{pq} + q}{\sqrt{p} - \sqrt{q}}$; б) $\frac{x - 3\sqrt{x} + 9}{\sqrt{x} - 3}$;

б) $\frac{4 + 2\sqrt{t} + t}{2 + \sqrt{t}}$; г) $\frac{a + 2\sqrt{ab} + 4b}{\sqrt{a} + 2\sqrt{b}}$.

Разложите выражение на множители методом вынесения общего множителя за скобки:

○15.48. а) $5 + \sqrt{5}$; б) $\sqrt{b} - b$; в) $3 - \sqrt{3}$; г) $\sqrt{a} + a$.

○15.49. а) $10 + 5\sqrt{3}$; б) $20 + 60\sqrt{7}$;

б) $8 - 4\sqrt{2}$; г) $45 - 9\sqrt{5}$.

○15.50. а) $\sqrt{10} - \sqrt{6}$; б) $\sqrt{14} + \sqrt{35}$;

б) $2 + \sqrt{6} - \sqrt{2}$; г) $7 + \sqrt{14} - \sqrt{7}$.

15.51. а) $a - 2\sqrt{a}$; б) $\sqrt{a} - 2a$;

б) $\sqrt{3b} - b$; г) $a + \sqrt{ab}$.

○15.52. а) $a + b + \sqrt{a+b}$; б) $3a - 3b - 2\sqrt{a-b}$;

б) $\sqrt{a^2 - b^2} - \sqrt{a+b}$; г) $a\sqrt{a-b} + \sqrt{a^2 - b^2}$.

о15.53. Разложите выражение на множители способом группировки, используя определение и свойства квадратного корня:

а) $a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + a\sqrt{b} + b\sqrt{a}$;

б) $2 + b\sqrt{a} - 2\sqrt{ab} - \sqrt{b}$;

в) $a\sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{ab} - 1$;

г) $ab + a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + \sqrt{ab}$.

Разложите выражение на множители, используя формулу разности квадратов:

о15.54. а) $a^2 - 5$; б) $25 - p$; в) $11 - b^2$; г) $m - 100$.

о15.55. а) $b - 3$; б) $16z - 5$; в) $a - c$; г) $7 - 64t$.

Представьте выражение в виде квадрата двучлена:

о15.56. а) $1 - 2\sqrt{p} + p$; в) $c - 2\sqrt{cd} + d$;

б) $x + 6y\sqrt{x} + 9y^2$; г) $q + 4p\sqrt{q} + 4p^2$.

о15.57. а) $49a - 14\sqrt{ab} + b$; в) $9m - 6\sqrt{mn} + n$;

б) $3c^2 + 10c\sqrt{3} + 25$; г) $2a + 2b\sqrt{2a} + b^2$.

о15.58. а) $4 + 4\sqrt{3} + 3$; в) $2 + 2\sqrt{2} + 1$;

б) $3 - 2\sqrt{2}$; г) $7 - 4\sqrt{3}$.

Сократите дробь:

15.59. а) $\frac{a^2 - 7}{a - \sqrt{7}}$; б) $\frac{b + \sqrt{3}}{3 - b^2}$; в) $\frac{c^2 - 11}{c - \sqrt{11}}$; г) $\frac{b + \sqrt{21}}{21 - b^2}$.

15.60. а) $\frac{x - 9}{\sqrt{x} + 3}$; б) $\frac{m - n}{\sqrt{m} - \sqrt{n}}$; в) $\frac{9 - \sqrt{t}}{t - 81}$; г) $\frac{\sqrt{r} + \sqrt{s}}{r - s}$.

о15.61. а) $\frac{3\sqrt{x} - 4\sqrt{y}}{9x - 16y}$; в) $\frac{25a - 49b}{5\sqrt{a} + 7\sqrt{b}}$;

б) $\frac{121a^2 - 144b}{12\sqrt{b} - 11a}$; г) $\frac{9\sqrt{ab} - 4\sqrt{c}}{16c - 81ab}$.

Сократите дробь:

○15.62. а) $\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{6}}$; б) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{1 + \sqrt{3}}$; в) $\frac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{6}}$; г) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + 1}$.

○15.63. а) $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{6}}{\sqrt{15} - 3}$; б) $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{6}}{5 - \sqrt{10}}$;
в) $\frac{\sqrt{15} + \sqrt{10}}{\sqrt{21} + \sqrt{14}}$; г) $\frac{\sqrt{18} + \sqrt{12}}{\sqrt{15} + \sqrt{10}}$.

○15.64. а) $\frac{4a + 4\sqrt{3}}{3 - a^2}$; б) $\frac{x - 25}{3\sqrt{x} + 15}$;
в) $\frac{x - y}{\sqrt{5y} - \sqrt{5x}}$; г) $\frac{\sqrt{mn} + n}{m - n}$.

○15.65. а) $\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$; б) $\frac{\sqrt{s} - \sqrt{r}}{r - 2\sqrt{rs} + s}$;
в) $\frac{x^2 - 6x\sqrt{y} + 9y}{3\sqrt{y} - x}$; г) $\frac{\sqrt{3a} + \sqrt{5b}}{3a + 5b + \sqrt{60ab}}$.

○15.66. а) $\frac{x + 4\sqrt{xy} + 4y}{x - 4y}$; б) $\frac{x^2 - 25y}{x^2 + 5y - x\sqrt{20y}}$;
в) $\frac{2a + 6\sqrt{2ab} + 9b}{6a - 27b}$; г) $\frac{6x^2y - 2xy^2}{3x + y - \sqrt{12xy}}$.

○15.67. а) $\frac{\sqrt{a^3} + \sqrt{b^3}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$; б) $\frac{x\sqrt{x} - 8}{\sqrt{x} - 2}$; в) $\frac{\sqrt{c^3} - \sqrt{d^3}}{c + \sqrt{cd} + d}$; г) $\frac{27 + a\sqrt{a}}{3 + \sqrt{a}}$.

○15.68. Упростите выражение:

а) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{5} - \frac{\sqrt{x}}{5}$;
б) $\frac{11\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{4\sqrt{x}}$;
в) $\frac{\sqrt{m}}{12} - \frac{\sqrt{m} + \sqrt{n}}{12}$;
г) $\frac{2\sqrt{c} - \sqrt{d}}{5\sqrt{c}} - \frac{8\sqrt{c} + 6\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} + \frac{\sqrt{c} - 3\sqrt{d}}{5\sqrt{c}}$.

Упростите выражение:

○15.69. а) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \frac{3}{\sqrt{a}+3};$

в) $\frac{4}{\sqrt{q}-4} - \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{q}-4};$

б) $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}-13} + \frac{13}{13-\sqrt{n}};$

г) $\frac{\sqrt{t}}{3-\sqrt{t}} + \frac{3}{\sqrt{t}-3}.$

○15.70. а) $\frac{a}{\sqrt{a}-3} - \frac{9}{\sqrt{a}-3};$

в) $\frac{c}{\sqrt{c}+9} - \frac{81}{\sqrt{c}+9};$

б) $\frac{c}{\sqrt{c}-10} - \frac{20\sqrt{c}-100}{\sqrt{c}-10};$

г) $\frac{d}{\sqrt{d}+7} + \frac{14\sqrt{d}+49}{\sqrt{d}+7}.$

○15.71. а) $\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{yz}};$

в) $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{cd}} - \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{dm}};$

б) $\frac{\sqrt{m}-\sqrt{n}}{\sqrt{mn}} + \frac{\sqrt{m}-\sqrt{r}}{\sqrt{nr}};$

г) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\sqrt{bc}}.$

○15.72. а) $\frac{4}{\sqrt{a}-5} + \frac{1}{\sqrt{a}};$

в) $\frac{\sqrt{b}+1}{\sqrt{b}-2} - \frac{\sqrt{b}+3}{\sqrt{b}};$

б) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}};$

г) $\frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} - \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}}.$

○15.73. а) $\frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-12} - \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}-8};$

в) $\frac{\sqrt{c}-2}{3\sqrt{c}+3} - \frac{3\sqrt{c}-4}{7\sqrt{c}+7};$

б) $\frac{\sqrt{p}+1}{p-\sqrt{pq}} - \frac{\sqrt{q}+1}{\sqrt{pq}-q};$

г) $\frac{\sqrt{d}+3}{\sqrt{cd}+d} - \frac{\sqrt{c}-3}{\sqrt{cd}+c}.$

○15.74. Проверьте равенство:

а) $\frac{2}{5+2\sqrt{6}} + \frac{2}{5-2\sqrt{6}} = 20;$

б) $\frac{6}{7-4\sqrt{3}} - \frac{6}{7+4\sqrt{3}} = \frac{144}{\sqrt{3}};$

в) $\frac{3}{5\sqrt{2}-7} + \frac{3}{5\sqrt{2}+7} = 30\sqrt{2};$

г) $\frac{1}{9+4\sqrt{5}} - \frac{1}{9-4\sqrt{5}} = -2\sqrt{80}.$

○15.75. Докажите тождество:

$$a) \frac{4\sqrt{ab}}{a-4b} + \frac{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}} = \frac{a+4b}{a-4b};$$

$$б) \frac{2\sqrt{a}-3\sqrt{b}}{2\sqrt{a}+3\sqrt{b}} - \frac{12\sqrt{ab}}{9b-4a} = \frac{4a+9b}{4a-9b}.$$

Упростите выражение:

$$\text{○15.76. а) } \frac{\sqrt{a}}{x-3\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{a}}{3\sqrt{x}-9}; \quad \text{в) } \frac{\sqrt{rx}+r}{x} : \frac{\sqrt{x}+\sqrt{r}}{\sqrt{x}};$$

$$б) \frac{\sqrt{a}+a}{\sqrt{n}} \cdot \frac{n}{3+3\sqrt{a}}; \quad \text{г) } \frac{6\sqrt{n}}{n-\sqrt{n}} : \frac{3\sqrt{an}}{2\sqrt{n}-2}.$$

$$\text{○15.77. а) } \frac{x-16}{8x} : \frac{\sqrt{x}+4}{4\sqrt{x}}; \quad \text{в) } \frac{5-\sqrt{y}}{\sqrt{y}} \cdot \frac{7y}{y-25};$$

$$б) \frac{z-25}{z-3\sqrt{z}} : \frac{\sqrt{z}+5}{9-z}; \quad \text{г) } \frac{3c-3d}{c+\sqrt{cp}} \cdot \frac{\sqrt{c}+\sqrt{p}}{6\sqrt{d}-6\sqrt{c}}.$$

$$\text{○15.78. а) } \frac{x-10\sqrt{x}+25}{3\sqrt{x}+12} : \frac{2\sqrt{x}-10}{x-16};$$

$$б) \frac{1-a}{4\sqrt{a}+8\sqrt{b}} \cdot \frac{a+4\sqrt{ab}+4b}{3-3\sqrt{a}};$$

$$\text{в) } \frac{c-25}{c+12\sqrt{c}+36} \cdot \frac{3\sqrt{c}+18}{2\sqrt{c}+10};$$

$$\text{г) } \frac{5\sqrt{m}-10\sqrt{n}}{\sqrt{m}-5} : \frac{4n-4\sqrt{mn}+m}{15-3\sqrt{m}}.$$

$$\text{○15.79. а) } \left(2 + \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{t}+1}\right) \cdot \frac{3t+3\sqrt{t}}{12\sqrt{t}+8};$$

$$б) \left(\frac{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{xy}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}.$$

○15.80. а) $\left(\sqrt{a} - \frac{a}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \frac{a-1}{\sqrt{a}};$

б) $\frac{\sqrt{cd} - d}{c + d} \cdot \left(\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c} + \sqrt{d}} + \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c} - \sqrt{d}}\right).$

○15.81. а) $\frac{a-16}{\sqrt{a}+3} \cdot \frac{1}{a+4\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a}+4}{a-3\sqrt{a}};$

б) $\frac{1-2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}+1} + \frac{b+3\sqrt{b}}{4b-1} : \frac{3+\sqrt{b}}{4\sqrt{b}+2}.$

15.82. Внесите множитель под знак корня, если известно, что $a < 0$:

а) $a\sqrt{12};$ б) $-a\sqrt{5};$ в) $3a\sqrt{2};$ г) $-2a\sqrt{7}.$

Упростите выражение:

15.83. а) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120};$ в) $(\sqrt{2} + \sqrt{18})^2 - 30;$

б) $\sqrt{60} + (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2;$ г) $(6 - \sqrt{2})^2 + 3\sqrt{32}.$

15.84. а) $(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)^2;$ в) $(\sqrt{6} + \sqrt{2} - 1)^2;$

б) $(\sqrt{5} - \sqrt{2} - 1)^2;$ г) $(\sqrt{3} - \sqrt{2} + 5)^2.$

15.85. а) $\sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{54};$

б) $0,1\sqrt{140} - \sqrt{\frac{7}{5}} - \sqrt{\frac{5}{7}};$

в) $\sqrt{18} - \sqrt{\frac{2}{9}} - \sqrt{\frac{9}{2}};$

г) $\sqrt{\frac{1}{14}} + 2\sqrt{\frac{2}{7}} - \sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{14}.$

15.86. а) $3\sqrt{\frac{1}{15}} + 6\sqrt{0,6} - \sqrt{60};$

б) $5\sqrt{20} - 15\sqrt{\frac{1}{5}} + 5\sqrt{0,8};$

в) $10\sqrt{0,18} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} - 3\sqrt{50};$

г) $20\sqrt{0,27} - 5\sqrt{0,12} + 7\sqrt{0,03}.$

Докажите, что верно равенство:

15.87. а) $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$;

б) $\sqrt{23 - 4\sqrt{15}} = 2\sqrt{5} - \sqrt{3}$;

в) $2 - \sqrt{3} = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$;

г) $\sqrt{5} + 3\sqrt{2} = \sqrt{23 + 6\sqrt{10}}$.

15.88. а) $(3 + 2\sqrt{2})(1 - \sqrt{2})^2 = 1$;

б) $(\sqrt{3} - 1)^2(4 + 2\sqrt{3}) = 4$;

в) $(7 + 4\sqrt{3})(2 - \sqrt{3})^2 = 1$;

г) $(\sqrt{2} - 3)^2(11 + 6\sqrt{2}) = 49$.

15.89. а) Докажите, что $(1 - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{2}$. Можно ли на основании этого утверждать, что $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = 1 - \sqrt{2}$?

б) Докажите, что $(\sqrt{2} - 1)^2 = 3 - 2\sqrt{2}$. Можно ли на основании этого утверждать, что $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$?

15.90. Какое из равенств: а) $\sqrt{28 - 10\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 5$; б) $\sqrt{28 - 10\sqrt{3}} = 5 - \sqrt{3}$ — верно? Ответ объясните.

15.91. Докажите тождество:

а) $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} + \frac{2a}{a - b} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}$;

б) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{ab}}{b - a} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$.

Докажите тождество:

15.92. а) $\left(\frac{\sqrt{m}}{n - \sqrt{mn}} + \frac{\sqrt{n}}{m - \sqrt{mn}} \right) \cdot \frac{\sqrt{mn}}{\sqrt{n} + \sqrt{m}} = -1;$

б) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right) \cdot \frac{a - b}{a^2 + ab} = \frac{1}{a}.$

15.93. а) $\left(\frac{1}{\sqrt{y}} - \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) : \left(\sqrt{x} - \frac{x + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) = \frac{1}{y};$

б) $\frac{z + 2\sqrt{z}}{\sqrt{z} - 2} : \left(\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{z} - 2} - \frac{z - 12}{z - 4} - \frac{4}{z + 2\sqrt{z}} \right) = \frac{z}{2}.$

Упростите выражение:

15.94. а) $\frac{9x}{2\sqrt{x} - \sqrt{y}} : \frac{12\sqrt{x^3}}{4x - y} \cdot \frac{4}{6x + 3\sqrt{xy}};$

б) $\frac{\sqrt{mn^3}}{\sqrt{m} - \sqrt{n}} \cdot \frac{m - n}{6n\sqrt{m}} : \frac{\sqrt{mn} + n}{6m}.$

15.95. а) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right) \cdot \left(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \frac{2\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right)^{-1};$

б) $\left(\sqrt{c} - \sqrt{d} + \frac{2\sqrt{cd}}{\sqrt{c} - \sqrt{d}} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{\sqrt{c} + \sqrt{d}}{\sqrt{c} - \sqrt{d}} - \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}} \right).$

Найдите значение выражения:

15.96. а) $x^2 - 2x\sqrt{2} + 2$, если $x = \sqrt{2} + 1$;

б) $2a^2 - 8a\sqrt{2} + 16$, если $a = 5\sqrt{2}$;

в) $y^2 + 2y\sqrt{3} + 3$, если $y = 4 - \sqrt{3}$;

г) $3b^2 + 2b\sqrt{3} + 1$, если $b = 3\sqrt{3}$.

15.97. а) $2a^2 - ab - b^2$ при $a = \sqrt{5} + 1$ и $b = \sqrt{5} - 1$;

б) $2a^2 - 5ab + 2b^2$ при $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ и $b = \sqrt{6} - \sqrt{5}$.

15.98. Сравните значения числовых выражений A и B :

а) $A = \frac{1}{3\sqrt{3}-5} + \frac{1}{3\sqrt{3}+5}$; $B = \sqrt{30}$;

б) $A = \frac{2}{4+2\sqrt{5}} - \frac{2}{4-2\sqrt{5}}$; $B = \sqrt{24}$;

в) $A = \frac{3}{2\sqrt{6}-3} + \frac{3}{2\sqrt{6}+3}$; $B = \sqrt{3}$;

г) $A = \frac{1}{2+3\sqrt{2}} - \frac{1}{2-3\sqrt{2}}$; $B = \sqrt{2}$.

Упростите выражение:

15.99. а) $\frac{\frac{x}{x-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}}{\frac{x^2+2}{x^2+x\sqrt{2}}}$; б) $\frac{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}}{\frac{a^2+ab}{a-b}}$.

●**15.100.** а) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$; в) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$;

б) $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$; г) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$.

15.101. Найдите значение выражения

$$\frac{1}{4} \cdot (xa^{-1} - ax^{-1}) \cdot \left(\frac{a^{-1} - x^{-1}}{a^{-1} + x^{-1}} - \frac{a^{-1} + x^{-1}}{a^{-1} - x^{-1}} \right)$$

при $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$, $x = 0,2(13)$.

15.102. Найдите значение выражения

$$\frac{1+ax^{-1}}{a^{-1}x^{-1}} \cdot \frac{a^{-1}}{a^{-1}x - ax^{-1}} : \frac{ax^{-1}}{x-a} \cdot x^{-2}$$

при $a = -2,785$, $x = \sqrt{13} - 1$.

15.103. Докажите тождество

$$\left(\left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} \right)^{-4} + 1 \right) : \left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a^2+1}} \right)^{-2} = \left(\frac{\sqrt{a+1}}{2} \right)^{-2}.$$

Проверьте равенство:

●15.104. а) $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = 1$;

б) $\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} + \sqrt{16 - 6\sqrt{7}} = 1$.

●15.105. $\left(\frac{6 + 4\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}} + \frac{6 - 4\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}} \right)^2 = 8$.

●15.106. Упростите выражение $\sqrt{10 + 8\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$.

§ 16. МОДУЛЬ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ЧИСЛА

Вычислите:

16.1. а) $|6|$; б) $|-2|$; в) $|-4|$; г) $|25|$.

16.2. а) $|-2,56|$; б) $|1,7|$; в) $|5,09|$; г) $|-3,75|$.

16.3. а) $|\sqrt{2} - 1|$; б) $|\sqrt{3} - 5|$; в) $|\sqrt{8} - 4|$; г) $|\sqrt{5} - 2|$.

16.4. а) $|9|^2$; б) $|-2|^2$; в) $|-5|^2$; г) $|8|^2$.

16.5. Верно ли равенство:

а) $|3| = |-3|$; в) $|-7| = |7|$;

б) $-|2| = |2|$; г) $|-10| = -|10|$?

Найдите значение выражения:

16.6. а) $|a| + 3$ при $a = 7$; в) $|b| - 2$ при $b = 0$;

б) $|b| + \sqrt{3}$ при $b = -\sqrt{3}$; г) $\sqrt{2} - |d|$ при $d = -\sqrt{2}$.

○16.7. а) $|a| + 1$ при $a = \sqrt{2} - 1$;

б) $|a| + 2$ при $a = 2 - \sqrt{5}$;

в) $\sqrt{3} - |a|$ при $a = \sqrt{3} - 1$;

г) $|a| - \sqrt{3}$ при $a = \sqrt{3} - 2$.

016.8. Найдите значение выражения:

а) $|a| + |b|$ при $a = 1 - \sqrt{2}$, $b = 3 - \sqrt{2}$;

б) $|x + y|$ при $x = 2\sqrt{7} - 5$, $y = \sqrt{7} - 3$;

в) $|t| - |z|$ при $t = 2 - \sqrt{5}$, $z = \sqrt{5} - 1$;

г) $|z - t|$ при $z = 2\sqrt{3} - 3$, $t = 2 - \sqrt{3}$.

16.9. Постройте график функции $y = |x|$. С помощью графика найдите:

а) значения y при $x = 5; 0; -2,5;$

б) значения x , если $y = 7; 3; 1$;

в) наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке $[-4; -1]$;

г) значения x , при которых функция убывает, возрастает.

16.10. Постройте график функции $y = -|x|$. С помощью графика найдите:

а) значения y при $x = -6; -1; 4;$

б) значения x , если $y = -8; -6; 0$;

в) какому промежутку принадлежит переменная y , если $x \in [-1; 4]$;

г) значения x , при которых функция убывает, возрастает.

Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = |x|$:

16.11. а) На отрезке $[-1; 1]$;

в) на отрезке $[2; 7]$;

б) на интервале $(-4; 2)$;

г) на интервале $(-2; 1)$.

16.12. а) На луче $[0; +\infty)$;

б) на полуинтервале $(-1,5; 7]$;

в) на луче $[-2; +\infty)$;

г) на полуинтервале $[-3; 1)$.

16.13. Постройте графики функций $y = |x|$ и $y = 3$.

а) Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций.

б) Обведите ту часть графика функции $y = |x|$, которая находится ниже прямой $y = 3$.

в) Определите, при каких значениях x для функции $y = |x|$ выполняется условие $y < 3$.

г) При каких значениях x выполняется условие $|x| > 3$?

- 16.14.** Постройте график функции $y = |x|$. По графику найдите:
- при каких значениях x $y = 2$;
 - при каких значениях x $y > 2$, $y < 2$;
 - при каких значениях x $2 < y < 5$;
 - при каких значениях y $x < -2$.
- 16.15.** Постройте график функции $y = -|x|$. С помощью графика определите:
- при каких значениях x $y = -4$;
 - при каких значениях x $y > -4$, $y < -4$;
 - при каких значениях y $x > 4$;
 - при каких значениях x выполняется условие $-4 \leq y \leq -1$.
- 16.16.** Решите графически уравнение:
- $|x| = -x^2$;
 - $|x| = x^2$;
 - $|x| = \sqrt{x}$;
 - $|x| = -\sqrt{x}$.
- 16.17.** Построив графики функций $y = |x|$ и $y = b$, решите неравенство:
- $|x| > b$, если $b = 5$;
 - $|x| < b$, если $b = 4$;
 - $|x| \leq b$, если $b = 1$;
 - $|x| \geq b$, если $b = 2$.
- 16.18.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{если } x < 0; \\ x^2, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$
- Найдите $f(-2)$, $f(0)$, $f(5)$.
 - Постройте график функции $y = f(x)$.
 - Перечислите свойства функции.
- 16.19.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{если } -3 \leq x \leq 3; \\ 6 - x, & \text{если } x > 3. \end{cases}$
- Найдите $f(-3)$, $f(3)$, $f(4,5)$.
 - Постройте график функции $y = f(x)$.
 - Перечислите свойства функции.
- 16.20.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{если } x < 1; \\ \sqrt{x}, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$
- Найдите $f(4)$, $f(-1)$, $f(0)$.
 - Постройте график функции $y = f(x)$.
 - Перечислите свойства функции.

Решите уравнение:

16.21. а) $|x - \sqrt{3}| = 0$;

в) $|x + \sqrt{5}| = 0$;

б) $|x + 7| = 0$;

г) $|x - 6| = 0$.

16.22. а) $|x| = 5,5$;

в) $|x| = 3$;

б) $|x| = 1$;

г) $|x| = 0,2$.

о16.23. а) $|x - 1| = 2$;

в) $|x - 7| = 5$;

б) $|x - 5| = 4$;

г) $|x - 11| = 9$.

о16.24. а) $|x + 2,5| = 1$;

в) $|x + 0,75| = 3,75$;

б) $|x - 1\frac{5}{6}| = 2$;

г) $|x - \frac{2}{3}| = \frac{1}{3}$.

16.25. Упростите выражение $\sqrt{(x - 3)^2}$, если:

а) $x - 3 \geq 0$;

б) $x - 3 < 0$.

16.26. Упростите выражение $\sqrt{(x + 5)^2}$, если:

а) $x + 5 > 0$;

б) $x + 5 \leq 0$.

Упростите выражение:

о16.27. а) $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$;

в) $\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2}$;

б) $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}$;

г) $\sqrt{(3 - \sqrt{6})^2}$.

о16.28. а) $\sqrt{(4 - 2\sqrt{5})^2}$;

в) $\sqrt{(6 - 3\sqrt{6})^2}$;

б) $\sqrt{(\pi - 3)^2}$;

г) $\sqrt{(4 - \pi)^2}$.

Решите уравнение:

16.29. а) $|2x - 1| = 3$;

в) $|2 + 2x| = 6$;

б) $|1 + 3x| = 2$;

г) $|4x + 1| = 5$.

16.30. а) $|0,2x - 2| = 3,6$;

в) $|2 - 3,5x| = 6,2$;

б) $|3 - 1,5x| = 2,5$;

г) $|0,4x + 1| = 2,3$.

Упростите выражение:

16.31. а) $\frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2}$;

в) $\frac{\sqrt{x^2 + 10x + 25}}{x + 5}$;

б) $\frac{x + 3}{\sqrt{x^2 + 6x + 9}}$;

г) $\frac{x - 6}{\sqrt{x^2 - 12x + 36}}$.

16.32. а) $2 + \sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2}$;

в) $\sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} + \sqrt{7} + 2$;

б) $4 + \sqrt{6} - \sqrt{(\sqrt{6} - 2)^2}$;

г) $\sqrt{(\sqrt{10} - 4)^2} - \sqrt{10} - 4$.

●16.33. а) $\sqrt{(5 - \sqrt{30})^2} + \sqrt{(6 - \sqrt{30})^2}$;

б) $\sqrt{(4 - 2\sqrt{3})^2} + \sqrt{(3 - 2\sqrt{3})^2}$;

в) $\sqrt{(6 - \sqrt{42})^2} + \sqrt{(7 - \sqrt{42})^2}$;

г) $\sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2 - 2\sqrt{2})^2}$.

●16.34. Упростите выражение $\frac{|x - 1| + |x| + x}{3x^2 - 3x}$, если:

а) $x < 0$;

в) $x > 1$;

б) $0 < x < 1$;

г) $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{4}$.

●16.35. Упростите выражение $\frac{|b - 1| \cdot |b|}{b^2 - b + 1 - |b|}$, если:

а) $b < 0$;

б) $0 < b < 1$;

в) $b > 1$;

г) $5 \leq b \leq 6$.

●16.36. Упростите выражение $\sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 6x + 9}$, если:

а) $x < -2$;

в) $x > 3$;

б) $-2 < x < 3$;

г) $-7 \leq x \leq -4$.

●16.37. Упростите выражение

$\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} - 2\sqrt{x^2 - 10x + 25}$, если:

а) $x < -1$;

б) $-1 < x < 2$;

в) $2 < x < 5$;

г) $x > 5$.

Решите графически систему уравнений:

16.38. а) $\begin{cases} y = |x|, \\ y = 0,5x + 3; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -|x|, \\ y = \frac{1}{3}x - 4; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = 2x - 3, \\ y = -|x|; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = x - 1, \\ y = |x|. \end{cases}$

●16.39. а) $\begin{cases} y = 3|x|, \\ y = x^2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = \frac{1}{2}|x|, \\ y = \sqrt{x}. \end{cases}$

Решите графически неравенство:

●16.40. а) $|x| \geq 3$; в) $-|x| < 4$;

б) $x^2 > |x|$; г) $\sqrt{x} \geq |x|$.

●16.41. а) $|x| \leq -x + 4$; в) $|x| > -x + 4$;

б) $|x| > x - 2$; г) $-|x| > 3 - x$.

Постройте график функции:

●16.42. а) $y = x|x|$; б) $y = \frac{|x|}{x} + 1$; в) $y = \frac{x}{|x|}$; г) $y = \frac{x^2}{|x|}$.

●16.43. а) $y = \sqrt{x^2} + x$; в) $y = \sqrt{x^2} - x$;
б) $y = 3x - |2x - 4|$; г) $y = |x - 3| + 2x$.

●16.44. а) $y = 2|x|$; в) $y = 0,5|x|$;

б) $y = -\frac{1}{3}|x|$; г) $y = -3|x|$.

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Вариант 1

1. а) Запишите $\frac{4}{15}$ в виде десятичной периодической дроби.

б) Запишите 1,2(34) в виде обыкновенной дроби.

2. Вычислите без помощи калькулятора $\sqrt{54\,756}$.

3. Сравните числа $a = \frac{1}{2 + \sqrt{5}} - \frac{1}{2 - \sqrt{5}}$ и $b = 4,5$.

4. Упростите выражение:

а) $5\sqrt{18} + 7\sqrt{50} - 30\sqrt{2}$; б) $\frac{\sqrt{5a^3b^{12}}}{\sqrt{125a^7b^5}}$, если $a > 0, b > 0$.

5. Сократите дробь:

а) $\frac{p\sqrt{p} + q\sqrt{q} - p\sqrt{q} - q\sqrt{p}}{p\sqrt{p} - q\sqrt{q} + p\sqrt{q} - q\sqrt{p}}$; б) $\frac{4x - 12\sqrt{xy} + 9y}{\sqrt{4x^3} - \sqrt{9x^2y}}$.

6. Постройте график функции и найдите ее наименьшее и наибольшее значения на отрезке $[0; 8]$:

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = -|x|$.

7. Решите графически систему уравнений $\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 0,5x. \end{cases}$

8. Упростите выражение $\left(\frac{\sqrt{c} - 7\sqrt{d}}{\sqrt{cd} - d} - \frac{7\sqrt{c} + \sqrt{d}}{\sqrt{cd} - c} \right) : \frac{c + d}{\sqrt{c} - \sqrt{d}}$.

9. Упростите выражение $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 - 10x + 25}$, если $\sqrt{10} < x < \sqrt{20}$.

Вариант 2

1. а) Запишите $\frac{7}{30}$ в виде десятичной периодической дроби.

б) Запишите $0,2(31)$ в виде обыкновенной дроби.

2. Вычислите без помощи калькулятора $\sqrt{126736}$.

3. Сравните числа $a = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} - \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}}$ и $b = 5,5$.

4. Упростите выражение:

а) $3\sqrt{27} + 5\sqrt{75} - 35\sqrt{3}$; б) $\frac{\sqrt{48x^7y^5}}{\sqrt{3x^3y^{12}}}$, если $x > 0, y > 0$.

5. Сократите дробь:

а) $\frac{m\sqrt{m} + n\sqrt{n} + m\sqrt{n} + n\sqrt{m}}{m\sqrt{m} - n\sqrt{n} + m\sqrt{n} - n\sqrt{m}}$; б) $\frac{9x + 24\sqrt{xy} + 16y}{\sqrt{9x^5} + \sqrt{16x^4y}}$.

6. Постройте график функции и найдите ее наименьшее и наибольшее значения на отрезке $[4; 7]$:

а) $y = -\sqrt{x}$; б) $y = |x|$.

7. Решите графически уравнение $\sqrt{x} = 2 - x$.

8. Упростите выражение $\left(\frac{\sqrt{a}}{b - \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a - \sqrt{ab}} \right) \cdot \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{b} + \sqrt{a}}$.

9. Упростите выражение $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 8x + 16}$, если $\sqrt{7} < x < \sqrt{15}$.

§ 17. ФУНКЦИЯ $y = kx^2$, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

Найдите значение коэффициента k для заданной функции $y = kx^2$:

17.1. а) $y = 2x^2$; б) $y = -8x^2$; в) $y = 7x^2$; г) $y = -x^2$.

17.2. а) $y = 0,2x^2$; в) $y = -1,85x^2$;

б) $y = -\frac{x^2}{8}$; г) $y = -\frac{x^2}{37}$.

17.3. Изобразите схематически график функции:

а) $y = -0,2x^2$; б) $y = 10x^2$; в) $y = -1,8x^2$; г) $y = \frac{3}{5}x^2$.

Постройте график функции и укажите, где она убывает, где возрастает:

17.4. а) $y = 3x^2$; б) $y = -4x^2$; в) $y = -2x^2$; г) $y = 5x^2$.

17.5. а) $y = -1,5x^2$; б) $y = \frac{1}{4}x^2$; в) $y = 2,5x^2$; г) $y = -\frac{1}{2}x^2$.

Постройте в одной системе координат графики заданных функций и сделайте вывод о взаимном расположении построенных графиков:

17.6. а) $y = x^2$ и $y = -x^2$; в) $y = 3,5x^2$ и $y = -3,5x^2$;

б) $y = 0,5x^2$ и $y = -0,5x^2$; г) $y = \frac{1}{5}x^2$ и $y = -\frac{1}{5}x^2$.

17.7. а) $y = x^2$ и $y = 2x^2$; в) $y = 1,5x^2$ и $y = 2,5x^2$;

б) $y = -0,5x^2$ и $y = -3x^2$; г) $y = -\frac{1}{3}x^2$ и $y = -x^2$.

17.8. Не выполняя построения графиков функций, ответьте на вопрос, как расположены в одной системе координат и по отношению друг к другу графики функций:

а) $y = 105x^2$ и $y = -105x^2$;

б) $y = -3,165x^2$ и $y = 3,165x^2$.

17.9. Постройте график функции:

а) $y = 2x^2$; в) $y = 3x^2$;

б) $y = 0,5x^2$; г) $y = 0,2x^2$.

Что можно сказать о взаимном расположении построенного графика и графика функции $y = x^2$?

17.10. Постройте график функции:

а) $y = -1,5x^2$; в) $y = -2,5x^2$;

б) $y = -3x^2$; г) $y = -0,5x^2$.

Что можно сказать о взаимном расположении построенного графика и графика функции $y = -x^2$?

17.11. Задайте число k так, чтобы график функции $y = kx^2$ был расположен:

а) в первой и второй четвертях;

б) в третьей и четвертой четвертях.

17.12. Постройте график функции $y = 2x^2$. С помощью графика определите:

а) значения функции при $x = 0$; 1; -2;

б) значения аргумента, если $y = 0$; 2; 8;

в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-2; 1]$;

г) каким промежуткам принадлежит переменная x , если $y \in [2; 8]$.

17.13. Постройте график функции $y = -x^2$. С помощью графика определите:

а) значения функции при $x = 0$; -2; 3;

б) значения аргумента, если $y = 0$; -4; -9;

в) наибольшее и наименьшее значения функции на полуинтервале $(-3; 1]$;

г) каким промежуткам принадлежит переменная x , если $y \in [-4; -1]$.

17.14. Постройте график функции $y = 0,5x^2$.

- а) Найдите, при каких значениях x значение функции равно 2.
- б) Выделите ту часть графика, которая соответствует условию $y < 2$. Найдите, при каких значениях x выполняется это условие.
- в) Укажите, при каких значениях x выполняется условие $y > 2$.
- г) Укажите, какие значения функции соответствуют условию $x \leq -2$.

17.15. Используя график функции $y = -3x^2$, найдите:

- а) при каких значениях x $y = -3$;
- б) при каких значениях x $y > -3$; $y \leq -3$.

17.16. Принадлежит ли графику функции $y = -220x^2$ точка:

- а) $A(1; -220)$; в) $C(-3; 1320)$;
- б) $B(4; -880)$; г) $D(1,5; -495)$?

17.17. Найдите коэффициент k в уравнении параболы $y = kx^2$, зная, что парабола проходит через точку:

- а) $M(2; 20)$; б) $N(-3; 27)$; в) $K(-1; 10)$; г) $L(4; -96)$.

17.18. Напишите уравнение параболы $y = kx^2$, график которой изображен:

- а) на рис. 8; в) на рис. 10;
- б) на рис. 9; г) на рис. 11.

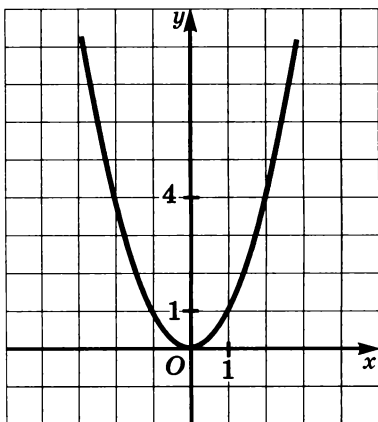


Рис. 8

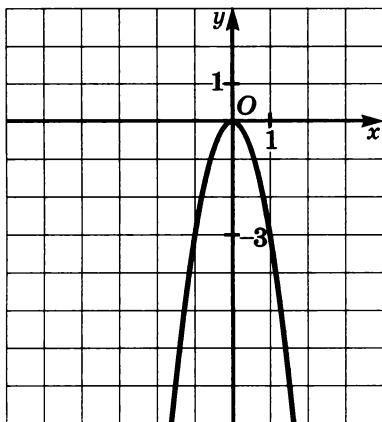


Рис. 9

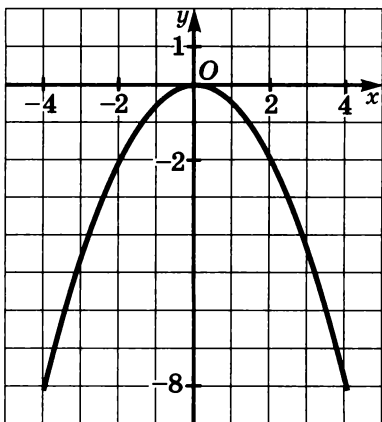


Рис. 10

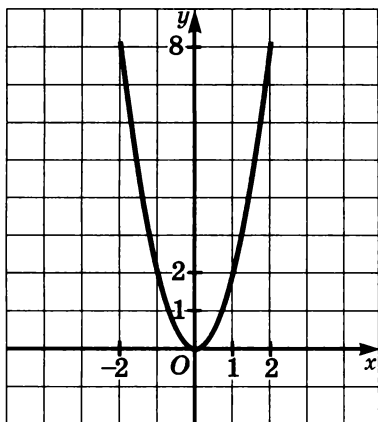


Рис. 11

17.19. Выясните, является ли ограниченной снизу функция, график которой изображен на заданном рисунке, и если да, то найдите наименьшее значение функции:

- а) рис. 12; в) рис. 14;
б) рис. 13; г) рис. 15.

17.20. Выясните, является ли ограниченной сверху функция, график которой изображен на заданном рисунке, и если да, то найдите наибольшее значение функции:

- а) рис. 16; в) рис. 18;
б) рис. 17; г) рис. 19.

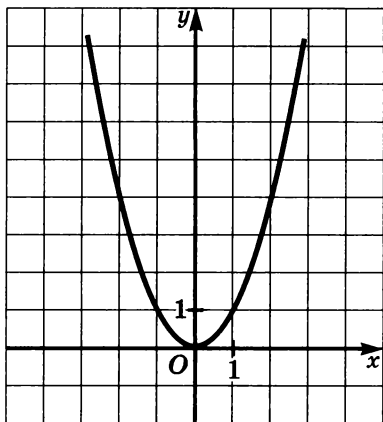


Рис. 12

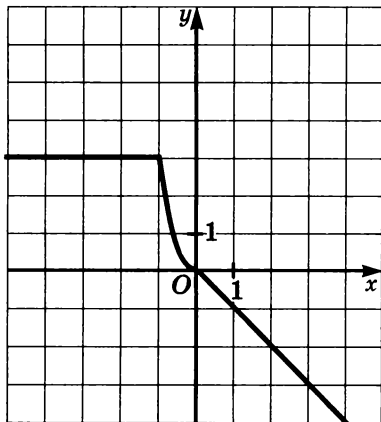


Рис. 13

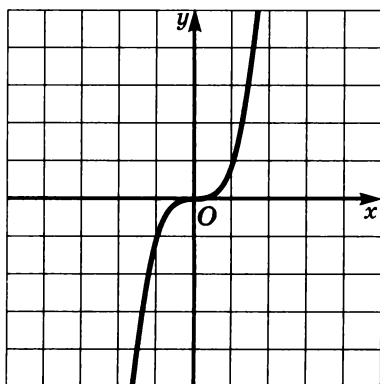


Рис. 14

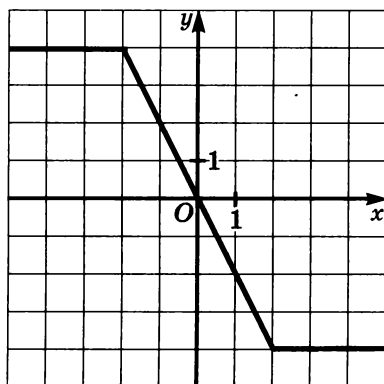


Рис. 15

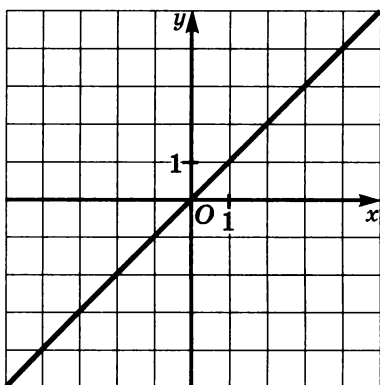


Рис. 16

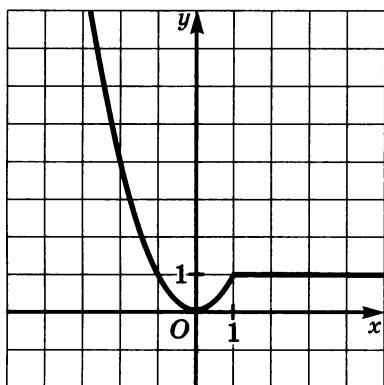


Рис. 17

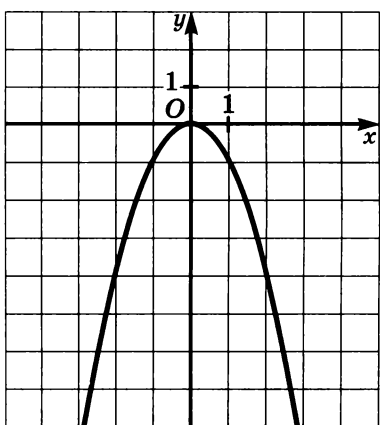


Рис. 18

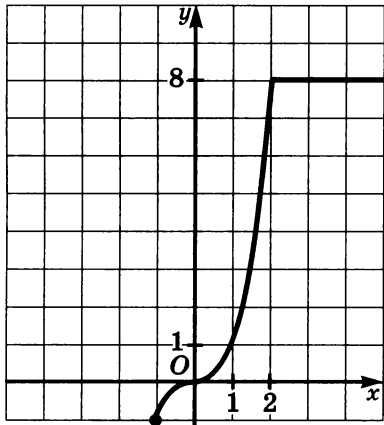


Рис. 19

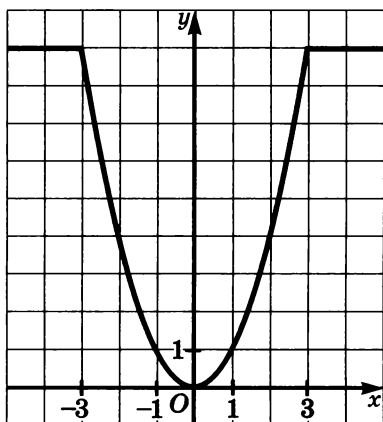


Рис. 20

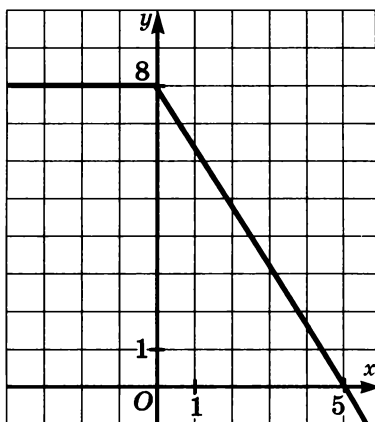


Рис. 21

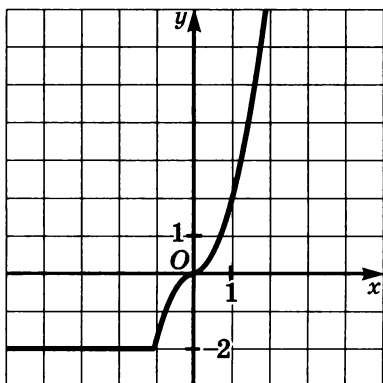


Рис. 22

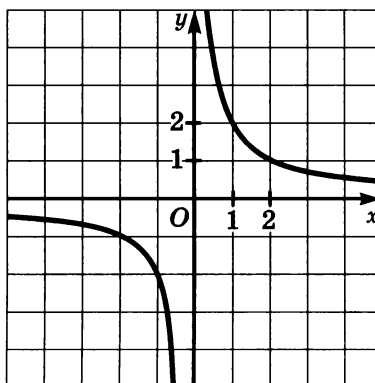


Рис. 23

17.21. Является ли ограниченной функция, график которой изображен:

- а) на рис. 20; в) на рис. 22;
б) на рис. 21; г) на рис. 23?

17.22. Изобразите схематически график функции:

- а) ограниченной снизу;
б) ограниченной сверху и снизу;
в) ограниченной сверху;
г) не ограниченной ни сверху, ни снизу.

17.23. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = 2x^2$:

- а) на отрезке $[-2; 2]$; в) на отрезке $[-3; -1]$;
б) на полуинтервале $(-3; 1]$; г) на луче $[1; +\infty)$.

17.24. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = -0,5x^2$:

- а) на полуинтервале $(-3; 2]$; в) на отрезке $[-1; 4]$;
б) на интервале $(-2; 1)$; г) на луче $(-\infty; 2]$.

17.25. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{1}{3}x^2$:

- а) на интервале $(3; 6)$; в) на открытом луче $(-\infty; 3)$;
б) на отрезке $[-3; 0]$; г) на полуинтервале $[-1; 4)$.

17.26. Найдите точки пересечения графиков функций:

- а) $y = x^2$ и $y = 2x$; в) $y = -3x^2$ и $y = -3x$;
б) $y = -0,5x^2$ и $y = 2$; г) $y = \frac{1}{3}x^2$ и $y = 3$.

Решите графически уравнение:

- о17.27. а) $x^2 = x + 2$; в) $-3x^2 = 3x - 6$;
б) $\frac{1}{2}x^2 = x + 4$; г) $-x^2 = 2x - 3$.

- о17.28. а) $5x^2 = 5x - 6$; в) $x^2 = -x - 8$;
б) $-\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}x + 2$; г) $-0,5x^2 = 0,5x + 3$.

Решите графически систему уравнений:

- о17.29. а) $\begin{cases} y = 2x^2, \\ y = 2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2, \\ y = 2; \end{cases}$
б) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 6; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = -x^2, \\ y = -5. \end{cases}$
о17.30. а) $\begin{cases} y = 2x^2, \\ y = 4x; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x^2, \\ y = -x; \end{cases}$
б) $\begin{cases} y = -x^2, \\ x + y + 6 = 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = 2x^2, \\ y + 2x - 4 = 0. \end{cases}$
о17.31. а) $\begin{cases} y = \frac{1}{8}x^2, \\ y = \sqrt{x}; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = 3x^2, \\ y = -\sqrt{x}; \end{cases}$
б) $\begin{cases} y = 0,5x^2, \\ y = |x|; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = |x|, \\ y = \frac{1}{3}x^2. \end{cases}$

о17.32. Решите графически систему уравнений:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2, \\ y = x - 1; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} y = 0,5x^2, \\ y = 2x - 2; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} y = -4|x|, \\ y = -2x^2; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} y = -|3x|, \\ y = -x^2. \end{cases} \end{array}$$

Определите с помощью графического метода число решений системы уравнений:

$$\begin{array}{ll} \text{о17.33. а) } \begin{cases} y = 2x^2, \\ y = x + 4; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} y = 0,5x^2, \\ y = 1,5x; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} y = -\frac{1}{3}x^2, \\ y = -\sqrt{x}; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2, \\ y = |x|. \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{о17.34. а) } \begin{cases} y = -4x^2, \\ y = 1; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} y = 3x^2, \\ y = x - 3; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} y = \frac{1}{3}x^2, \\ y = -|x|; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} y = -2x^2, \\ y = \sqrt{x}. \end{cases} \end{array}$$

17.35. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 2x^2$. Найдите:

- а) $f(0)$, $f(1)$, $f(-3)$, $f\left(\frac{1}{4}\right)$;
- б) $f(a)$, $f(4a)$, $f(-2a)$, $f(-0,5a)$;
- в) $f(a + 1)$, $f(b - 2)$, $f(x - 3)$, $f(x + 9)$;
- г) $f(a) + 1$, $f(x) - 2$, $f(a) + b$, $f(x) - a$.

17.36. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -4x^2$. Найдите:

- а) $f(1)$, $f(-2)$, $f(0)$, $f\left(\frac{1}{4}\right)$;
- б) $f(a)$, $f(-a)$, $f(-2a)$, $f(5a)$;
- в) $f(a + 2)$, $f(a - 3)$, $f(x - 1)$, $f(x + 6)$;
- г) $f(a) + 1$, $f(x) - 5$, $f(x + 2) - 1$, $f(x - c) + d$.

С помощью графика функции $y = 3x^2$ найдите промежутки, которому принадлежит переменная y , если:

о17.37. а) $0 \leq x \leq 1$; б) $-2 < x \leq 0$; в) $1 < x < 2$; г) $-1 < x \leq 1$.

о17.38. а) $x > 0$; б) $x \leq -1$; в) $x \leq 0$; г) $x > 1$.

о17.39. С помощью графика функции $y = \frac{1}{3}x^2$ найдите промежуток (промежутки), которому (которым) принадлежит переменная x , если:

а) $y \geq 3$; б) $\frac{1}{3} < y < 3$; в) $y < 3$; г) $3 \leq y \leq 12$.

о17.40. С помощью графика функции $y = -x^2$ найдите промежуток (промежутки), которому (которым) принадлежит переменная x , если:

а) $y < -4$; б) $-4 \leq y < -1$; в) $y \geq -4$; г) $-9 < y \leq -4$.

о17.41. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} 2x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 1; \\ 2, & \text{если } 1 < x \leq 6. \end{cases}$

а) Найдите $f(-1)$, $f(6)$, $f(1)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) Перечислите свойства функции.

о17.42. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -2x, & \text{если } -4 \leq x \leq 0; \\ -\frac{1}{3}x^2, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$

а) Найдите $f(-4)$, $f(0,5)$, $f(3)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) Перечислите свойства функции.

о17.43. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -3x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 0; \\ \sqrt{x}, & \text{если } 0 < x \leq 4. \end{cases}$

а) Найдите $f(0)$, $f(2)$, $f(4)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) Перечислите свойства функции.

о17.44. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ 3x + 2, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

С помощью графика функции найдите:

а) $f(-2)$, $f(0)$, $f(1)$;

б) значения x , при которых $f(x) = 2$, $f(x) = 0$, $f(x) = 8$.

о17.45. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -0,5x^2, & \text{если } -4 \leq x \leq 0; \\ -\sqrt{x}, & \text{если } 0 < x \leq 4. \end{cases}$$

С помощью графика функции найдите:

а) $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$;

б) значения x , при которых $f(x) = -2$, $f(x) = 0$, $f(x) = -8$.

о17.46. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -|x|, & \text{если } -4 \leq x \leq 2; \\ 0,5x^2, & \text{если } 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

С помощью графика функции найдите:

а) $f(-2)$, $f(2)$, $f(4)$;

б) значения x , при которых $f(x) = -1$, $f(x) = 2$, $f(x) = 4,5$.

17.47. Пусть A — наибольшее значение функции $y = 3x^2$ на отрезке $[-1; 1]$, а B — наибольшее значение функции $y = -\frac{1}{7}x^2$ на отрезке $[-1; 1]$. Сравните A и B . Сделайте графическую иллюстрацию.

17.48. Пусть C — наибольшее значение функции $y = 4x^2$ на отрезке $[-1; 0]$, а D — наименьшее значение функции $y = 3 + x$ на луче $[1; +\infty)$. Сравните C и D . Сделайте графическую иллюстрацию.

17.49. Пусть M — наименьшее значение функции $y = 2x$ на отрезке $[2; 5]$, а N — наибольшее значение функции $y = -5x^2$ на луче $(-\infty; 0]$. Сравните M и N . Сделайте графическую иллюстрацию.

17.50. Пусть L — наименьшее значение функции $y = 1,8x^2$ на луче $[0; +\infty)$, а K — наименьшее значение функции $y = -3x + 1$ на отрезке $[-1; 0]$. Сравните K и L . Сделайте графическую иллюстрацию.

17.51. Пусть P — наибольшее значение функции $y = -702x^2$ на луче $[0; +\infty)$, а Q — наименьшее значение функции $y = x^2$ на отрезке $[-2; 1]$. Не выполняя построения, сравните P и Q .

- 17.52. а) Постройте в одной системе координат параболу $y = 0,5x^2$ и прямую $y = x + 4$.
 б) Найдите абсциссы точек пересечения графиков построенных функций.
 в) Выделите ту часть параболы, которая расположена ниже прямой.
 г) При каких значениях x парабола $y = 0,5x^2$ расположена ниже прямой $y = x + 4$?
- 17.53. а) Постройте в одной системе координат параболу $y = 2x^2$ и прямую $y = -2x + 4$.
 б) Найдите абсциссы точек пересечения графиков построенных функций.
 в) Выделите ту часть параболы, которая расположена выше прямой.
 г) При каких значениях x парабола $y = 2x^2$ расположена выше прямой $y = -2x + 4$?
- 17.54. а) Используя графики функций $y = -2x^2$ и $y = 2x - 4$, определите, при каких значениях x прямая расположена ниже параболы.
 б) Используя графики функций $y = -x^2$ и $y = 2x$, определите, при каких значениях x прямая расположена выше параболы.
- 17.55. а) Используя графики функций $y = \frac{1}{3}x^2$ и $y = x$, решите неравенство $\frac{1}{3}x^2 < x$.
 б) Используя графики функций $y = -x^2$ и $y = 2x - 3$, решите неравенство $-x^2 \geq 2x - 3$.
- 17.56. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 2x^2$. Найдите:
 а) $f(-x)$; б) $f(x^2)$; в) $f(x^3)$; г) $f(-x^2)$.
- 17.57. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 1,5x^2$. Найдите:
 а) $f(x^2)$; б) $f(2x^2)$; в) $f(-x^2)$; г) $f(-2x^2)$.
- 17.58. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -4x^2$. Найдите:
 а) $f(x^2)$; б) $f(2x^2)$; в) $f(-3x^2)$; г) $f(x^3)$.
- 17.59. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. При каких значениях аргумента выполняется равенство $f(x + 1) = f(x + 4)$?
- 17.60. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 2x^2$. При каких значениях аргумента выполняется равенство $4f(x + 3) = f(2x) - 24$?

●17.61. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -x^2$. При каких значениях аргумента выполняется равенство $f(x - 3) = f(x + 5)$?

●17.62. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x + 3, & \text{если } -4 \leq x \leq -1; \\ 2x^2, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ -x + 3, & \text{если } 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

С помощью графика определите, при каких значениях p уравнение $f(x) = p$ имеет:

- а) один корень; в) три корня;
б) два корня; г) четыре корня.

●17.63. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -x - 4, & \text{если } -4 \leq x \leq -2; \\ -0,5x^2, & \text{если } -2 < x \leq 2; \\ -2, & \text{если } 2 < x \leq 3. \end{cases}$

- а) Найдите $f(-2)$, $f(2)$, $f(2,4)$.
б) Постройте график функции $y = f(x)$.
в) Перечислите свойства функции.

●17.64. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -3 \leq x \leq -1; \\ -1, & \text{если } -1 < x \leq 0; \\ \sqrt{x}, & \text{если } 0 < x \leq 2. \end{cases}$

- а) Найдите $f(-2,5)$, $f(-0,5)$, $f(4)$, $f(\sqrt{5} - 3)$.
б) Постройте график функции $y = f(x)$.
в) Перечислите свойства функции.

●17.65. Постройте график функции:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } y = \frac{2x^3 + 2x^2}{x + 1}; & \text{в) } y = \frac{3x^3 - 3x^2}{x - 1}; \\ \text{б) } y = \frac{-0,5x^3 + x^2}{x - 2}; & \text{г) } y = \frac{-\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^2}{x + 2}. \end{array}$$

●17.66. Постройте график уравнения:

- а) $(y - x)(y - x^2) = 0$; в) $(y - 3x^2)(y - 5) = 0$;
б) $(-2x^2 + y)(y + 1) = 0$; г) $(y - 4x^2)(5x^2 + y) = 0$.

§ 18. ФУНКЦИЯ $y = \frac{k}{x}$, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

18.1. Назовите коэффициент обратной пропорциональности:

а) $y = \frac{1}{x}$; б) $y = \frac{2}{x}$; в) $y = \frac{1}{5x}$; г) $y = -\frac{3}{x}$.

18.2. Постройте график функции и укажите, где она убывает, где возрастает:

а) $y = \frac{3}{x}$; б) $y = -\frac{2}{x}$; в) $y = \frac{4}{x}$; г) $y = -\frac{3}{x}$.

18.3. Постройте в одной системе координат графики функций и сделайте вывод о взаимном расположении построенных графиков:

а) $y = \frac{1}{x}$ и $y = -\frac{1}{x}$;

б) $y = \frac{5}{x}$ и $y = -\frac{5}{x}$;

в) $y = \frac{2}{x}$ и $y = -\frac{2}{x}$;

г) $y = \frac{3}{x}$ и $y = -\frac{3}{x}$.

18.4. Задайте число k так, чтобы график функции $y = \frac{k}{x}$ был расположен:

а) в первой и третьей четвертях;

б) во второй и четвертой четвертях.

18.5. Постройте график функции $y = \frac{2}{x}$. С помощью графика найдите:

а) значения y при $x = 1; -2; 4$;

б) значения x , если $y = -1; 2; -4$;

в) наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$;

г) какому промежутку принадлежит переменная x , если $y \in [-2; -1]$.

18.6. Постройте график функции $y = -\frac{3}{x}$. С помощью графика

найдите:

а) значения y при $x = -3; 1; 6$;

б) значения x , если $y = 3; -1; -6$;

в) наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке $[-3; -1]$;

г) какому промежутку принадлежит переменная x , если $y \in \left[-3; -\frac{1}{2}\right]$.

18.7. а) Постройте график функции $y = \frac{4}{x}$.

б) Найдите, при каких значениях аргумента значение функции равно 2.

в) Выделите ту часть графика, которая соответствует условию $y > 2$. При каких значениях x выполняется это условие?

г) При каких значениях x выполняется условие $y < 2$?

18.8. а) Постройте график функции $y = -\frac{1}{x}$.

б) Найдите, при каких значениях аргумента значение функции равно 1.

в) При каких значениях x $y > 1$?

г) При каких значениях x $y < 1$?

18.9. Принадлежит ли графику функции $y = \frac{68}{x}$ точка:

а) $A(1; 68)$;

в) $C(-2; 34)$;

б) $B(5; 13)$;

г) $D(-4; -17)$?

18.10. Задайте формулой обратную пропорциональность, зная, что ее график проходит через точку:

а) $M(3; 7)$;

в) $K(-4; 19)$;

б) $N(-0,2; 12)$;

г) $L(2,5; 8)$.

18.11. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{2}{x}$:

а) на отрезке $[-2; -1]$;

в) на луче $(-\infty; -1]$;

б) на полуинтервале $[1; 4)$;

г) на интервале $(1; 2)$.

18.12. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = -\frac{4}{x};$$

а) на отрезке $[-4; -2]$;

в) на луче $[2; +\infty)$;

б) на интервале $(1; 4)$;

г) на полуинтервале $(-4; -2]$.

18.13. Найдите точки пересечения графиков функций:

а) $y = \frac{2}{x}$ и $y = 2x$;

в) $y = -\frac{3}{x}$ и $y = -3x$;

б) $y = -\frac{5}{x}$ и $y = -5$;

г) $y = \frac{4}{x}$ и $y = 1$.

Решите графически уравнение:

о18.14. а) $\frac{2}{x} = 2$; б) $-\frac{4}{x} = 3 - x$; в) $\frac{4}{x} = -1$; г) $-\frac{2}{x} = 1 - x$.

о18.15. а) $\frac{2}{x} = -\frac{x}{2}$; б) $\frac{1}{x} = |x|$; в) $\frac{3}{x} = \frac{x}{3}$; г) $-\frac{4}{x} = |x|$.

о18.16. а) $\frac{1}{x} = x^2$; б) $\frac{8}{x} = \sqrt{x}$; в) $-\frac{2}{x} = 2x^2$; г) $\frac{1}{x} = \sqrt{x}$.

Решите графически систему уравнений:

о18.17. а) $\begin{cases} y = -\frac{5}{x}, \\ y = -5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = \frac{3}{x}, \\ y = -1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = \frac{4}{x}, \\ y = x + 3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = -\frac{3}{x}, \\ y = x + 4. \end{cases}$

о18.18. а) $\begin{cases} y = -\frac{4}{x}, \\ y = 0,5x^2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = \frac{8}{x}, \\ y = x^2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = -\frac{1}{x}, \\ y = -\sqrt{x}; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = \frac{2}{x}, \\ y = 2\sqrt{x}. \end{cases}$

Определите с помощью графического метода число решений системы уравнений:

о18.19. а) $\begin{cases} y = \frac{2}{x}, \\ 2x - 3y - 6 = 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -\frac{1}{x}, \\ x - 5y = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = -\frac{3}{x}, \\ x - 2y - 2 = 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = \frac{4}{x}, \\ 3x - 4y + 12 = 0. \end{cases}$

○18.20. Используя графики функций $y = \frac{2}{x}$ и $y = 0,5x$:

а) определите, при каких значениях x прямая расположена ниже гиперболы;

б) решите неравенство $0,5x > \frac{2}{x}$.

○18.21. Используя графики функций $y = -\frac{2}{x}$ и $y = -2x$:

а) определите, при каких значениях x прямая расположена выше гиперболы;

б) решите неравенство $-2x < -\frac{2}{x}$.

○18.22. Дана функция $y = \frac{4}{x}$. Найдите:

а) $f(1)$, $f(-2)$, $f(0,3)$, $f\left(-\frac{1}{6}\right)$;

б) $f(-a)$, $f(-2a)$, $f(3x)$, $f(-x)$;

в) $f(a+1)$, $f(b-3)$, $f(x+1)$, $f(x-10)$;

г) $f(a)+1$, $f(x)-2$, $f(x-2)+1$, $f(x+7)-1$.

○18.23. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -\frac{6}{x}$. Найдите:

а) $f(-1)$, $f(-3)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f\left(\frac{2}{3}\right)$;

б) $f(3a)$, $f(6a)$, $f(-2x)$, $f\left(-\frac{1}{3}x\right)$;

в) $f(a-2)$, $f(b+4)$, $f(x-1)$, $f(x+2)$;

г) $f(x)-4$, $f(2x)+1$, $f(x-1)+2$, $2f(x+3)-1$.

○18.24. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x}, & \text{если } x < -1; \\ 2x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

С помощью графика функции найдите:

а) $f(-2)$, $f(-1)$, $f(1)$;

б) при каких значениях x $f(x) = 2$, $f(x) = 0$, $f(x) = \frac{1}{2}$.

о18.25. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & \text{если } x \leq -1; \\ -\frac{1}{2}x^2, & \text{если } -1 < x \leq 1. \end{cases}$$

С помощью графика функции найдите:

а) $f(-4)$, $f(-1)$, $f(1)$;

б) при каких значениях x $f(x) = -2$, $f(x) = 0$, $f(x) = -\frac{1}{2}$.

18.26. Пусть A — наибольшее значение функции $y = \frac{3}{x}$ на отрезке $[1; 3]$, а B — наименьшее значение функции $y = x^2$ на отрезке $[-1; 1]$. Сравните A и B . Сделайте графическую иллюстрацию.

18.27. Пусть C — наименьшее значение функции $y = -\frac{1}{x}$ на луче $[1; +\infty)$, а D — наибольшее значение функции $y = 2x^2$ на отрезке $[0; 1]$. Сравните C и D . Сделайте графическую иллюстрацию.

18.28. Пусть P — наибольшее значение функции $y = \frac{78}{x}$ на отрезке $[1; 7]$, а Q — наибольшее значение функции $y = -103x^2$ на отрезке $[-5; 4]$. Не выполняя построения, сравните P и Q .

18.29. Используя график функции $y = \frac{6}{x}$, найдите промежуток, которому принадлежит переменная x , если:

а) $1 \leq y \leq 3$; в) $-2 \leq y < -1$;

б) $y < -2$; г) $y \geq 6$.

18.30. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \frac{4}{x}$. Найдите:

а) $f(x^2)$; б) $\frac{1}{4}f(x^3)$; в) $f\left(\frac{1}{x}\right)$; г) $-f(x^5)$.

18.31. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \frac{4}{x}$. Найдите:

а) $f^2(x)$; б) $\frac{1}{f(x)}$; в) $f^3(x)$; г) $-\frac{2}{f(x)}$.

●**18.32.** Решите неравенство графически:

а) $\frac{4}{x} > 2x - 2$; б) $0,5x - 1 > \frac{4}{x}$.

●**18.33.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \frac{4}{x}$. Докажите, что

$$f(x + 1) - f(x - 1) = -\frac{1}{2} f(x + 1) \cdot f(x - 1).$$

●**18.34.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \frac{3}{x}$. Докажите, что

$$f(x + 2) + f(2 - x) = -4f(x^2 - 4).$$

●**18.35.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \frac{1}{x}$. Найдите значение аргумента, при котором выполняется равенство

$$f(x + 3) = 2f(x + 5).$$

●**18.36.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x^2, & \text{если } -3 \leq x \leq 0; \\ \sqrt{x}, & \text{если } 0 < x \leq 4; \\ \frac{8}{x}, & \text{если } x > 4. \end{cases}$

а) Найдите $f(-3)$, $f(1)$, $f(\sqrt{33} - 1)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) Перечислите свойства функции.

●**18.37.** Постройте график функции:

а) $y = \frac{x - 3}{x^2 - 3x}$; в) $y = \frac{-x + 2}{x^2 - 2x}$;

б) $y = \frac{2x + 2}{x^2 + x}$; г) $y = \frac{-\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}}{x^2 + 2x}$.

●**18.38.** Постройте график уравнения:

а) $xy = 3$;

в) $xy = 6$;

б) $(xy - 1)(y - 3) = 0$;

г) $(xy - 2)(xy + 5) = 0$.

§ 19. КАК ПОСТРОИТЬ ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = f(x + l)$, ЕСЛИ ИЗВЕСТЕН ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = f(x)$

Постройте в одной системе координат графики функций:

- 19.1.** а) $y = x^2$ и $y = (x + 1)^2$; в) $y = x^2$ и $y = (x - 2)^2$;
б) $y = x^2$ и $y = (x - 3)^2$; г) $y = x^2$ и $y = (x + 4)^2$.
- 19.2.** а) $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{1}{x - 2}$; в) $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{1}{x + 3}$;
б) $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{1}{x + 2}$; г) $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{1}{x - 5}$.
- 19.3.** а) $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt{x + 2}$; в) $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt{x + 4}$;
б) $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt{x - 1}$; г) $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt{x - 2}$.
- 19.4.** а) $y = |x|$ и $y = |x - 3|$; в) $y = |x|$ и $y = |x + 1|$;
б) $y = |x|$ и $y = |x + 5|$; г) $y = |x|$ и $y = |x - 4|$.
- 19.5.** График какой функции получится, если:
а) параболу $y = 3x^2$ перенести на 4 единицы влево вдоль оси Ox ;
б) гиперболу $y = -\frac{7}{x}$ перенести на 3 единицы вправо вдоль оси Ox ;
в) график функции $y = \sqrt{x}$ перенести на 2 единицы вправо вдоль оси Ox ;
г) график функции $y = |x|$ перенести на 1 единицу влево вдоль оси Ox ?
- 19.6.** График какой функции получится, если:
а) параболу $y = -\frac{1}{3}x^2$ перенести на 0,5 единицы вправо вдоль оси Ox ;
б) гиперболу $y = \frac{2}{x}$ перенести на 2 единицы влево вдоль оси Ox ;
в) график функции $y = -|x|$ перенести на 4 единицы вправо вдоль оси Ox ;
г) график функции $y = -\sqrt{x}$ перенести на 1,5 единицы влево вдоль оси Ox ?

Постройте график функции и укажите, где она убывает, где возрастает:

19.7. а) $y = 2(x + 1)^2$; в) $y = 3(x - 5)^2$;
 б) $y = -(x - 3)^2$; г) $y = -4(x + 2)^2$.

19.8. а) $y = \frac{2}{x+5}$; б) $y = -\frac{1}{x-2}$; в) $y = \frac{3}{x-1}$; г) $y = -\frac{4}{x+4}$.

19.9. а) $y = \sqrt{x-3}$; б) $y = -\sqrt{x+4}$; в) $y = \sqrt{x-1}$; г) $y = -\sqrt{x-2}$.

19.10. а) $y = |x + 3|$; в) $y = |x - 2|$;
 б) $y = -|x - 4|$; г) $y = -|x + 1|$.

19.11. Напишите уравнение параболы $y = a(x + l)^2$, изображенной:
 а) на рис. 24; в) на рис. 26;
 б) на рис. 25; г) на рис. 27.

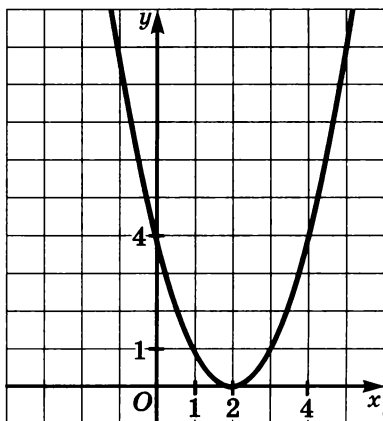


Рис. 24

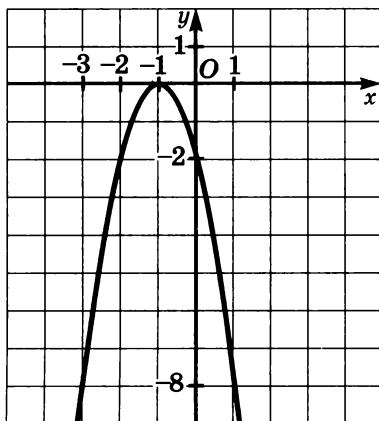


Рис. 25

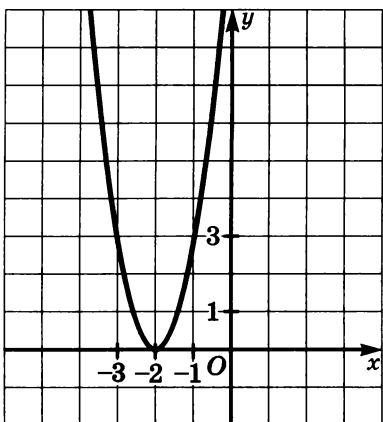


Рис. 26

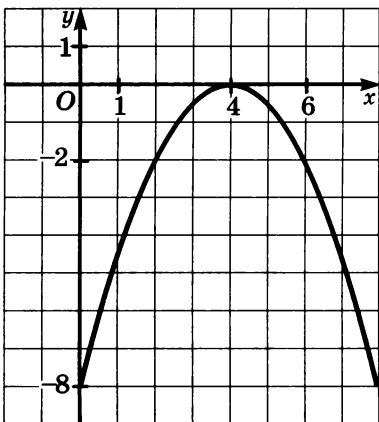


Рис. 27

о19.12. Напишите уравнение кривой $y = \sqrt{x+l}$ или $y = -\sqrt{x+l}$, изображенной:

- а) на рис. 28; в) на рис. 30;
б) на рис. 29; г) на рис. 31.

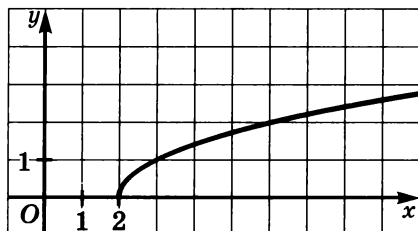


Рис. 28

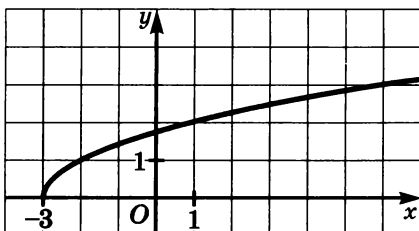


Рис. 29

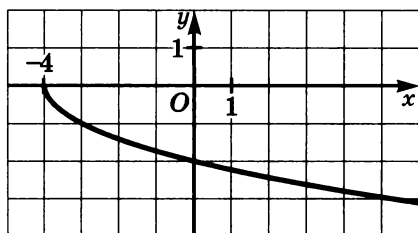


Рис. 30



Рис. 31

о19.13. Напишите уравнение гиперболы $y = \frac{k}{x+l}$, изображенной:

- а) на рис. 32; в) на рис. 34;
б) на рис. 33; г) на рис. 35.

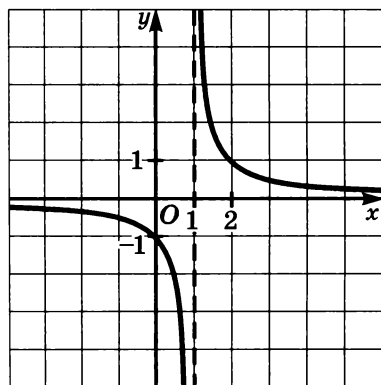


Рис. 32

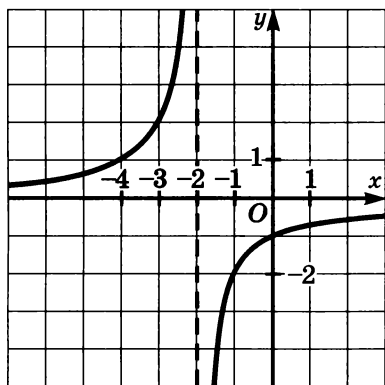


Рис. 33

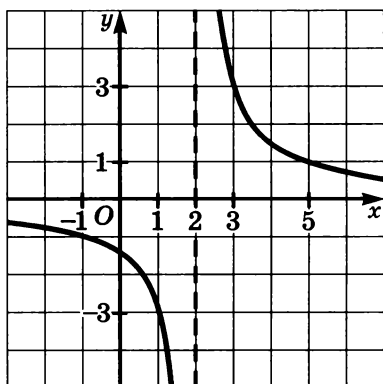


Рис. 34

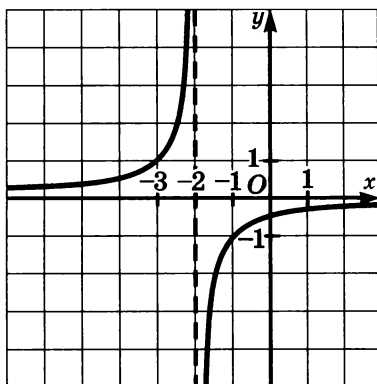


Рис. 35

о19.14. Задайте функцию $y = |x + l|$ или $y = -|x + l|$, график которой изображен:

а) на рис. 36;

в) на рис. 38;

б) на рис. 37;

г) на рис. 39.

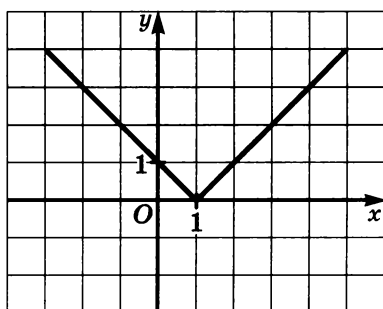


Рис. 36

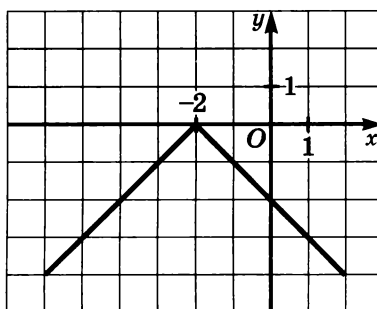


Рис. 37

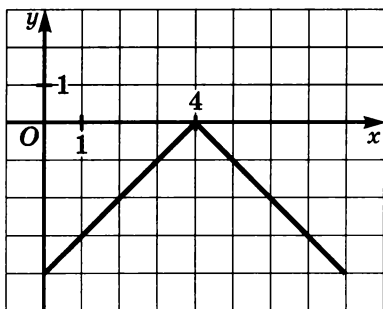


Рис. 38

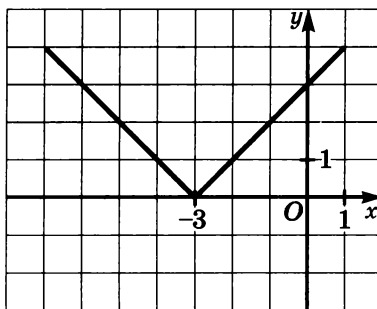


Рис. 39

- о19.15. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = 2(x - 1)^2$:
- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| а) на отрезке $[0; 2]$; | в) на луче $[0; +\infty)$; |
| б) на луче $(-\infty; 1]$; | г) на отрезке $[1; 2]$. |
- о19.16. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = -5(x + 4)^2$:
- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| а) на отрезке $[-5; -3]$; | в) на интервале $(-5; -3)$; |
| б) на луче $[-4; +\infty)$; | г) на луче $(-\infty; 0]$. |
- о19.17. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{4}{x - 3}$:
- | | |
|-----------------------------|--------------------------------|
| а) на отрезке $[4; 7]$; | в) на луче $[4; +\infty)$; |
| б) на луче $(-\infty; 1]$; | г) на полуинтервале $(3; 7]$. |
- о19.18. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = -\frac{2}{x + 2}$:
- | | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| а) на отрезке $[-4; -3]$; | в) на полуинтервале $(-2; 0]$; |
| б) на луче $[2; +\infty)$; | г) на отрезке $[-1; 0]$. |
- о19.19. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \sqrt{x + 4}$:
- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| а) на отрезке $[-3; 0]$; | б) на луче $[5; +\infty)$. |
|---------------------------|-----------------------------|
- о19.20. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = -\sqrt{x - 1}$:
- | | |
|--------------------------|--------------------------------|
| а) на отрезке $[2; 5]$; | б) на полуинтервале $[1; 4)$. |
|--------------------------|--------------------------------|
- о19.21. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = |x + 2|$:
- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| а) на отрезке $[-2; 0]$; | в) на луче $(-\infty; 3]$; |
| б) на луче $[-3; +\infty)$; | г) на отрезке $[1; 4]$. |
- о19.22. Постройте график функции $y = 2(x - 1)^2$.
- Найдите значения y при $x = -1; 0; 1$.
 - Найдите значения x , если $y = 2; 8; 0$.
 - Укажите промежутки возрастания и убывания функции.
 - Напишите уравнение оси симметрии параболы.

о19.23. Постройте график функции $y = -\frac{1}{4}(x + 2)^2$.

- а) Найдите значения y при $x = -2; 0; 2$.
- б) Найдите значения x , если $y = 0; -1; -4$.
- в) Укажите промежутки возрастания и убывания функции.
- г) Напишите уравнение оси симметрии параболы.

о19.24. Постройте график функции $y = \frac{3}{x + 1}$.

- а) Найдите значения y при $x = -2; 0; 2$.
- б) Найдите значения x , если $y = 6; -1; -6$.
- в) Исследуйте функцию на монотонность.
- г) Напишите уравнения асимптот данной гиперболы.

о19.25. Постройте график функции $y = -\frac{6}{x - 2}$.

- а) Найдите значения y при $x = -1; 0; 3$.
- б) Найдите значения x , если $y = 3; -1; -2$.
- в) Исследуйте функцию на монотонность.
- г) Напишите уравнения асимптот данной гиперболы.

о19.26. Используя график функции $y = \sqrt{x + 4}$, найдите:

- а) значения y при $x = -4; 0; 5$;
- б) значения x , если $y = 1; 0; 3$;
- в) наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке $[-3; 0]$;
- г) значения аргумента, удовлетворяющие условию $0 < y < 3$.

о19.27. Постройте график функции $y = |x + 1|$. С помощью графика найдите:

- а) значения y при $x = -1; 0; 4$;
- б) значения x , если $y = 1; 0; 5$;
- в) промежутки возрастания и убывания функции;
- г) значения аргумента, удовлетворяющие условию $y \leq 1$.

о19.28. Постройте график функции $y = |x - 2|$. С помощью графика найдите:

- а) значения y при $x = -3; 0; 1$;
- б) значения x , если $y = 1; 0; 4$;
- в) промежутки возрастания и убывания функции;
- г) значения аргумента, удовлетворяющие условию $y > 2$.

Решите графически уравнение:

○19.29. а) $(x - 2)^2 = x$; в) $(x - 2)^2 = -x$;

б) $(x + 3)^2 = 1$; г) $(x + 5)^2 = 4$.

○19.30. а) $2(x - 1)^2 = 2x + 2$; в) $-(x + 2)^2 = x$;

б) $-4(x + 3)^2 = -x$; г) $2(x - 2)^2 = 8$.

○19.31. а) $\frac{2}{x+3} = 2$; в) $-\frac{3}{x-2} = 1$;

б) $\frac{2}{x+1} = x$; г) $-\frac{3}{x-3} = 1 - x$.

○19.32. а) $\frac{2}{x-1} = |x|$; в) $|x| = -\frac{3}{x+2}$;

б) $\frac{2}{x-2} = \sqrt{x+1}$; г) $\sqrt{x} = \frac{4}{x-2}$.

○19.33. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & \text{если } -2 \leq x \leq 2; \\ 3(x-3)^2, & \text{если } 2 < x \leq 4 \end{cases}$

а) Найдите $f(-1)$; $f(2)$; $f(4)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) Перечислите свойства функции.

○19.34. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x+1}, & \text{если } -3 \leq x < -1; \\ -x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 2. \end{cases}$

а) Найдите $f(-1,5)$; $f(-1)$; $f(2)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) Перечислите свойства функции.

Постройте график функции:

19.35. а) $y = x^2 - 2x + 1$; в) $y = x^2 + 10x + 25$;

б) $y = x^2 + 4x + 4$; г) $y = x^2 - 6x + 9$.

19.36. а) $y = -x^2 + 8x - 16$; в) $y = -x^2 + 12x - 36$;

б) $y = 14x - x^2 - 49$; г) $y = 4x - x^2 - 4$.

19.37. а) $y = 3x^2 + 24x + 48$; в) $y = 20x - 2x^2 - 50$;

б) $y = 2x^2 - 20x + 50$; г) $y = 4x^2 + 56x + 196$.

Постройте график функции:

19.38. а) $y = \sqrt{(x - 4)^2}$; в) $y = \sqrt{(x - 1)^2}$;

б) $y = \sqrt{(x + 6)^2}$; г) $y = \sqrt{(x + 1)^2}$.

19.39. а) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$; в) $y = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$;

б) $y = \sqrt{x^2 + 10x + 25}$; г) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$.

19.40. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$y = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$:

а) на отрезке $[-2; 2]$;

в) на луче $(-\infty; 3]$;

б) на луче $[0; +\infty)$;

г) на отрезке $[-5; 0]$.

19.41. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$y = \sqrt{x^2 - 10x + 25}$:

а) на отрезке $[4; 7]$;

в) на луче $[2; +\infty)$;

б) на луче $(-\infty; 5]$;

г) на полуинтервале $[-1; 6)$.

19.42. Пусть A — наибольшее значение функции $y = -3(x + 4)^2$ на отрезке $[-5; -3]$, а B — наибольшее значение функции

$y = \frac{3}{x}$ на луче $[1; +\infty)$. Что больше: A или B ? Сделайте

графическую иллюстрацию.

19.43. Пусть M — наименьшее значение функции $y = 5(x + 3)^2$ на отрезке $[-4; -2]$, а N — наибольшее значение функции $y = 2x + 3$ на отрезке $[0; 1]$. Что больше: M или N ? Сделайте графическую иллюстрацию.

19.44. Пусть K — наибольшее значение функции $y = -\frac{1}{x + 2}$ на луче $(-\infty; -3]$, а L — наименьшее значение функции $y = -3x + 2$ на луче $(-\infty; 1]$. Что больше: L или K ? Сделайте графическую иллюстрацию.

19.45. Пусть P — наибольшее значение функции $y = -(x + 5)^2$ на отрезке $[-6; -4]$, а Q — наибольшее значение функции $y = -2(x - 1)^2$ на отрезке $[0; 2]$. Сравните числа P и Q . Сделайте графическую иллюстрацию.

19.46. Решите графически уравнение:

а) $|x - 2| = x^2$;

в) $|x - 3| = \sqrt{x - 1}$;

б) $|x + 1| = -2x^2$;

г) $|x + 5| = -x - 1$.

Решите графически уравнение:

19.47. а) $\frac{4}{x+1} = -0,5(x+1)^2$;

в) $\frac{4}{x+3} = -4(x+3)^2$;

б) $\frac{2}{x-3} = 2(x-3)^2$;

г) $\frac{5}{x-1} = -5(x-1)^2$.

19.48. а) $\sqrt{x+3} = -1-x$;

в) $\sqrt{x-1} = 3-x$;

б) $\sqrt{x-2} = x-4$;

г) $\sqrt{x+4} = x+2$.

19.49. а) $(x-1)^2 = |x-3|$;

в) $(x+1)^2 = \frac{4}{x}$;

б) $\sqrt{x+2} = \frac{2}{x-1}$;

г) $|x+1| = \sqrt{x+3}$.

●19.50. а) $\sqrt{x^2-4x+4} = -2(x-2)^2$;

в) $\sqrt{x^2+6x+9} = (x+3)^2$;

б) $\sqrt{x^2-2x+1} = \frac{2}{x}$;

г) $\sqrt{x^2+4x+4} = -x$.

Решите графически систему уравнений:

19.51. а) $\begin{cases} y = (x-2)^2, \\ y = x; \end{cases}$

в) $\begin{cases} y = -(x+1)^2, \\ y = x-1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = 2(x+1)^2, \\ y = 3x; \end{cases}$

г) $\begin{cases} y = -(x-3)^2, \\ y = x-5. \end{cases}$

●19.52. а) $\begin{cases} y = \sqrt{x-3}, \\ y = (x-3)^2; \end{cases}$

в) $\begin{cases} y = \sqrt{x+4}, \\ y = -2x+2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = (x-2)^2, \\ y = \sqrt{x^2-8x+16}; \end{cases}$

г) $\begin{cases} y = 0,5(x+1)^2, \\ y = \sqrt{x^2+2x+1}. \end{cases}$

19.53. Сколько решений имеет система уравнений:

а) $\begin{cases} y = \frac{1}{x-2}, \\ y = \frac{x}{3}; \end{cases}$

в) $\begin{cases} y = -\frac{3}{x+2}, \\ y = -2x-1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = -\frac{2}{x+3}, \\ x-y = 7; \end{cases}$

г) $\begin{cases} y = \frac{4}{x-2}, \\ x+y = 2? \end{cases}$

●19.54. Сколько решений имеет система уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} y = -\frac{4}{x-3}, \\ y = |x+2|; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} y = 2(x-1)^2, \\ y = \sqrt{x+2}? \end{cases}$$

●19.55. а) Используя графики функций $y = 2x - 2$ и $y = \frac{4}{x-2}$, определите, при каких значениях x $2x - 2 > \frac{4}{x-2}$.

б) Используя графики функций $y = \sqrt{x+1}$ и $y = x - 1$, определите, при каких значениях x $\sqrt{x+1} \leq x - 1$.

19.56. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 2, & \text{если } -3 \leq x \leq 1; \\ \sqrt{x+1}, & \text{если } 1 < x \leq 5. \end{cases}$$

С помощью графика функции найдите:

а) $f(-2,8)$, $f(3,84)$, $f(0)$;

б) при каких значениях x $f(x) = 0$, $f(x) = 2$, $f(x) = 4$.

●19.57. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3}, & \text{если } -3 \leq x \leq 1; \\ 2(x-1)^2, & \text{если } 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

а) Постройте график функции $y = f(x)$.

б) При каких значениях p уравнение $f(x) = p$ имеет один корень, два корня?

●19.58. Постройте график функции:

$$\text{а) } y = \frac{|x|}{x}(x-2)^2; \quad \text{в) } y = \frac{|1-x|}{x-1}(x-3)^2;$$

$$\text{б) } y = \frac{x+3}{x^2-9}; \quad \text{г) } y = \frac{6-3x}{x^2-4}.$$

§ 20. КАК ПОСТРОИТЬ ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = f(x) + m$, ЕСЛИ ИЗВЕСТЕН ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = f(x)$

20.1. Постройте в одной системе координат графики функций:

а) $y = x^2$ и $y = x^2 + 2$;

в) $y = x^2$ и $y = x^2 + 5$;

б) $y = x^2$ и $y = x^2 - 1$;

г) $y = x^2$ и $y = x^2 - 3$.

Постройте в одной системе координат графики функций:

20.2. а) $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{1}{x} + 2$; в) $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{1}{x} - 4$;

б) $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{1}{x} - 3$; г) $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{1}{x} + 1$.

20.3. а) $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt{x} - 2$; в) $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt{x} - 4$;

б) $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt{x} + 3$; г) $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt{x} + 1$.

20.4. а) $y = |x|$ и $y = |x| + 1$; в) $y = |x|$ и $y = |x| - 2$;

б) $y = |x|$ и $y = |x| - 3$; г) $y = |x|$ и $y = |x| + 2$.

20.5. График какой функции получится, если:

а) параболу $y = 2x^2$ перенести на 3 единицы вверх вдоль оси Oy ;

б) гиперболу $y = \frac{9}{x}$ перенести на 1 единицу вниз вдоль оси Oy ;

в) график функции $y = \sqrt{x}$ перенести на 2 единицы вниз вдоль оси Oy ;

г) график функции $y = |x|$ перенести на 4 единицы вверх вдоль оси Oy ?

20.6. График какой функции получится, если:

а) параболу $y = -0,5x^2$ перенести на 1 единицу вниз вдоль оси Oy ;

б) гиперболу $y = -\frac{8}{x}$ перенести на 4 единицы вверх вдоль оси Oy ;

в) график функции $y = -\sqrt{x}$ перенести на 3 единицы вверх вдоль оси Oy ;

г) график функции $y = -|x|$ перенести на 2 единицы вниз вдоль оси Oy ?

Постройте график функции:

20.7. а) $y = 2x^2 + 3$; в) $y = 4x^2 - 5$;
б) $y = -x^2 - 4$; г) $y = -3x^2 + 2$.

20.8. а) $y = |x| + 4$; в) $y = |x| - 2$;
б) $y = -|x| - 1$; г) $y = -|x| + 3$.

Постройте график функции:

20.9. а) $y = \sqrt{x} + 5$;

в) $y = \sqrt{x} - 2$;

б) $y = -\sqrt{x} - 3$;

г) $y = -\sqrt{x} + 4$.

20.10. а) $y = \frac{3}{x} + 4$;

в) $y = \frac{4}{x} - 3$;

б) $y = -\frac{5}{x} - 1$;

г) $y = -\frac{2}{x} + 3$.

о20.11. Напишите уравнение параболы $y = ax^2 + m$, изображенной:

а) на рис. 40;

в) на рис. 42;

б) на рис. 41;

г) на рис. 43.

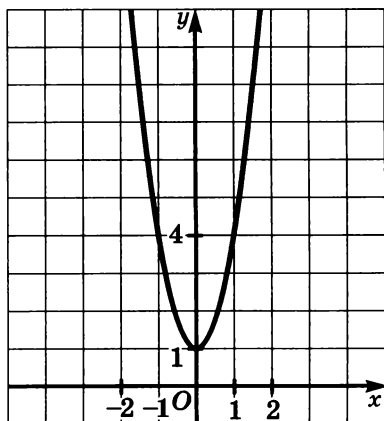


Рис. 40

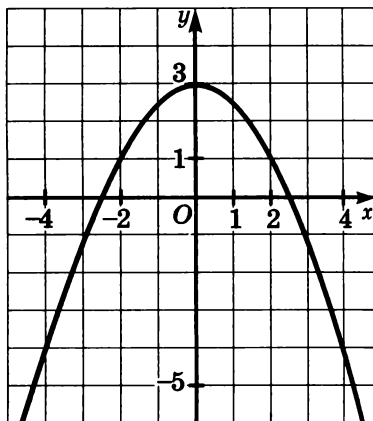


Рис. 41

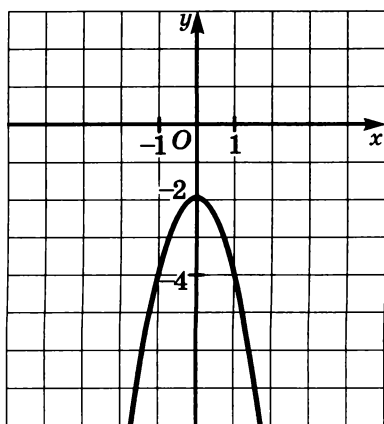


Рис. 42

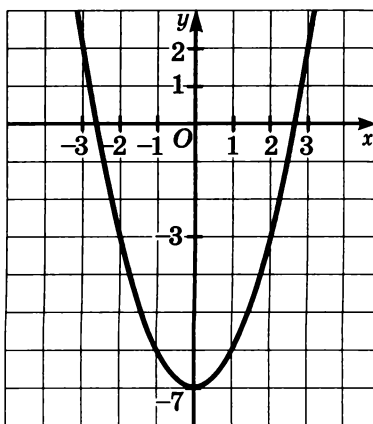


Рис. 43

о20.12. Напишите уравнение гиперболы $y = \frac{k}{x} + m$, изображенной:

а) на рис. 44; б) на рис. 45; в) на рис. 46; г) на рис. 47.

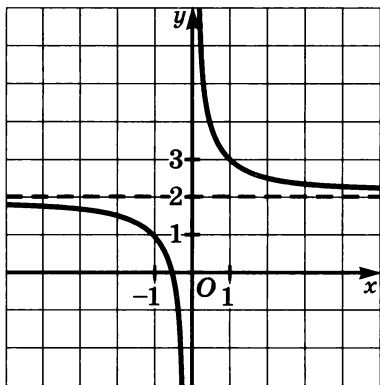


Рис. 44

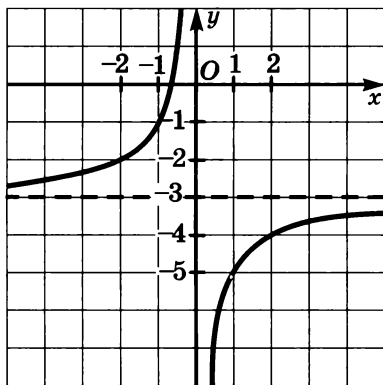


Рис. 45

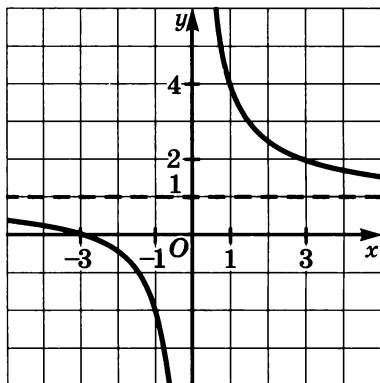


Рис. 46

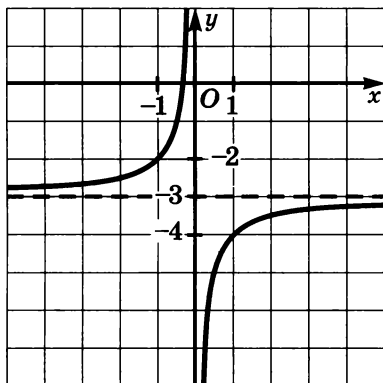


Рис. 47

о20.13. Напишите уравнение графика функции, изображенного:

а) на рис. 48; б) на рис. 49; в) на рис. 50; г) на рис. 51.

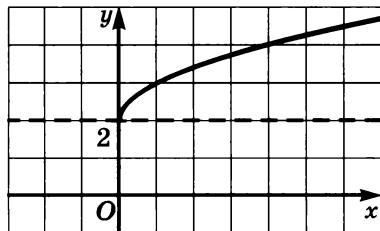


Рис. 48

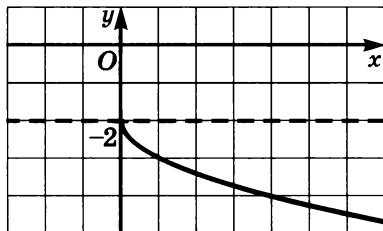


Рис. 49

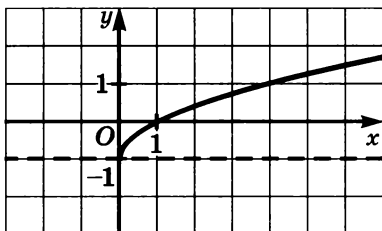


Рис. 50

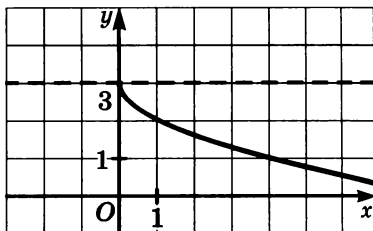


Рис. 51

о20.14. Напишите уравнение графика функции, изображенного:

а) на рис. 52;

в) на рис. 54;

б) на рис. 53;

г) на рис. 55.

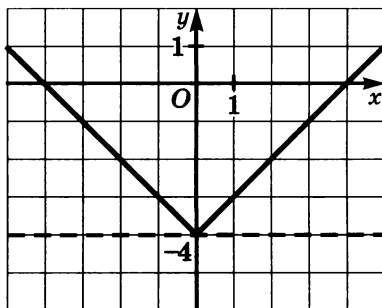


Рис. 52

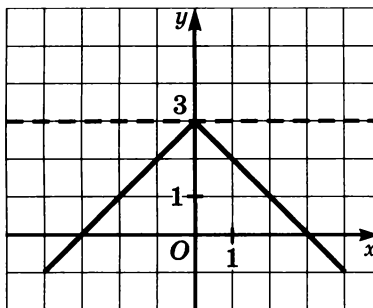


Рис. 53

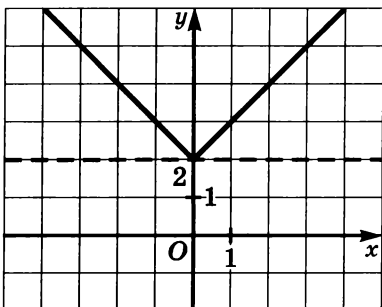


Рис. 54

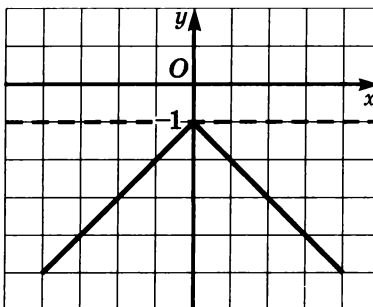


Рис. 55

о20.15. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = 2x^2 - 5$:

а) на отрезке $[-1; 1]$;

в) на отрезке $[-2; 1]$;

б) на луче $[0; +\infty)$;

г) на луче $(-\infty; 2]$.

о20.16. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = \frac{2}{x} - 2:$$

- а) на отрезке $[1; 2]$; в) на отрезке $[-2; -0,5]$;
б) на луче $(-\infty; -1]$; г) на полуинтервале $[2; 5)$.

о20.17. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = -3x^2 + 4:$$

- а) на отрезке $[-1; 1]$; в) на интервале $(-3; 1]$;
б) на открытом луче $(-2; +\infty)$; г) на отрезке $[-1; 0]$.

о20.18. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = -\frac{1}{x} + 1:$$

- а) на отрезке $[1; 3]$; в) на луче $(-\infty; -1]$;
б) на луче $[1; +\infty)$; г) на отрезке $[-4; -2]$.

о20.19. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = \sqrt{x} - 2:$$

- а) на отрезке $[1; 4]$; в) на отрезке $[4; 9]$;
б) на луче $[4; +\infty)$; г) на луче $[1; +\infty)$.

о20.20. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = -\sqrt{x} + 1:$$

- а) на отрезке $[0; 1]$; в) на отрезке $[1; 9]$;
б) на полуинтервале $(1; 9]$; г) на полуинтервале $[4; 9)$.

о20.21. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = |x| - 4:$$

- а) на отрезке $[2; 6]$; в) на луче $(-\infty; 0]$;
б) на луче $[-1; +\infty)$; г) на отрезке $[-4; 5]$.

о20.22. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = -|x| + 2:$$

- а) на отрезке $[-2; -1]$; в) на отрезке $[-1; 2]$;
б) на полуинтервале $[-3; 1)$; г) на луче $(-\infty; 1]$.

о20.23. Используя график функции $y = 0,5x^2 - 2$, найдите:

- а) значение функции при $x = -1; 0; 2$;
б) значения аргумента, если $y = 0; y = -2; y = 6$;
в) наименьшее значение функции;
г) значения аргумента, при которых $y < 0; y > 0$.

- о20.24. Используя график функции $y = -x^2 + 9$, найдите:
- значение функции при $x = -3$; 0; 1;
 - значения аргумента, если $y = 9$; $y = 5$; $y = 0$;
 - наибольшее значение функции;
 - значения аргумента, при которых $y > 0$, $y < 0$.
- о20.25. Используя график функции $y = -\sqrt{x} + 2$, найдите:
- значение функции при $x = 0$; 1; 9;
 - значение аргумента, если $y = 1$; $y = 0$; $y = -2$;
 - множество значений функции;
 - значения аргумента, при которых $y > 0$, $y < 0$.
- о20.26. Используя график функции $y = \sqrt{x} - 1$, найдите:
- значение функции при $x = 0$; 1; 4;
 - значение аргумента, если $y = -1$; $y = 0$; $y = 1$;
 - множество значений функции;
 - значения аргумента, при которых $y < 0$, $y > 0$.
- о20.27. Используя график функции $y = \frac{4}{x} + 2$, найдите:
- значение функции при $x = -4$; -2 ; 1;
 - значение аргумента, если $y = 3$; 0; -2 ;
 - значения аргумента, при которых $y < 0$, $y > 0$;
 - уравнения асимптот графика функции.
- о20.28. Используя график функции $y = -\frac{6}{x} - 3$, найдите:
- значение функции при $x = -3$; 2; 6;
 - значение аргумента, если $y = 0$; -1 ; 3;
 - значения аргумента, при которых $y > 0$, $y < 0$;
 - уравнения асимптот графика функции.
- о20.29. Постройте график функции $y = |x| - 1$. С помощью графика найдите:
- значение y при $x = 0$; -2 ; 3;
 - значения x , если $y = 3$; 0; -2 ;
 - значения x , при которых $y < 0$, $y > 0$;
 - наименьшее значение функции.
- о20.30. Постройте график функции $y = -|x| + 3$. С помощью графика найдите:
- значение y при $x = -4$; 0; 1;
 - значения x , если $y = 3$; 0; -2 ;
 - значения x , при которых $y > 0$, $y < 0$;
 - наибольшее значение функции.

Решите графически уравнение:

о20.31. а) $x^2 + 1 = \frac{2}{x}$; в) $x^2 + 1 = -\frac{2}{x}$;

б) $\frac{4}{x} - 5 = -x$; г) $\frac{3}{x} - 2 = x$.

о20.32. а) $-\sqrt{x} + 4 = 3x^2$; в) $\sqrt{x} - 1 = \frac{4}{x}$;

б) $|x| - 3 = -\frac{4}{x}$; г) $-|x| + 2 = 0,5(x - 2)^2$.

о20.33. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 1; \\ x, & \text{если } 1 < x \leq 4. \end{cases}$$

а) Найдите $f(-1,5)$; $f(1)$; $f(4)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) По графику определите, при каких значениях x $f(x) = 2$, $f(x) = 1$, $f(x) = -2$.

о20.34. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -3x^2 + 2, & \text{если } -1 \leq x \leq 1; \\ \frac{3}{x}, & \text{если } 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

а) Найдите $f(-1)$; $f\left(\frac{1}{3}\right)$; $f(3)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) Перечислите свойства функции.

20.35. Пусть A — наибольшее значение функции $y = \frac{3}{x} - 2$ на отрезке $[1; 3]$, а B — наименьшее значение функции $y = 1 - x$ на отрезке $[-4; 3]$. Сравните A и B . Сделайте графическую иллюстрацию.

20.36. Пусть K — наибольшее значение функции $y = -\frac{2}{x} - 1$ на луче $(-\infty; -1]$, а L — наименьшее значение функции $y = (x - 4)^2$ на отрезке $[3; 5]$. Сравните L и K . Сделайте графическую иллюстрацию.

Решите графически систему уравнений:

20.37. а) $\begin{cases} y = 3x^2 - 2, \\ y = 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -2x^2 + 3, \\ y = 3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = \frac{2}{x} + 1, \\ y = 3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = -\frac{4}{x} - 2, \\ y = -1. \end{cases}$

20.38. а) $\begin{cases} y = \frac{2}{x} + 1, \\ y + 5x - 1 = 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -x^2 - 2, \\ 5x - 3y = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = -\frac{3}{x} + 1, \\ y = -\sqrt{x} - 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = 0,5x^2 - 3, \\ y = \sqrt{x} + 3. \end{cases}$

20.39. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } -4 \leq x \leq -2; \\ -0,5x^2 + 3, & \text{если } -2 < x \leq 2; \\ \frac{x}{3}, & \text{если } 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

а) Найдите $f(-2)$; $f(0)$; $f(4)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) Перечислите свойства функции.

●20.40. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2, & \text{если } -5 \leq x \leq -3; \\ |x| - 1, & \text{если } -3 < x < 1; \\ \sqrt{x-1}, & \text{если } 1 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

а) Найдите $f(-5)$; $f(1)$; $f\left(\frac{\pi^2}{4} + 1\right)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) Перечислите свойства функции.

●20.41. Постройте график функции:

а) $y = \sqrt{-x} - 1$; б) $y = -\sqrt{-x} + 1$.

- 20.42. а) Используя графики функций $y = -x^2 + 4$ и $y = x + 2$, решите неравенство $x + 2 \leq -x^2 + 4$.
 б) Используя графики функций $y = x^2 - 2$ и $y = -|x| + 4$, решите неравенство $x^2 - 2 < -|x| + 4$.

§ 21. КАК ПОСТРОИТЬ ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = f(x + l) + m$, ЕСЛИ ИЗВЕСТЕН ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = f(x)$

Постройте в одной системе координат графики функций:

21.1. а) $y = x^2$ и $y = (x + 2)^2 + 1$;

б) $y = x^2$ и $y = (x - 3)^2 + 2$;

в) $y = x^2$ и $y = (x + 5)^2 - 4$;

г) $y = x^2$ и $y = (x - 6)^2 - 3$.

21.2. а) $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{1}{x + 2} - 4$;

б) $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{1}{x - 1} - 3$;

в) $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{1}{x - 5} + 3$;

г) $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{1}{x + 2} + 1$.

21.3. а) $y = 2x^2$ и $y = 2(x - 2)^2 - 2$;

б) $y = -\frac{2}{x}$ и $y = -\frac{2}{x - 2} + 2$;

в) $y = -2x^2$ и $y = -2(x + 2)^2 + 2$;

г) $y = \frac{2}{x}$ и $y = \frac{2}{x + 2} - 2$.

○21.4. а) $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt{x + 3} - 1$;

б) $y = -|x|$ и $y = -|x - 1| + 4$;

в) $y = -\sqrt{x}$ и $y = -\sqrt{x + 1} + 2$;

г) $y = |x|$ и $y = |x + 2| - 1$.

о21.5. График какой функции получится, если:

- а) параболу $y = 2,5x^2$ перенести на 3 единицы влево и на 4 единицы вниз;
- б) гиперболу $y = -\frac{4}{x}$ перенести на 2 единицы вправо и на 1 единицу вверх;
- в) график функции $y = \sqrt{x}$ перенести на 1 единицу влево и на 2 единицы вверх;
- г) график функции $y = |x|$ перенести на 3 единицы вправо и на 1 единицу вниз?

о21.6. График какой функции получится, если:

- а) параболу $y = -\frac{1}{3}x^2$ перенести на 2 единицы вправо и на 3 единицы вверх;
- б) гиперболу $y = \frac{3}{x}$ перенести на 1 единицу влево и на 2 единицы вниз;
- в) график функции $y = -\sqrt{x}$ перенести на 4 единицы влево и на 2 единицы вниз;
- г) график функции $y = -|x|$ перенести на 6 единиц вправо и на 3 единицы вверх?

Постройте график функции:

- о21.7. а) $y = (x + 1)^2 - 2$; в) $y = -(x - 4)^2 + 3$;
б) $y = -(x + 3)^2 + 1$; г) $y = (x - 2)^2 - 5$.

- о21.8. а) $y = 2(x + 5)^2 - 3$; в) $y = -4(x - 2)^2 - 1$;
б) $y = -3(x - 1)^2 + 4$; г) $y = 0,5(x + 4)^2 + 1$.

- о21.9. а) $y = \frac{3}{x + 5} + 2$; в) $y = \frac{1}{x + 4} - 1$;
б) $y = -\frac{1}{x - 3} + 4$; г) $y = -\frac{1}{x - 1} - 1$.

- о21.10. а) $y = -\frac{3}{x - 1} + 2$; в) $y = \frac{4}{x - 5} - 1$;
б) $y = \frac{2}{x + 3} - 4$; г) $y = -\frac{5}{x + 3} + 3$.

о21.11. а) $y = \sqrt{x+1} + 2$; в) $y = \sqrt{x-1} - 1$;

б) $y = |x+3| - 4$; г) $y = |x-2| + 3$.

о21.12. Напишите уравнение параболы $y = a(x+l)^2 + m$, изображенной:

а) на рис. 56;

в) на рис. 58;

б) на рис. 57;

г) на рис. 59.

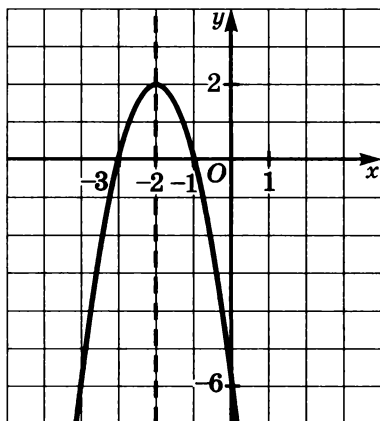


Рис. 56

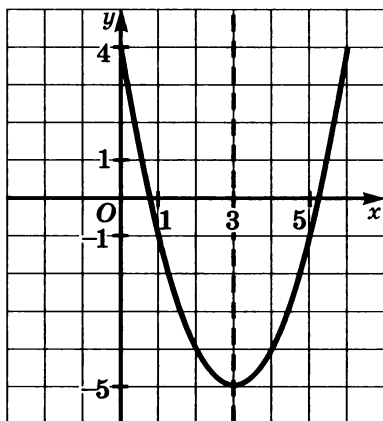


Рис. 57

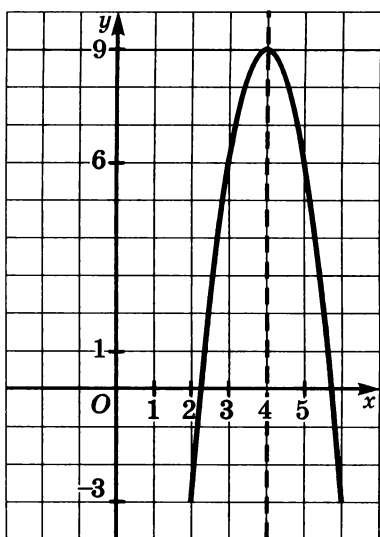


Рис. 58

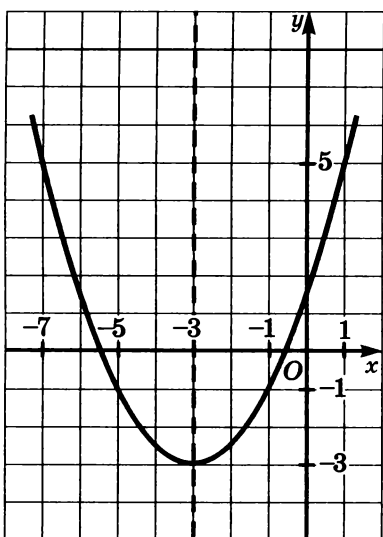


Рис. 59

о21.13. Напишите уравнение гиперболы $y = \frac{k}{x+l} + m$, изображенной:

а) на рис. 60; б) на рис. 61; в) на рис. 62; г) на рис. 63.

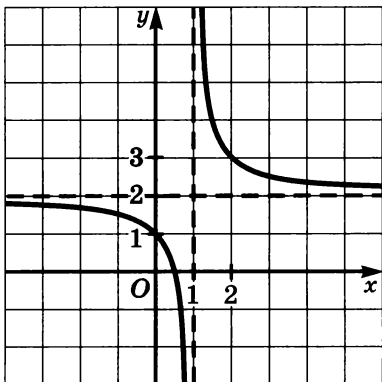


Рис. 60

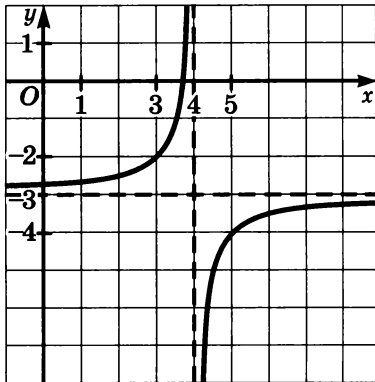


Рис. 61

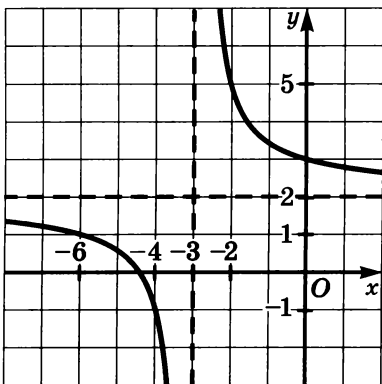


Рис. 62

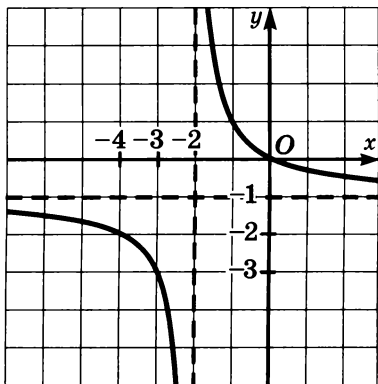


Рис. 63

о21.14. График какой функции изображен:

а) на рис. 64; б) на рис. 65; в) на рис. 66; г) на рис. 67?

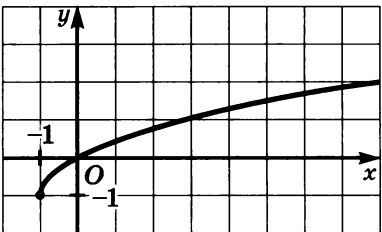


Рис. 64

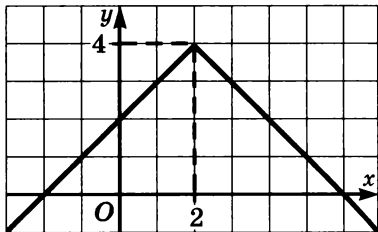


Рис. 65

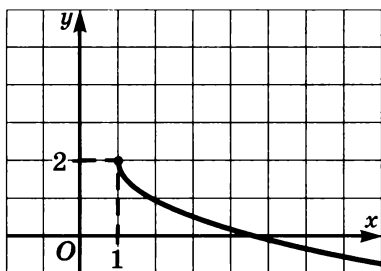


Рис. 66

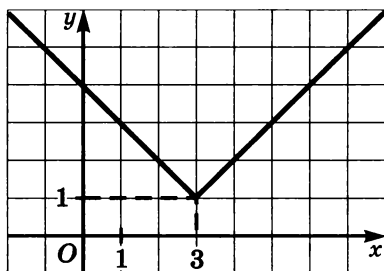


Рис. 67

о21.15. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = 2(x - 1)^2 + 3$:

а) на отрезке $[0; 1]$;

в) на отрезке $[1; 2]$;

б) на луче $[1; +\infty)$;

г) на луче $(-\infty; 0]$.

о21.16. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = \frac{3}{x+1} - 3:$$

а) на отрезке $[0; 2]$;

в) на отрезке $[2; 5]$;

б) на луче $[0; +\infty)$;

г) на луче $(-\infty; -2]$.

о21.17. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = \sqrt{x+2} - 3:$$

а) на отрезке $[-2; 2]$;

в) на полуинтервале $[23; 34]$;

б) на интервале $(0; 1)$;

г) на луче $[3; +\infty)$.

о21.18. Используя график функции $y = -(x - 3)^2 + 4$:

а) найдите значения аргумента, при которых $y = 0$, $y > 0$, $y < 0$;

б) определите промежутки возрастания и убывания функции;

в) укажите наибольшее значение функции;

г) напишите уравнение оси симметрии параболы.

о21.19. Используя график функции $y = \frac{6}{x+2} - 1$:

а) найдите значения аргумента, при которых $y = 0$, $y > 0$, $y < 0$;

б) определите промежутки убывания функции;

в) укажите центр симметрии гиперболы;

г) напишите уравнения асимптот гиперболы.

о21.20. Используя график функции $y = \sqrt{x+1} - 2$, найдите:

а) область определения функции;

б) множество значений функции;

в) координаты точек пересечения графика с осями координат;

г) значения аргумента, при которых $y > 0$, $y < 0$.

- о21.21. Постройте график функции $y = |x - 2| - 3$. С помощью графика найдите:
- а) наименьшее значение функции;
 - б) промежутки возрастания, убывания функции;
 - в) значения x , при которых $y = 0$, $y > 0$, $y < 0$;
 - г) множество значений функции.

- о21.22. Постройте график функции $y = 5 - |x + 2|$. С помощью графика найдите:
- а) наибольшее значение функции;
 - б) промежутки возрастания, убывания функции;
 - в) значения x , при которых $y = 0$, $y > 0$, $y < 0$;
 - г) множество значений функции.

- о21.23. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -3(x + 2)^2 - 1, & \text{если } -3 \leq x \leq -1; \\ 4x, & \text{если } -1 < x \leq 1. \end{cases}$$

Постройте график функции $y = f(x)$ и определите, при каких значениях p уравнение $f(x) = p$:

- а) имеет один корень;
- б) имеет два корня;
- в) имеет три корня;
- г) не имеет корней.

- о21.24. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} + 2, & \text{если } x < -1; \\ -2x - 2, & \text{если } x \geq -1. \end{cases}$

- а) Найдите $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0,25)$.
 - б) Постройте график функции $y = f(x)$.
 - в) С помощью графика функции найдите, при каких значениях x $f(x) = 1$, $f(x) = 0$, $f(x) = -2$.
-

- 21.25. Постройте и прочитайте график функции $y = f(x)$, где:

а) $f(x) = \begin{cases} (x + 2)^2 + 2, & \text{если } -3 \leq x \leq -1; \\ (x + 1)^2 + 1, & \text{если } x > -1; \end{cases}$

б) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x + 4} - 1, & \text{если } -4 \leq x \leq 0; \\ -x^2 + 1, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

- 21.26. Постройте график функции, предварительно преобразовав ее методом выделения полного квадрата к виду $y = a(x + l)^2 + m$:

- а) $y = x^2 + 2x + 3$;
- б) $y = x^2 - 4x + 1$;
- в) $y = x^2 + 6x + 10$;
- г) $y = x^2 - 14x + 51$.

Постройте график функции:

21.27. а) $y = x^2 - 10x + 24$;

в) $y = x^2 - 4x$;

б) $y = x^2 + 8x + 7$;

г) $y = x^2 - 6x + 5$.

●21.28. а) $y = 2x^2 - 4x + 5$;

в) $y = -4x^2 + 8x - 10$;

б) $y = -3x^2 + 6x - 1$;

г) $y = 2x^2 - 8x + 6$.

●21.29. Постройте и прочитайте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -3(x+2)^2 + 3, & \text{если } -3 \leq x \leq -1; \\ 0, & \text{если } -1 < x \leq 0; \\ -\frac{2}{x+1} + 2, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

§ 22. ФУНКЦИЯ $y = ax^2 + bx + c$, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

22.1. Какая из следующих функций является квадратичной:

а) $y = 3x^2 + 5x + 6$;

в) $y = 5x^2 - 7x$;

б) $y = 3x - 1$;

г) $y = 9x$?

22.2. Назовите коэффициенты a , b и c квадратичной функции:

а) $y = 7x^2 - 3x - 2$;

в) $y = 8x^2 - 2x$;

б) $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$;

г) $y = \frac{2}{5}x + \frac{1}{7} - \frac{3}{10}x^2$.

22.3. Составьте квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$, у которого:

а) $a = 2$, $b = -1$, $c = 4$;

в) $a = 9$, $b = -3$, $c = -1$;

б) $a = -1$, $b = 7$, $c = 0$;

г) $a = 1$, $b = 0$, $c = 5$.

22.4. Не выполняя построения, ответьте на вопрос, куда (вверх или вниз) направлены ветви параболы:

а) $y = 3x^2 - 7x + 1$;

в) $y = -7x^2 + x - 2$;

б) $y = -5x^2 + 2x + 0,5$;

г) $y = 6x^2 + 9x + 1$.

о22.5. Запишите уравнение прямой, которая является осью симметрии параболы:

а) $y = 2x^2 - x + 1$;

в) $y = 7x^2 + 12x + 4$;

б) $y = -5x^2 + 2x - 2$;

г) $y = -x^2 + 2x + 1$.

о22.6. Найдите координаты вершины параболы:

а) $y = 4x^2 + 8x - 1$;

в) $y = -x^2 + x - 1$;

б) $y = -3x^2 - 6x + 2$;

г) $y = 5x^2 - 10x + 4$.

Постройте график функции:

о22.7. а) $y = x^2 + 4x + 5$; в) $y = -x^2 + 2x + 2$;

б) $y = -x^2 + 2x - 3$; г) $y = x^2 - 4x + 1$.

о22.8. а) $y = x^2 + 6x$; в) $y = x^2 - 6x$;

б) $y = -x^2 + 2x$; г) $y = -x^2 - 4x$.

о22.9. а) $y = 2x^2 + 4x$; в) $y = 3x^2 - 12x$;

б) $y = -3x^2 + 12x$; г) $y = -4x^2 - 8x$.

о22.10. а) $y = 3x^2 + 6x + 1$; в) $y = -3x^2 + 6x + 2$;

б) $y = -2x^2 + 8x - 5$; г) $y = 2x^2 - 4x + 3$.

о22.11. а) $y = (x - 2)(x + 4)$; в) $y = (2 - x)(x - 6)$;

б) $y = -5x(x + 2)$; г) $y = 3x(2 + x)$.

о22.12. а) $y = (x + 2)^2 - 2x + 2$;

б) $y = -(x - 1)^2 + 4(x - 1) + 5$;

в) $y = 6x + (x - 2)^2$;

г) $y = (x + 1)^2 - 6(x + 1) + 8$.

о22.13. Найдите значение коэффициента c и постройте график функции $y = x^2 - 6x + c$, если известно, что наименьшее значение функции равно 1.

о22.14. Найдите значение коэффициента c и постройте график функции $y = -x^2 + 4x + c$, если известно, что наибольшее значение функции равно 2.

о22.15. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = 2x^2 + 4x - 1$:

а) на отрезке $[-1; 0]$;

в) на отрезке $[0; 5]$;

б) на луче $[-2; +\infty)$;

г) на луче $(-\infty; -3]$.

о22.16. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = -x^2 + 2x + 3$:

а) на отрезке $[0; 2]$;

в) на отрезке $[1; 2]$;

б) на луче $(-\infty; 1]$;

г) на луче $[2; +\infty)$.

о22.17. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = 3x^2 - 12x + 1$:

а) на отрезке $[1; 4]$;

в) на отрезке $[0; 4]$;

б) на полуинтервале $(1; 4]$;

г) на полуинтервале $[0; 4)$.

о22.26. Определите число решений системы уравнений:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} y = 2x^2 - 6x + 1, \\ y = 3; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} y = -3x^2 + 12x - 5, \\ y = -5; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} y = x^2 - 2x, \\ 2x - 3y = 0; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} y = -4x^2 + 4x + 2, \\ 3x - 2y = 0. \end{cases} \end{array}$$

о22.27. а) Зная, что $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$, найдите $f(x^5)$.

б) Зная, что $f(x) = -x^2 + 2x - 4$, найдите $f(-x - 1)$.

о22.28. а) Найдите значение коэффициента c , если известно, что график функции $y = x^2 + 4x + c$ пересекает ось ординат в точке $A(0; 2)$.

б) Найдите значение коэффициента c , если известно, что график функции $y = x^2 + 4x + c$ пересекает ось ординат в точке $B(0; 4)$.

о22.29. а) Найдите значение коэффициента a , если известно, что график функции $y = ax^2 + 4x + 5$ пересекает ось абсцисс в точке $M(-10; 0)$.

б) Найдите значение коэффициента a , если известно, что график функции $y = ax^2 + 4x - 8$ пересекает ось абсцисс в точке $N(4; 0)$.

о22.30. а) Найдите значение коэффициента b , если известно, что осью симметрии графика функции $y = x^2 + bx + 4$ является прямая $x = 1$.

б) Найдите значение коэффициента b , если известно, что осью симметрии графика функции $y = 2x^2 + bx - 3$ является прямая $x = -4$.

22.31. Докажите, что функция $y = x^2 - 4x + 5$ является возрастающей на промежутке $(3; 12)$.

22.32. Докажите, что функция $y = x^2 + 6x - 7$ является убывающей на промежутке $(-8; -5)$.

22.33. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Сравните:

а) $f(2)$ и $f(2,0137)$; в) $f(1,999)$ и $f(2)$;

б) $f\left(\frac{65}{63}\right)$ и $f\left(\frac{63}{65}\right)$; г) $f(49,7)$ и $f(49,69)$.

22.34. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -x^2 - 6x + 7$. Сравните:

- а) $f(-2,43)$ и $f(-3)$; в) $f\left(-\frac{25}{7}\right)$ и $f(-3)$;
б) $f(-59,9)$ и $f(-60)$; г) $f(-0,99)$ и $f(1,1)$.

22.35. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$. Сравните:

- а) $f(\sqrt{2})$ и $f(-1)$; в) $f(-1)$ и $f(-\sqrt{5})$;
б) $f(-12,473)$ и $f(-12,472)$; г) $f(\sqrt{2})$ и $f(\sqrt{3})$.

22.36. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 5x^2 + 3x - 2$. Найдите:

- а) $f(2x)$; б) $f(x - 1)$; в) $f(x^3)$; г) $2f(3x)$.

22.37. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -2x^2 + x - 4$. Найдите:

- а) $f(-x)$; б) $f(x + 5)$; в) $f(-x^2)$; г) $3f(2x)$.

●**22.38.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 2x^2 - 3x + 12$.
При каком значении аргумента выполняется равенство
 $f(x - 1) = f(x + 1)$?

●**22.39.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.
При каком значении аргумента выполняется равенство
 $f(2x + 3) = 4f(x - 2)$?

●**22.40.** Определите число решений системы уравнений:

- а) $\begin{cases} y = -x^2 + 6x - 4, \\ 2x - y + 3 = 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -x^2 - 2x + 4, \\ x - 2y = 0; \end{cases}$
б) $\begin{cases} y = 3x^2 - 6x - 4, \\ y - 2x - 4 = 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = 2x^2 + 8x + 6, \\ 3x - 2y + 1 = 0. \end{cases}$

Постройте и прочитайте график функции:

22.41. $y = \begin{cases} 2x^2 + 4x - 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ x - 1, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

22.42. $y = \begin{cases} x + 1, & \text{если } x < 0; \\ -x^2 + 2x + 3, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

22.43. $y = \begin{cases} 2x^2 + 4x + 1, & \text{если } x \leq 1; \\ -3(x - 2)^2, & \text{если } 1 < x \leq 3. \end{cases}$

22.44. $y = \begin{cases} -3x^2 + 6x + 4, & \text{если } 0 \leq x \leq 2; \\ \frac{4}{x}, & \text{если } 2 < x \leq 4. \end{cases}$

Постройте и прочитайте график функции:

$$\bullet 22.45. y = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & \text{если } x \leq -1; \\ x^2, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ |x + 2|, & \text{если } 1 < x \leq 5. \end{cases}$$

$$\bullet 22.46. y = \begin{cases} -\frac{2}{x}, & \text{если } x < -1; \\ 4 - 3x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 1; \\ |x - 2|, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

- 22.47. а) Используя графики функций $y = x^2 - 2x - 1$ и $y = -\frac{2}{x}$, определите, при каких значениях x выполняется неравенство:

$$x^2 - 2x - 1 < -\frac{2}{x}.$$

- б) Используя графики функций $y = -x^2 + 6x - 3$ и $y = \frac{6}{x-2}$, определите, при каких значениях x выполняется неравенство:

$$-x^2 + 6x - 3 > \frac{6}{x-2}.$$

- 22.48. Найдите значение коэффициента a , если известно, что прямая $x = 2$ является осью симметрии графика функции $y = ax^2 - (a + 6)x + 9$.
- 22.49. При каком значении коэффициента c вершина параболы $y = x^2 + 6x + c$ находится на расстоянии 5 от начала координат?
- 22.50. При каких значениях коэффициентов b и c точка $A(1; -2)$ является вершиной параболы $y = x^2 + bx + c$?
- 22.51. Найдите значения коэффициентов a , b и c , если известно, что точка $A(1; -2)$ является вершиной параболы $y = ax^2 + bx + c$ и что парабола пересекает ось ординат в точке $B(0; 2)$.
- 22.52. Найдите значения коэффициентов b и c , если известно, что график функции $y = x^2 + bx + c$ проходит через точки $(0; 8)$ и $(3; -1)$.

- 22.53. Найдите значения коэффициентов b и c , если известно, что график функции $y = x^2 + bx + c$ проходит через точки $(1; 6)$ и $(-1; -2)$.
- 22.54. График какой квадратичной функции проходит через точки $K(-2; 3)$, $L(-1; 0)$, $M(0; -9)$?
- 22.55. График какой квадратичной функции проходит через точки $A(2; 3)$, $B(0; 1)$, $C(3; 2)$?

§ 23. ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Решите уравнение двумя способами — графическим и аналитическим:

- о23.1. а) $x^2 - 2x = 0$; в) $x^2 + 4x = 0$;
б) $-x^2 + 6x = 0$; г) $-x^2 - 8x = 0$.
- о23.2. а) $x^2 - 4 = 0$; в) $x^2 - 9 = 0$;
б) $-x^2 + 1 = 0$; г) $-x^2 + 16 = 0$.
- о23.3. а) $2x^2 - 2 = 0$; в) $0,5x^2 - 2 = 0$;
б) $-3x^2 + 6x = 0$; г) $-\frac{1}{3}x^2 - 2x = 0$.

Решите графически уравнение:

- о23.4. а) $x^2 + 2x - 3 = 0$; в) $x^2 + 4x - 5 = 0$;
б) $x^2 - 4x + 3 = 0$; г) $x^2 - 2x - 3 = 0$.
- о23.5. а) $x^2 - x - 2 = 0$; в) $x^2 + 3x + 2 = 0$;
б) $x^2 - 3x - 4 = 0$; г) $x^2 + x - 6 = 0$.
- о23.6. а) $-x^2 + 6x - 5 = 0$; в) $-x^2 - 6x - 8 = 0$;
б) $-x^2 - 3x + 4 = 0$; г) $-x^2 + x + 6 = 0$.
- о23.7. а) $x^2 - 5x + 6 = 0$; в) $x^2 - x - 6 = 0$;
б) $-x^2 - x + 6 = 0$; г) $-x^2 - 5x - 6 = 0$.
- о23.8. Докажите, что уравнение не имеет корней:
а) $3x^2 - 6x + 11 = 0$; в) $x^2 + 2x + 4 = 0$;
б) $x^2 - 3x + 5 = 0$; г) $2x^2 + 5x + 9 = 0$.

- о23.9. Найдите стороны прямоугольника, если известно, что его площадь равна 8 см^2 , а длина на 2 см больше ширины.

- о23.10. Найдите стороны прямоугольника, если известно, что его периметр равен 14 дм, а площадь равна 12 дм².
- о23.11. Найдите катеты прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 5 см, а один из его катетов на 1 см больше другого.
-

23.12. Решите квадратное уравнение несколькими способами:

- а) $x^2 - 6x + 8 = 0$; в) $x^2 - 2x - 8 = 0$;
б) $x^2 + 2x - 8 = 0$; г) $x^2 + 6x + 8 = 0$.

Выясните, сколько корней имеет уравнение:

- 23.13. а) $2x^2 - 3x + 1 = 0$; в) $2x^2 - 5x + 2 = 0$;
б) $x^2 + 6x + 9 = 0$; г) $2x^2 - 3x + 2 = 0$.

- 23.14. а) $-2x^2 - 7x + 3 = 0$; в) $2x^2 + 5x + 5 = 0$;
б) $-x^2 + 4x - 4 = 0$; г) $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

●23.15. При каком значении p уравнение $x^2 - 2x + 1 = p$ имеет один корень?

●23.16. При каких значениях p уравнение $x^2 + 2x + 3 = p$ не имеет корней?

●23.17. При каких значениях p уравнение $x^2 - 4x + 4 = p$ имеет два корня?

●23.18. При каких значениях p уравнение $x^2 + 4x - 6 = p$ имеет хотя бы один корень?

●23.19. При каких значениях p уравнение $x^2 + 6x + 8 = p$:

- а) не имеет корней;
б) имеет один корень;
в) имеет два корня?

23.20. Длина забора, огораживающего участок прямоугольной формы, равна 20 м. Найдите длину и ширину участка, если известно, что его площадь составляет 24 м².

23.21. Площадь прямоугольного треугольника равна 6 см². Найдите его катеты, если известно, что один из них на 4 см больше другого.

23.22. Один из катетов прямоугольного треугольника на 1 м больше другого и на 1 м меньше гипотенузы. Найдите стороны этого треугольника.

- 23.23. Найдите обыкновенную дробь, если известно, что ее числитель на 2 меньше знаменателя, а произведение числителя и знаменателя равно 15.
- 23.24. Пешеход прошел 2 км по лесной тропе, а затем 3 км по шоссе, увеличив при этом скорость на 2 км/ч. Найдите скорость пешехода на каждом участке пути, если на весь путь он затратил 1 ч.

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант 1

1. Постройте в одной системе координат графики функций $y = 2x^2$ и $y = -2x^2$; сделайте вывод о взаимном расположении построенных графиков.
2. Приведите примеры функций: ограниченных сверху; ограниченных снизу.
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = -\sqrt{x-1} + 3$ на отрезке $[0; 5]$.
4. Постройте график функции $y = 4x^2 - 5$.
5. Постройте график функции $y = x^2 + 6x + 2$.
6. Известно, что $f(x) = 2x^2$, а $g(x) = \frac{4}{x}$. Докажите, что при $x \neq 0$ $f(2x^4) = 2g\left(\frac{1}{x^8}\right)$.
7. Решите графически систему уравнений $\begin{cases} xy = 2, \\ x^2 + y = -1. \end{cases}$
8. Дана функция $y = f(x)$, где
$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 4x + 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ \sqrt{x} + 2, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$
 - а) Найдите $f(-3)$; $f(0)$; $f(9)$.
 - б) Постройте график функции $y = f(x)$.
 - в) Перечислите свойства функции.
9. Исследуйте на монотонность функцию $y = 2 - \frac{5}{x+2}$.

10. При каких значениях p уравнение $-x^2 + 4x + 6 = p$:
а) не имеет корней;
б) имеет один корень;
в) имеет два корня?

Вариант 2

1. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{2}{x}$ и $y = -\frac{2}{x}$; сделайте вывод о взаимном расположении построенных графиков.
2. Приведите примеры функций: ограниченных сверху; ограниченных снизу.
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = -2(x - 1)^2$ на отрезке $[-1; 2]$.
4. Постройте график функции $y = \frac{4}{x} + 2$.
5. Постройте график функции $y = x^2 - 4x + 7$.
6. Известно, что $f(x) = -\frac{3}{x}$, а $g(x) = 3x^2$. Докажите, что при $x \neq 0$ $f\left(-\frac{1}{x^6}\right) = g(x^3)$.

7. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y = -x^2 + 3, \\ y = -\sqrt{x - 1}. \end{cases}$$

8. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} |x + 1| - 1, & \text{если } x < 1; \\ 2x^2 - 8x + 7, & \text{если } 1 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

- а) Найдите $f(-3)$; $f(1)$; $f(9)$.
- б) Постройте график функции $y = f(x)$.
- в) Перечислите свойства функции.

9. Исследуйте на монотонность функцию $y = \frac{3}{x + 1} - 4$.

10. При каких значениях p уравнение $-x^2 + 6x - 2 = p$:
а) не имеет корней;
б) имеет один корень;
в) имеет два корня?

§ 24. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

24.1. Является ли квадратным уравнение:

а) $x^2 + 3x + 1 = 0$;

в) $2x^2 + 3x - 7 = 0$;

б) $5x^3 - x^2 + 4 = 0$;

г) $x^3 - x - 6 = 0$?

Преобразуйте уравнение к виду $ax^2 + bx + c = 0$ и укажите старший коэффициент, второй коэффициент и свободный член:

24.2. а) $4x^2 + 5x - 1 = 0$;

в) $-x^2 - x = 0$;

б) $15x^2 = 0$;

г) $8 - 9x^2 = 0$.

24.3. а) $7x^2 + 12x - 5 = 0$;

в) $\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{7}x - \frac{5}{12} = 0$;

б) $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{14} = 0$;

г) $-4x^2 - 7x + 16 = 0$.

24.4. а) $(3x + 1)(2x - 3) + 4(x - 2) = 5(4 - 3x)$;

б) $12 - 6(x + 3) - 7x = (x - 2)(x + 3)$;

в) $(2x + 10)(x - 1) + 5(x - 2) = 2(7 + x)$;

г) $1 + 3(2x - 4) + (2x - 1)(3 - 2x) = 8$.

24.5. а) $2(x + 6)(x - 6) + 3(x + 6) = x^2 - 5x$;

б) $25 - x^2 + 2(x - 5) = 4(x - 5)$.

24.6. а) $4(4 - 3x)^2 - 2(4 - 3x) = 12 - x$;

б) $x^2 - 49 - 3(x + 7) = 2(x - 7)^2$.

Составьте квадратное уравнение, у которого:

- 24.7. а) Старший коэффициент равен 8, коэффициент при x равен 5, свободный член равен 1;
б) старший коэффициент равен -12 , коэффициент при x равен 3;
в) старший коэффициент равен 1, свободный член равен 4;
г) старший коэффициент равен 9, коэффициент при x равен -2 , свободный член равен 3.

- 24.8. а) Старший коэффициент равен 1, коэффициент при x равен -1 ;
б) старший коэффициент равен $\frac{2}{9}$, коэффициент при x равен $-3\frac{1}{4}$, свободный член равен $1\frac{3}{5}$;
в) старший коэффициент равен 6, свободный член равен 3,5;
г) старший коэффициент равен $-\frac{7}{13}$, коэффициент при x равен $4\frac{4}{7}$, свободный член равен $-4\frac{1}{3}$.

Какие из следующих квадратных уравнений являются приведенными? Какое преобразование надо выполнить, чтобы неприведенное квадратное уравнение стало приведенным? Выполните это преобразование.

- 24.9. а) $x^2 - 4x + 35 = 0$; в) $12 - x^2 + 3x = 0$;
б) $-15x^2 + 4x - 2 = 0$; г) $18 - 9x + x^2 = 0$.

- 24.10. а) $-x^2 + 31x - 6 = 0$; в) $-2\frac{5}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 4\frac{1}{12} = 0$;
б) $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{14} = 0$; г) $x^2 - 7x + 16 = 0$.

Какие из данных ниже квадратных уравнений являются полными? Решите неполное квадратное уравнение.

- 24.11. а) $x^2 + 14x - 23 = 0$; в) $-x^2 + x = 0$;
б) $16x^2 - 9 = 0$; г) $x + 8 - 9x^2 = 0$.
- 24.12. а) $3x^2 - 12x = 0$; в) $-2x^2 + 14 = 0$;
б) $x^2 + 2x = 0$; г) $3 - x^2 + x = 0$.

24.13. Составьте квадратное уравнение, которое является:

- а) полным приведенным;
- б) полным неприведенным;
- в) неполным приведенным;
- г) неполным неприведенным.

24.14. Докажите, что:

- а) число 3 является корнем уравнения $x^2 - 4x + 3 = 0$;
- б) число -7 не является корнем уравнения $2x^2 + x - 3 = 0$;
- в) число -5 является корнем уравнения $2x^2 - 3x - 65 = 0$;
- г) число 6 не является корнем уравнения $x^2 - 2x + 6 = 0$.

24.15. Докажите, что:

- а) числа 5 и -5 являются корнями уравнения $3x^2 - 75 = 0$;
- б) числа 0 и -7 являются корнями уравнения $2x^2 + 14x = 0$;
- в) числа 12 и -12 являются корнями уравнения $0,5x^2 - 72 = 0$;
- г) числа 0 и 6 являются корнями уравнения $3x^2 - 18x = 0$.

Решите уравнение:

- 24.16.** а) $x^2 + 5x = 0$; в) $x^2 - 12x = 0$;
б) $2x^2 - 9x = 0$; г) $3x^2 + 5x = 0$.

- 24.17.** а) $-x^2 + 8x = 0$; в) $-x^2 + 7x = 0$;
б) $3x - x^2 = 0$; г) $19x - x^2 = 0$.

- 24.18.** а) $x^2 - 9 = 0$; в) $x^2 - 64 = 0$;
б) $x^2 - 5 = 0$; г) $x^2 - 10 = 0$.

- 24.19.** а) $-2x^2 + 50 = 0$; в) $-5x^2 + 45 = 0$;
б) $-3x^2 + 4 = 0$; г) $-9x^2 + 13 = 0$.

- 24.20.** а) $3x^2 + 7 = 0$; в) $4x^2 + 17 = 0$;
б) $6x^2 = 0$; г) $15x^2 = 0$.

Решите уравнение:

24.21. а) $(x - 2)(x + 4) = 0$;

б) $(x + 3,5)(x - 7)(x^2 + 9) = 0$;

в) $(x + 2,8)(x + 1,3) = 0$;

г) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right)(x^2 + 1) = 0$.

о24.22. а) $x^2 + 12x + 36 = 0$;

в) $x^2 - 16x + 64 = 0$;

б) $4x^2 - 28x + 49 = 0$;

г) $9x^2 + 30x + 25 = 0$.

о24.23. а) $4x^2 - 3x + 7 = 2x^2 + x + 7$;

б) $(2x + 3)(3x + 1) = 11x + 30$;

в) $1 - 2x + 3x^2 = x^2 - 2x + 1$;

г) $(5x - 2)(x + 3) = 13(x - 2)$.

о24.24. а) $\frac{x^2 - 6x}{3} = x$;

в) $\frac{x^2 - x}{6} - \frac{x^2 + x}{3} = 0$;

б) $\frac{x^2 - x}{2} + \frac{x}{3} = 0$;

г) $\frac{x^2 - 4}{5} - \frac{x^2 - 1}{3} = -1$.

о24.25. Произведение двух последовательных натуральных чисел в 2 раза больше меньшего из них. Найдите эти числа.

о24.26. Произведение двух последовательных натуральных чисел в 1,5 раза больше квадрата меньшего из них. Найдите эти числа.

о24.27. От вершины прямого угла по его сторонам одновременно начинают двигаться две материальные точки, скорости которых равны 5 см/с и 12 см/с. Через какое время расстояние между ними будет равно 52 см?

о24.28. Если от квадрата отрезать треугольник площадью 59 см², то площадь оставшейся части будет равна 85 см². Найдите сторону квадрата.

о24.29. Площадь квадрата больше площади круга на 12 см². Найдите сторону квадрата, если площадь круга равна 36 см².

о24.30. Катер, собственная скорость которого равна 15 км/ч, прошел 36 км по течению и 24 км против течения, затратив на весь путь 4 ч. Чему равна скорость течения?

24.31. При каких значениях параметра p заданное уравнение является неполным квадратным уравнением? Решите уравнение при найденных значениях параметра.

- а) $6x^2 + (p - 1)x + 2 - 4p = 0$;
- б) $(p - 2)x^2 + 3x + p = 0$;
- в) $3x^2 - (2p + 3)x + 2 + p = 0$;
- г) $(6 - p)x^2 + (2p + 6)(x + 12) = 0$.

24.32. При каких значениях параметра p уравнение $(2p - 3)x^2 + (3p - 6)x + p^2 - 9 = 0$ является:

- а) приведенным квадратным уравнением;
- б) неполным неприведенным квадратным уравнением;
- в) неполным приведенным квадратным уравнением;
- г) линейным уравнением?

24.33. При каких значениях параметра p уравнение:

- а) $x^2 + px + 24 = 0$ имеет корень, равный 6;
- б) $2x^2 + px + 68 = 0$ имеет корень, равный 17;
- в) $x^2 + px - 35 = 0$ имеет корень, равный 7;
- г) $3x^2 + px - 54 = 0$ имеет корень, равный 9?

24.34. При каких значениях параметра p уравнение:

- а) $x^2 - 8x + p = 0$ имеет корень, равный 4;
- б) $4x^2 - 24x + p = 0$ имеет корень, равный 0;
- в) $x^2 + 15x + p = 0$ имеет корень, равный 10;
- г) $6x^2 + 30x + p = 0$ имеет корень, равный -5?

Решите уравнение, разложив его левую часть на множители:

- 24.35. а) $x^2 - 8x + 15 = 0$; в) $x^2 - 4x + 3 = 0$;
б) $x^2 - 12x + 20 = 0$; г) $x^2 + 6x + 8 = 0$.

- 24.36. а) $x^2 + 3x - 10 = 0$; в) $x^2 + 9x + 14 = 0$;
б) $2x^2 - 5x + 2 = 0$; г) $4x^2 - 4x - 3 = 0$.

24.37. При каких значениях a равны значения выражений:

- а) $a^2 + 6a$ и $3a^2 - a$; в) $3a^2 + 2a$ и $4a^2 - 5a$;
- б) $5a^2 - 12$ и $a^2 - 4$; г) $7a^2 - 9$ и $a^2 + 9$?

Решите уравнение:

24.38. а) $(3x - 1)(x - 9) = (x + 3)^2$;

б) $2x - (x + 1)^2 = 3x^2 - 5$;

в) $(3x - 4)^2 - (5x + 2)(2x + 8) = 0$;

г) $6x^2 - (x + 2)^2 = 4(4 - x)$.

24.39. а) $\frac{x-2}{x-3} = \frac{x+2}{x+3}$;

в) $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = 0$;

б) $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = 3\frac{1}{3}$;

г) $\frac{2x+1}{2x-1} + \frac{2x-1}{2x+1} = 2,5$.

§ 25. ФОРМУЛЫ КОРНЕЙ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Найдите дискриминант квадратного уравнения:

25.1. а) $x^2 + 5x - 6 = 0$;

в) $x^2 - 7x - 4 = 0$;

б) $x^2 - 1,3x + 2 = 0$;

г) $x^2 - 2,4x + 1 = 0$.

25.2. а) $3x^2 + 2x - 1 = 0$;

в) $4x^2 - 5x - 4 = 0$;

б) $-x^2 + 4x + 3 = 0$;

г) $-2x^2 + 5x + 3 = 0$.

Определите число корней квадратного уравнения:

25.3. а) $x^2 - 8x - 84 = 0$;

в) $x^2 - 22x - 23 = 0$;

б) $36x^2 - 12x + 1 = 0$;

г) $16x^2 - 8x + 1 = 0$.

25.4. а) $x^2 + 3x + 24 = 0$;

в) $x^2 - 2x + 5 = 0$;

б) $x^2 - 16x + 64 = 0$;

г) $x^2 + 6x + 9 = 0$.

Решите уравнение:

25.5. а) $x^2 - 5x + 6 = 0$;

в) $x^2 + 6x + 8 = 0$;

б) $x^2 - 2x - 15 = 0$;

г) $x^2 - 3x - 18 = 0$.

25.6. а) $x^2 + 42x + 441 = 0$;

в) $x^2 - 34x + 289 = 0$;

б) $x^2 + 8x + 7 = 0$;

г) $x^2 + 4x - 5 = 0$.

25.7. а) $2x^2 + 3x + 1 = 0$;

в) $5x^2 - 8x + 3 = 0$;

б) $3x^2 - 3x + 4 = 0$;

г) $14x^2 + 5x - 1 = 0$.

25.8. а) $4x^2 + 10x - 6 = 0$;

в) $3x^2 - 8x + 5 = 0$;

б) $25x^2 + 10x + 1 = 0$;

г) $4x^2 + x + 67 = 0$.

Решите уравнение:

- 25.9. а) $3x^2 + 32x + 80 = 0$; б) $100x^2 - 160x + 63 = 0$; в) $5x^2 + 26x - 24 = 0$; г) $4x^2 - 12x + 9 = 0$.
- 25.10. а) $-x^2 - 5x + 14 = 0$; б) $-3x^2 - 2x + 5 = 0$; в) $-x^2 + 26x - 25 = 0$; г) $-5x^2 - 9x + 2 = 0$.
- 25.11. а) $x^2 = 2x + 48$; б) $6x^2 + 7x = 5$; в) $x^2 = 4x + 96$; г) $2x^2 - 2 = 3x$.
- 25.12. а) $-x^2 = 5x - 36$; б) $-3x^2 + 8 = 2x$; в) $25 = -26x - x^2$; г) $-5x^2 = 9x - 80$.
- 25.13. а) $x^2 + 7x + 2 = 0$; б) $2x^2 + 3x - 1 = 0$; в) $x^2 - 5x + 3 = 0$; г) $5x^2 - x - 1 = 0$.
- 25.14. а) $x^2 + 2x - 7 = 0$; б) $2x^2 - 4x - 1 = 0$; в) $x^2 + 6x + 3 = 0$; г) $5x^2 - 10x + 1 = 0$.
- о25.15. а) $2x^2 + 10x + 12 = 0$; б) $-3x^2 + 18x - 24 = 0$; в) $6x^2 - 18x - 60 = 0$; г) $-4x^2 - 16x + 84 = 0$.
- о25.16. а) $0,6x^2 + 0,8x - 7,8 = 0$; б) $\frac{1}{4}x^2 - x + 1 = 0$; в) $\frac{4}{5}x^2 - \frac{7}{5}x - \frac{3}{2} = 0$; г) $0,2x^2 - 10x + 125 = 0$.
- о25.17. а) $\frac{1}{3}x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$; б) $x^2 + 5x + 2\frac{1}{4} = 0$; в) $x^2 + 3x - 1\frac{1}{2} = 0$; г) $x^2 - \frac{5}{12}x - \frac{1}{6} = 0$.
- о25.18. а) $6x(2x + 1) = 5x + 1$; б) $2x(x - 8) = -x - 18$; в) $8x(1 + 2x) = -1$; г) $x(x - 5) = 1 - 4x$.
- о25.19. а) $(x - 2)^2 = 3x - 8$; б) $(3x - 1)(x + 3) + 1 = x(1 + 6x)$; в) $5(x + 2)^2 = -6x + 44$; г) $(x + 4)(2x - 1) = x(3x + 11)$.
- о25.20. При каких значениях параметра p имеет один корень уравнение:
а) $x^2 - px + 9 = 0$; б) $x^2 + 3px + p = 0$; в) $x^2 + px + 16 = 0$; г) $x^2 - 2px + 3p = 0$?

- о25.21. Докажите, что при любом значении параметра p уравнение $3x^2 - px - 2 = 0$ имеет два корня.
- о25.22. Найдите натуральное число, квадрат которого на 56 больше самого числа.
- о25.23. Одна сторона прямоугольника на 5 см больше другой, а его площадь равна 84 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.
- о25.24. Представьте число 120 в виде произведения двух чисел, одно из которых на 2 меньше другого.
- о25.25. Площадь прямоугольного треугольника равна 180 м^2 . Найдите катеты этого треугольника, если один больше другого на 31 м.
- о25.26. От квадратного листа картона отрезали полоску шириной 3 см. Площадь оставшейся части равна 70 см^2 . Найдите первоначальные размеры листа картона.
- о25.27. Произведение двух последовательных натуральных чисел на 271 больше их суммы. Найдите эти числа.
- о25.28. Сумма квадратов двух последовательных натуральных чисел равна 1201. Чему равна разность квадратов этих чисел?
- о25.29. Найдите три последовательных натуральных числа, сумма квадратов которых равна 1589.
- о25.30. Гипотенуза прямоугольного треугольника больше одного из катетов на 32 см и больше другого на 9 см. Найдите стороны треугольника.
- о25.31. В прямоугольном треугольнике один катет меньше гипотенузы на 8 см, а другой — на 4 см. Найдите гипотенузу.
- о25.32. Сумма квадратов двух последовательных натуральных чисел больше их произведения на 307. Найдите эти числа.
- о25.33. Квадрат суммы двух последовательных натуральных чисел больше суммы их квадратов на 840. Найдите эти числа.

о25.34. Вкладчик положил в банк 10 000 р. под некоторый процент годовых. В конце первого года банк увеличил процент годовых на 5%. Под какой процент были положены деньги, если после двух лет хранения денег в банке вкладчик получил 11 550 рублей?

о25.35. Завод выпускал миксеры по цене 2500 рублей за штуку. Предполагалось, что при постепенном внедрении новой технологии производства стоимость изделия ежемесячно будет уменьшаться на один и тот же процент в течение нескольких месяцев. Однако оказалось, что за второй месяц стоимость изделия снизилась на 10% больше, чем предполагалось. На сколько процентов предполагалось снижать стоимость миксера, если после двух месяцев его цена составила 1800 рублей?

Решите уравнение:

25.36. а) $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$; в) $x^2 - 3\sqrt{5}x - 20 = 0$;

б) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 1 = 0$; г) $4x^2 - 2\sqrt{7}x + 1 = 0$.

25.37. а) $(2x - 1)(2x + 1) + x(x - 1) = 2x(x + 1)$;

б) $(3x + 1)^2 - x(7x + 5) = 4$;

в) $(3x - 1)(3x + 1) - 2x(1 + 4x) = -2$;

г) $(2x + 1)^2 + 2 = 2 - 6x^2$.

25.38. а) $\frac{x^2 - x}{3} = \frac{2x + 4}{5}$; в) $\frac{2x^2 + x}{5} = \frac{4x - 2}{3}$;

б) $\frac{x^2 - 3}{2} - 6x = 5$; г) $\frac{4x^2 + x}{3} - \frac{5x - 1}{6} = \frac{x^2 + 17}{9}$.

25.39. Из данных уравнений укажите те, которые имеют два различных корня при любом значении параметра p :

а) $x^2 + px = 0$; в) $x^2 + px + 5 = 0$;

б) $x^2 - px - 5 = 0$; г) $px^2 - 2 = 0$.

25.40. В чемпионате по волейболу было сыграно 66 матчей. Сколько команд участвовало в чемпионате, если каждая команда играла с каждой по одному разу?

25.41. Несколько одноклассников после окончания школы решили обменяться фотокарточками (каждый с каждым). Сколько учащихся обменялись фотокарточками, если всего было роздано 210 фотографий?

25.42. Задумали двузначное число. Оказалось, что если к квадрату этого числа прибавить 36, то получится число, большее задуманного в 20 раз. Какое число задумано?

25.43. Из пункта А одновременно выехали грузовой и легковой автомобили, один на север, другой на восток. Скорость легкового автомобиля на 20 км/ч больше скорости грузового. Через 1,5 ч расстояние между ними составило 150 км. Найдите скорости автомобилей.

25.44. После двух последовательных повышений зарплаты она возросла на 32 % по сравнению с первоначальной. Найти первоначальный процент повышения зарплаты, если второе повышение по количеству процентов было в 2 раза большим, чем первое.

●**25.45.** Решите уравнение:

а) $x^2 + (\sqrt{x})^2 - 2 = 0$;

в) $x^2 - 3(\sqrt{x})^2 - 4 = 0$;

б) $x^2 + (\sqrt{x-2})^2 - 4 = 0$;

г) $x^2 + (\sqrt{x+3})^2 - 15 = 0$.

25.46. Решите уравнение с параметром p :

а) $x^2 - (2p - 2)x + p^2 - 2p = 0$;

б) $x^2 - \frac{2p+3}{6}x + \frac{p}{6} = 0$;

в) $x^2 - (1 - p)x - 2p = 2p^2$;

г) $x^2 + \frac{3p+2}{6}x + \frac{p}{6} = 0$.

●**25.47.** Докажите, что не существует такого значения параметра p , при котором уравнение $x^2 - px + p - 2 = 0$ имело бы только один корень.

●**25.48.** Решите уравнение:

а) $x^2 + 5x - \frac{6|x|}{x} = 0$;

в) $x^2 + \frac{5x^2}{|x|} - 6 = 0$;

б) $\frac{x^3}{|x|} - 7x + 12 = 0$;

г) $x \cdot |x| + 7x + 12 = 0$.

§ 26. РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Решите уравнение:

о26.1. а) $3x + \frac{4}{x} = 7$;

в) $x - 10 = \frac{24}{x}$;

б) $\frac{2x^2 - 10}{x + 5} - 4 = 0$;

г) $\frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} = 2$.

о26.2. а) $\frac{x^2 + 3x}{2} + \frac{x - 3x^2}{8} = 2x$;

б) $\frac{2x + 1}{3} - \frac{4x - x^2}{12} = \frac{x^2 - 4}{9}$.

о26.3. а) $\frac{x^2 - 4}{8} - \frac{2x + 3}{5} = 1$;

б) $\frac{3x + 4}{5} - \frac{x^2 + 4x - 3}{3} = 1$.

о26.4. а) $\frac{6}{x + 1} = \frac{x^2 - 5x}{x + 1}$;

в) $\frac{x - x^2}{5 - x} = \frac{-20}{5 - x}$;

б) $\frac{x^2 - 6}{x - 3} = \frac{x}{x - 3}$;

г) $\frac{3x^2 - x}{1 - x} = \frac{2}{1 - x}$.

о26.5. а) $\frac{3x^2 - 14x}{x - 4} = \frac{8}{4 - x}$;

в) $\frac{2x^2}{x - 2} = \frac{-7x + 6}{2 - x}$;

б) $\frac{-2x^2 + 6}{x + 6} = \frac{11x}{6 + x}$;

г) $\frac{x^2 + x}{x + 3} = \frac{6}{3 + x}$.

о26.6. а) $\frac{x^2 + 4x}{x + 2} = \frac{2x + 3}{3}$;

в) $\frac{x^2 - 5}{x - 1} = \frac{7x + 10}{9}$;

б) $\frac{5x - 3}{x - 3} = \frac{2x - 3}{x}$;

г) $\frac{2x + 3}{x + 2} = \frac{3x + 2}{x}$.

о26.7. а) $\frac{2}{x^2 - 3} = \frac{1}{x}$;

в) $\frac{3}{x^2 + 2} = \frac{1}{x}$;

б) $\frac{4x + 1}{x - 3} = \frac{3x - 8}{x + 1}$;

г) $\frac{2x - 1}{x + 7} = \frac{3x + 4}{x - 1}$.

о26.8. а) $\frac{x + 1}{x + 5} - \frac{x - 2}{x - 5} = 1$;

в) $\frac{3x + 3}{x + 2} - \frac{x - 1}{x - 2} = 1$;

б) $\frac{3x - 9}{x - 1} + \frac{x + 6}{x + 1} = 3$;

г) $\frac{2x - 2}{x + 3} + \frac{x + 3}{x - 3} = 5$.

Решите уравнение:

о26.9. а) $\frac{36}{x(x-12)} - \frac{3}{x-12} = 3$; в) $\frac{45}{x(x+15)} + \frac{3}{x+15} = 1$;

б) $\frac{3x}{x-1} - \frac{4}{x} = \frac{3}{x^2-x}$; г) $\frac{5x}{x+2} - \frac{20}{x^2+2x} = \frac{4}{x}$.

о26.10. а) $\frac{2x-7}{x-4} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{x+6}{(x-4)(x+1)}$;

б) $\frac{6}{(5-x)(x+1)} + \frac{x}{x+1} = \frac{3}{x-5}$;

в) $\frac{x-1}{x+3} + \frac{28}{(x+3)(x-4)} = \frac{3x}{x-4}$;

г) $\frac{2x}{x+2} - \frac{x-1}{x-3} = \frac{10}{(3-x)(x+2)}$.

о26.11. а) $\frac{3x}{x-1} + \frac{4}{x+1} = \frac{6}{x^2-1}$;

б) $\frac{x}{x-5} - \frac{6}{x+5} = \frac{3x+35}{x^2-25}$;

в) $\frac{2x}{x+3} + \frac{30}{x^2-9} = \frac{5}{x-3}$;

г) $\frac{2}{x-4} + \frac{x}{x+4} = \frac{20-3x}{x^2-16}$.

о26.12. а) При каких значениях a значения дробей $\frac{a-3}{a+2}$ и $\frac{3a-7}{a+5}$ равны?

б) При каких значениях a сумма дробей $\frac{3a+9}{3a-1}$ и $\frac{2a-13}{2a+5}$ равна 2?

о26.13. а) Существуют ли такие значения переменной, при которых сумма дробей $\frac{x+7}{x-2}$ и $\frac{x-1}{x+2}$ равна 1?

б) При каких значениях переменной разность дробей $\frac{1-3x}{4x-3}$ и $\frac{x+5}{x+2}$ равна их произведению?

Решите уравнение, используя метод введения новой переменной:

○26.14. а) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$; в) $x^4 - 10x^2 + 25 = 0$;

б) $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$; г) $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$.

○26.15. а) $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$; в) $16x^4 - 25x^2 + 9 = 0$;

б) $9x^4 + 32x^2 - 16 = 0$; г) $9x^4 - 32x^2 - 16 = 0$.

○26.16. а) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$; в) $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$;

б) $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$; г) $x^6 + 9x^3 + 8 = 0$.

Решите уравнение:

26.17. а) $\frac{5}{x-2} + 1 = \frac{14}{x^2 - 4x + 4}$;

б) $\frac{1}{3x+1} + \frac{1}{9x^2 + 6x + 1} = 2$;

в) $\frac{2}{x-3} + 1 = \frac{15}{x^2 - 6x + 9}$;

г) $\frac{2}{5x+1} + \frac{3}{25x^2 + 10x + 1} = 1$.

26.18. а) $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{8}{x^3 - 4x}$;

б) $\frac{2}{x^2 - 3x} - \frac{1}{x-3} = \frac{5}{x^3 - 9x}$;

в) $\frac{7}{x+1} - \frac{x+4}{2-2x} = \frac{3x^2 - 38}{x^2 - 1}$;

г) $\frac{2x-5}{x^2 - 3x} - \frac{x+2}{x^2 + 3x} + \frac{x-5}{x^2 - 9} = 0$.

26.19. а) $\frac{8x+4}{x^3 + 1} + \frac{4}{x+1} = \frac{5x-1}{x^2 - x + 1}$;

б) $\frac{a^2 + 56}{a^3 + 8} + \frac{3a + 2}{a^2 - 2a + 4} = \frac{5}{a + 2}$;

в) $\frac{16 - a^2}{8a^5 + 1} - \frac{2a + 1}{4a^2 - 2a + 1} = \frac{2}{2a + 1}$;

г) $\frac{x+3}{9x^2 + 3x + 1} + \frac{3}{27x^3 - 1} = \frac{1}{3x - 1}$.

Решите уравнение:

●26.20. а) $\frac{8}{16x^2 - 9} - \frac{8}{16x^2 - 24x + 9} = \frac{1}{4x^2 + 3x};$

б) $\frac{18}{4x^2 + 4x + 1} - \frac{1}{2x^2 - x} = \frac{6}{4x^2 - 1};$

в) $\frac{x + 3}{4x^2 - 9} - \frac{3 - x}{4x^2 + 12x + 9} = \frac{2}{2x - 3};$

г) $\frac{1 + 2x}{6x^2 - 3x} - \frac{2x - 1}{14x^2 + 7x} = \frac{8}{12x^2 - 3}.$

●26.21. а) $\frac{x + 1}{x^3 - 3x^2 + x - 3} + \frac{1}{x^4 - 1} = \frac{x - 2}{x^3 - 3x^2 - x + 3};$

б) $\frac{25}{4x^2 + 1} - \frac{8x + 29}{16x^4 - 1} = \frac{18x + 5}{8x^3 + 4x^2 + 2x + 1};$

в) $\frac{x^2 - 2x + 4}{x^3 - 2x^2 + 4x - 8} + \frac{x^2 + 2x + 4}{x^3 + 2x^2 + 4x + 8} = \frac{2x + 2}{x^2 - 4};$

г) $\frac{5}{x^3 - 2x^2 - 2x + 1} - \frac{2}{x^3 - 4x^2 + 4x - 1} = \frac{1}{x^2 - 1}.$

Решите уравнение, используя метод введения новой переменной:

26.22. а) $(3x - 4)^2 - 5(3x - 4) + 6 = 0;$

б) $3(2x + 1)^2 + 10(2x + 1) + 3 = 0;$

в) $(5x + 1)^2 - 3(5x + 1) - 4 = 0;$

г) $2(7x - 6)^2 + 3(7x - 6) + 1 = 0.$

26.23. а) $(x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = 0;$

б) $2(x^2 + 3)^2 - 7(x^2 + 3) + 3 = 0;$

в) $(x^2 + 1)^2 - 6(x^2 + 1) + 5 = 0;$

г) $2(x^2 + 4x)^2 + 17(x^2 + 4x) + 36 = 0.$

26.24. а) $(x^2 - 9)^2 - 8(x^2 - 9) + 7 = 0;$

б) $(x^2 - 4x + 4)^2 + 2(x - 2)^2 = 3;$

в) $(x^2 - 3x)^2 + 3(x^2 - 3x) - 28 = 0;$

г) $2(x^2 + 2x + 1)^2 - (x + 1)^2 = 1.$

Решите уравнение, используя метод введения новой переменной:

26.25. а) $48 - 14x^{-1} + x^{-2} = 0$;

б) $9(x + 2)^{-2} - 6(x + 2)^{-1} + 1 = 0$;

в) $24 - 10x^{-1} + x^{-2} = 0$;

г) $16(x - 3)^{-2} + 8(x - 3)^{-1} + 1 = 0$.

●26.26. а) $(x^2 - 3x + 1)(x^2 - 3x + 3) = 3$;

б) $\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = 2,9$;

в) $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 2)(x - 3) = 1$;

г) $\frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} + 4 = 0$.

●26.27. а) $x^2 + x + 1 = \frac{15}{x^2 + x + 3}$;

б) $\frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1} - \frac{x^2 - x + 2}{x^2 - x - 2} = 1$;

в) $x^2 + 3x = \frac{8}{x^2 + 3x - 2}$;

г) $\frac{1}{x^2 - 3x + 3} + \frac{2}{x^2 - 3x + 4} = \frac{6}{x^2 - 3x + 5}$.

●26.28. а) $x(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 15$;

б) $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 4$;

в) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 3$;

г) $2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 9 = 0$.

§ 27. РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КАК МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНЫХ СИТУАЦИЙ

о27.1. Велосипедист проехал 18 км с определенной скоростью, а оставшиеся 6 км со скоростью на 6 км/ч меньшей первоначальной. Найдите скорость велосипедиста на втором участке пути, если на весь путь он затратил 1,5 ч.

- о27.2. Первый пешеход прошел 6 км, а второй пешеход 5 км. Скорость первого пешехода на 1 км/ч меньше, чем скорость второго. Найдите скорость первого пешехода, если известно, что он был в пути на 30 мин больше второго.
- о27.3. Расстояние 30 км один из двух лыжников прошел на 20 мин быстрее другого. Скорость первого лыжника была на 3 км/ч больше скорости второго. Какова была скорость каждого лыжника?
- о27.4. Числитель дроби на 1 меньше знаменателя. Если эту дробь сложить с обратной ей дробью, то получится $2\frac{1}{12}$. Найдите исходную дробь.
- о27.5. Два автомобиля выезжают одновременно из одного города в другой. Скорость первого автомобиля на 10 км/ч больше скорости второго, и поэтому первый приезжает на место на 1 ч раньше второго. Найдите скорость каждого автомобиля, зная, что расстояние между городами равно 560 км.
- о27.6. Из пункта *A* в пункт *B*, удаленный от *A* на расстояние 100 км, отправился междугородный автобус. Из-за ненастной погоды он ехал со скоростью на 10 км/ч меньшей, чем предполагалось по расписанию, и поэтому прибыл в пункт *B* с опозданием на 30 мин. С какой скоростью должен был ехать автобус по расписанию?
- о27.7. Велосипедист ехал с определенной скоростью из деревни на станцию, находящуюся от деревни на расстоянии 32 км. Обрато он ехал со скоростью на 1 км/ч большей, затратив на обратный путь на 8 мин меньше, чем на путь от деревни до станции. С какой скоростью ехал велосипедист до станции?
- о27.8. Увеличив скорость на 10 км/ч, поезд сократил на 1 ч время, затрачиваемое им на прохождение пути в 720 км. Найдите первоначальную скорость поезда.
- о27.9. Велосипедист ехал с определенной скоростью 16 км от города до турбазы. Возвращаясь обратно, он снизил скорость на 4 км/ч. На весь путь туда и обратно велосипедист затратил 2 ч 20 мин. Найдите скорость, с которой велосипедист ехал от турбазы до города.

- о27.10. Автобус проехал с постоянной скоростью 40 км от пункта А до пункта В. Возвращаясь обратно со скоростью на 10 км/ч меньшей первоначальной, он затратил на 20 мин больше, чем на путь от А до В. Найдите первоначальную скорость автобуса.
- о27.11. На путь, равный 18 км, велосипедист затратил времени на 1 ч 48 мин меньше, чем пешеход, так как проезжал за 1 ч на 9 км больше, чем проходил пешеход. Каковы скорости велосипедиста и пешехода?
- о27.12. Из села в город одновременно отправились автомобилист и мотоциклист. Расстояние от города до села 90 км. С какими скоростями двигались автомобиль и мотоцикл, если автомобилист прибыл в город на полчаса раньше, чем мотоциклист, а скорость его была на 15 км/ч больше?
- о27.13. Автобус-экспресс отправился от автовокзала в аэропорт, находящийся от автовокзала на расстоянии 40 км. Через 10 мин вслед за автобусом выехал пассажир на такси. Скорость такси на 20 км/ч больше скорости автобуса. Найдите скорости такси и автобуса, если в аэропорт они прибыли одновременно.
- о27.14. Колонне автомашин было дано задание перевезти со склада в речной порт 60 т груза. В связи с неблагоприятной погодой на каждую машину пришлось грузить на 0,5 т меньше, чем предполагалось, и поэтому колонну дополнили еще четырьмя машинами. Сколько машин было в колонне первоначально?
- о27.15. Мастерская к определенному сроку должна была выпустить 5400 пар обуви. Фактически она выпускала в день на 30 пар больше плана и выполнила заказ на 9 дней раньше срока. За сколько дней был выполнен заказ?
- о27.16. Моторная лодка прошла 5 км по течению реки и 6 км против течения, затратив на весь путь 1 ч. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Найдите скорость движения лодки по течению реки.

- о27.17. Члены школьного кружка натуралистов отправились на катере собирать лекарственные травы. Проплыв вниз по течению реки 35 км, они сделали трехчасовую остановку, после чего вернулись назад. Определите скорость катера в стоячей воде, если все путешествие заняло 7 ч, а скорость течения реки равна 3 км/ч.
- о27.18. Моторная лодка прошла 54 км по течению реки и 42 км против течения за то же время, что она проходит 96 км в стоячей воде. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.
- о27.19. Турист проплыл на байдарке 24 км по озеру и 9 км против течения реки за то же время, какое понадобилось ему, чтобы проплыть по течению 45 км. С какой скоростью плыл турист по озеру, если скорость течения реки равна 2 км/ч?
- о27.20. Катер прошел 27 км по течению реки и 42 км против течения, затратив на путь по течению на 1 ч меньше, чем на путь против течения. Какова скорость катера против течения, если скорость течения реки равна 3 км/ч?
- о27.21. Лодочник проплыл 3 км по течению реки и 3 км против течения за то же время, за которое плот мог бы проплыть 4 км по течению. Собственная скорость лодки равна 6 км/ч. Найдите скорость течения реки.
- о27.22. Прогулочный теплоход отправился от пристани *A* к пристани *B* вниз по течению реки. После получасовой стоянки в *B* он отправился обратно и через 8 ч после отплытия из *A* вернулся к той же пристани. Какова собственная скорость теплохода, если расстояние между пристанями *A* и *B* равно 36 км, а скорость течения реки равна 2 км/ч?
- о27.23. Моторная лодка прошла по течению реки расстояние 6 км, затем по озеру 10 км, затратив на весь путь 1 ч. С какой скоростью она шла по озеру, если скорость течения реки равна 3 км/ч?
- о27.24. Расстояние 210 км катер проходит по течению реки на 4 ч быстрее, чем против течения. Определите собственную скорость катера, если известно, что скорость течения реки равна 3 км/ч.

- о27.25. Моторная лодка прошла 20 км против течения реки и 14 км по озеру, затратив на путь по озеру на 1 ч меньше, чем на путь по реке. Скорость течения реки равна 4 км/ч. Найдите скорость хода лодки против течения.
- о27.26. Два поля имеют общую площадь 20 га. С первого поля убрали 550 т, а со второго 540 т картофеля. Сколько тонн картофеля собирали с 1 га каждого поля, если с 1 га первого поля собирали на 10 т меньше, чем с 1 га второго поля?
- о27.27. Токарь должен был обработать 120 деталей к определенному сроку. Применяв новый резец, он стал обтачивать в час на 20 деталей больше и поэтому закончил работу на 1 ч раньше срока. Сколько деталей он должен был обрабатывать по плану?
- о27.28. Бригада должна была изготовить 120 изделий к определенному сроку. Однако она изготовляла в день на 2 изделия больше, чем предполагалось по плану, и поэтому закончила работу на 3 дня раньше срока. Сколько изделий в день должна была изготовлять бригада по плану?
-
- 27.29. Знаменатель обыкновенной дроби больше ее числителя на 3. Если к числителю прибавить 7, а к знаменателю 5, то дробь увеличится на $\frac{1}{2}$. Найдите эту дробь.
- 27.30. Числитель несократимой обыкновенной дроби на 5 меньше ее знаменателя. Если числитель уменьшить на 2, а знаменатель увеличить на 16, то дробь уменьшится на $\frac{1}{3}$. Найдите эту дробь.
- 27.31. Числитель обыкновенной дроби на 1 меньше ее знаменателя. Если из числителя и знаменателя вычесть 1, то дробь уменьшится на $\frac{1}{12}$. Найдите эту дробь.
- 27.32. Через два часа после выхода из A автобус был задержан на 30 мин и, чтобы прибыть в B по расписанию, должен был увеличить скорость на 5 км/ч. Найдите первоначальную скорость автобуса, если известно, что расстояние между пунктами A и B равно 260 км.

- 27.33. Велосипедист проехал 30 км от города до турбазы. На обратном пути он ехал 2 ч с той же скоростью, а затем на 3 км/ч быстрее и затратил на обратный путь на 6 мин меньше, чем на путь из города до турбазы. Какое время затратил велосипедист на обратный путь?
- 27.34. Велосипедист рассчитывал проехать по маршруту BC за 2 ч. Однако когда до пункта C оставалось 6 км, из-за встречного ветра он снизил скорость на 3 км/ч и прибыл в пункт C на 6 мин позже, чем рассчитывал. Чему равна длина маршрута BC ?
- 27.35. Пешеход прошел расстояние от пункта C до пункта M за 3 ч. Возвращаясь, он первые 16 км шел с той же скоростью, а затем снизил скорость на 1 км/ч, вследствие чего затратил на обратный путь на 4 мин больше, чем на путь из C в M . Чему равно расстояние между пунктами C и M ?
- 27.36. Поезд должен был пройти 54 км. Пройдя 14 км, он был задержан у семафора на 10 мин. Увеличив после этого скорость на 10 км/ч, он прибыл на место назначения с опозданием на 2 мин. Определите первоначальную скорость поезда.
- 27.37. Расстояние между станциями A и B равно 240 км. Из B по направлению к A вышел поезд. Через 30 мин навстречу ему из A вышел другой поезд, скорость которого на 12 км/ч больше скорости первого поезда. Найдите скорости поездов, если известно, что они встретились на середине пути между A и B .
- 27.38. Расстояние по реке между пристанями равно 21 км. Отправляясь от одной пристани к другой, катер возвращается обратно через 4 ч, затрачивая из этого времени 30 мин на стоянку. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2,5 км/ч.
- 27.39. Турист проплыл на байдарке 15 км против течения реки и 14 км по течению, затратив на все путешествие столько же времени, сколько ему понадобилось бы, чтобы проплыть по озеру 30 км. Зная, что скорость течения реки равна 1 км/ч, найдите скорость движения туриста по озеру.

- 27.40. Для перевозки 180 туристов было заказано несколько автобусов. Однако два автобуса не прибыли, а туристов приехало на 8 человек больше, чем ожидалось. Поэтому пришлось в каждом автобусе разместить на 17 человек больше, чем предполагалось. Сколько туристов было размещено в каждом автобусе?
- 27.41. Бригада трактористов к определенному сроку должна была вспахать 1800 га. Ежедневно перевыполняя план на 25 га, уже за 4 дня до срока бригада не только выполнила задание, но и вспахала дополнительно 200 га. Какова была ежедневная норма работы бригады по плану?
- 27.42. Расстояние между городами равно 44 км. Из этих городов навстречу друг другу выходят одновременно два пешехода и встречаются через 4 ч. Если бы первый вышел на 44 мин раньше второго, то их встреча произошла бы в середине пути. С какой скоростью идет каждый пешеход?
- 27.43. Велосипедист проехал 96 км на 2 ч быстрее, чем предполагал. При этом за каждый час он проезжал на 1 км больше, чем намеревался проезжать за 1 ч 15 мин. С какой скоростью ехал велосипедист?
- 27.44. В сплав золота с серебром, содержащий 80 г золота, добавили 100 г золота. В результате содержание золота в сплаве увеличилось на 20 %. Сколько граммов серебра в сплаве?
- 27.45. В сплав меди и цинка, содержащий 5 кг цинка, добавили 15 кг цинка, после чего содержание цинка в сплаве повысилось на 30 %. Какова первоначальная масса сплава, если известно, что в нем меди было больше, чем цинка?

§ 28. ЕЩЕ ОДНА ФОРМУЛА КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

28.1. Решите уравнение:

а) $x^2 - 14x + 33 = 0$;

в) $x^2 + 12x - 28 = 0$;

б) $x^2 - 10x - 39 = 0$;

г) $x^2 + 12x + 35 = 0$.

Решите уравнение:

о28.2. а) $x^2 + 34x + 280 = 0$;

б) $x^2 - 16x - 132 = 0$;

в) $x^2 - 24x + 108 = 0$;

г) $x^2 + 26x - 120 = 0$.

о28.3. а) $9x^2 - 20x - 21 = 0$;

б) $7x^2 + 6x - 1 = 0$;

в) $5x^2 + 8x - 4 = 0$;

г) $5x^2 - 4x - 1 = 0$.

о28.4. а) $x^2 - 2x - 1 = 0$;

б) $x^2 + 4x + 1 = 0$;

в) $x^2 + 2x - 2 = 0$;

г) $x^2 - 6x + 7 = 0$.

о28.5. а) $4x^2 - 8x + 1 = 0$;

б) $9x^2 + 12x + 1 = 0$;

в) $4x^2 - 12x + 7 = 0$;

г) $25x^2 + 10x - 4 = 0$.

о28.6. а) $\frac{x+3}{x-3} = \frac{2x+3}{x}$;

б) $\frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1$;

в) $\frac{x+2}{x-2} = \frac{3x-2}{2x}$;

г) $\frac{3x+2}{x-3} - \frac{x+2}{x+3} = 1$.

о28.7. Площадь прямоугольника равна 675 см^2 . Найдите стороны прямоугольника, если одна из них на 30 см меньше другой.

о28.8. От квадратного листа отрезали полосу шириной 6 см. Площадь оставшейся части равна 135 см^2 . Определите первоначальные размеры листа.

о28.9. Произведение двух натуральных чисел, одно из которых на 6 больше другого, равно 187. Найдите эти числа.

о28.10. Найдите площадь прямоугольника, если известно, что одна сторона прямоугольника на 14 см больше другой, а диагональ прямоугольника равна 34 см.

о28.11. Мотоциклист задержался с выездом на 6 мин. Чтобы наверстать потерянное время, он увеличил намеченную скорость на 10 км/ч. С какой скоростью ехал мотоциклист, если весь путь равен 30 км?

о28.12. Катер должен был пройти 36 км за определенное время, но был задержан с отправлением на 12 мин и поэтому, чтобы прийти вовремя, шел со скоростью на 6 км/ч большей, чем предполагалось по расписанию. С какой скоростью шел катер?

о28.13. Два автобуса выехали одновременно из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 48 км. Один из автобусов, двигаясь на 4 км/ч быстрее другого, прибыл в В на 10 мин раньше, чем другой. Найдите скорости автобусов.

- о28.14. Поезд был задержан у семафора на 24 мин и, чтобы прибыть на станцию назначения по расписанию, должен был оставшиеся 195 км пройти со скоростью, на 10 км/ч превышающей первоначальную. Найдите первоначальную скорость поезда.
- о28.15. Расстояние 400 км скорый поезд прошел на 1 ч быстрее товарного. Какова скорость каждого поезда, если скорость движения товарного поезда на 20 км/ч меньше, чем скорого?
- о28.16. На середине пути между станциями *A* и *B* поезд был задержан на 10 мин. Чтобы прибыть в *B* по расписанию, машинисту пришлось увеличить первоначальную скорость поезда на 12 км/ч. Найдите первоначальную скорость поезда, если известно, что расстояние между станциями равно 120 км.
- о28.17. Катер прошел 8 км по течению реки и 16 км против течения, затратив на весь путь $\frac{4}{3}$ ч. Какова скорость движения катера по течению, если собственная скорость катера равна 20 км/ч?
- о28.18. Моторная лодка прошла 7 км по течению реки и 10 км против течения, затратив на путь по течению на 0,5 ч меньше, чем на путь против течения. Собственная скорость лодки равна 12 км/ч. Найдите скорость хода лодки против течения.
-

Решите уравнение:

- 28.19. а) $x^2 - 52x - 285 = 0$; в) $x^2 + 108x - 2413 = 0$;
 б) $3x^2 + 130x - 133 = 0$; г) $17x^2 - 128x - 64 = 0$.
- 28.20. а) $x^2 - 4\sqrt{3}x + 12 = 0$; в) $x^2 + 6\sqrt{2}x + 18 = 0$;
 б) $x^2 + 2\sqrt{5}x - 20 = 0$; г) $x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 = 0$.
- 28.21. а) $x^2 - 2(p - 1)x + p^2 - 2p - 3 = 0$;
 б) $x^2 + 2(p + 1)x + p^2 + 2p - 8 = 0$;
 в) $x^2 - 2(p - 1)x + p^2 - 2p - 15 = 0$;
 г) $x^2 + 2(p + 3)x + p^2 + 6p - 7 = 0$.

Решите уравнение:

- 28.22. а) $x^2 - 2px + p^2 - 1 = 0$; в) $x^2 - 4px + 4p^2 - 1 = 0$;
б) $px^2 - 4x + 1 = 0$; г) $px^2 - 12x + 4 = 0$.
- 28.23. а) $(p - 4)x^2 + (2p - 4)x + p = 0$;
б) $px^2 + 2(p + 1)x + p + 3 = 0$.

- 28.24. Расстояние между городами A и B равно 120 км. Через 2 ч после отправления из A мотоциклист был задержан у шлагбаума на 6 мин. Чтобы прибыть в B в намеченный срок, он увеличил скорость на 12 км/ч. С какой скоростью стал двигаться мотоциклист?
- 28.25. Велосипедист проехал 40 км от города до фермы. Возвращаясь, он сначала 2 ч ехал с той же скоростью, а затем сделал остановку на 20 мин. После остановки велосипедист увеличил скорость на 4 км/ч и затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь от города до фермы. С какой скоростью двигался велосипедист после остановки?
- 28.26. В начале года завод выпускал 800 изделий в месяц. В течение года завод дважды увеличивал выпуск продукции на одно и то же число процентов. На сколько процентов завод увеличивал выпуск продукции каждый раз, если в конце года он выпускал уже 1152 изделия в месяц?
- 28.27. Университет в течение двух лет увеличивал количество принятых студентов на один и тот же процент. На сколько процентов увеличивался прием студентов ежегодно, если количество поступивших возросло с 2000 человек до 2880?
- 28.28. Для очистки пруда, содержащего 2800 м^3 воды, предполагалось к определенному сроку выкачать всю воду с помощью насосов. Так как насосов было прислано меньше, чем ожидалось, то ежедневно выкачивали на 20 м^3 меньше предполагаемой нормы. Через день после истечения намеченного срока оставалось выкачать еще 100 м^3 воды. За сколько дней предполагалось выкачать воду первоначально?

§ 29. ТЕОРЕМА ВИЕТА

29.1. У какого из заданных квадратных уравнений сумма корней равна -6 , а произведение корней равно -11 :

а) $x^2 - 6x + 11 = 0$;

в) $x^2 - 11x - 6 = 0$;

б) $x^2 + 6x - 11 = 0$;

г) $x^2 + 11x - 6 = 0$?

Не решая уравнения, определите, имеет ли оно корни. Для уравнений, имеющих корни, найдите их сумму и произведение:

29.2. а) $x^2 + 2x - 5 = 0$;

в) $x^2 - 19x + 1 = 0$;

б) $x^2 - 15x + 16 = 0$;

г) $x^2 + 8x + 10 = 0$.

29.3. а) $2x^2 + 9x - 10 = 0$;

в) $19x^2 - 23x + 5 = 0$;

б) $5x^2 + 12x + 7 = 0$;

г) $3x^2 + 113x - 7 = 0$.

29.4. а) $x^2 - 6 = 0$;

в) $x^2 + 5x = 0$;

б) $2x^2 + 3x = 0$;

г) $7x^2 - 1 = 0$.

29.5. а) $0,2x^2 - 4x - 1 = 0$;

в) $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$;

б) $\sqrt{3}x^2 - 12x - 7\sqrt{3} = 0$;

г) $\frac{2}{3}x^2 + 2x - 1 = 0$.

Не используя формулу корней, найдите корни квадратного уравнения:

29.6. а) $x^2 + 3x + 2 = 0$;

в) $x^2 + 8x + 7 = 0$;

б) $x^2 - 15x + 14 = 0$;

г) $x^2 - 19x + 18 = 0$.

29.7. а) $x^2 + 3x - 4 = 0$;

в) $x^2 - 9x - 10 = 0$;

б) $x^2 - 10x - 11 = 0$;

г) $x^2 + 8x - 9 = 0$.

29.8. а) $x^2 + 9x + 20 = 0$;

в) $x^2 + 5x - 14 = 0$;

б) $x^2 - 15x + 36 = 0$;

г) $x^2 - 7x - 30 = 0$.

29.9. Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются числа:

а) $x_1 = 4$; $x_2 = 2$;

в) $x_1 = -8$; $x_2 = 1$;

б) $x_1 = 3$; $x_2 = -5$;

г) $x_1 = -6$; $x_2 = -2$.

о29.10. Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются числа:

а) $x_1 = 2,5$; $x_2 = -2$;

в) $x_1 = -2,4$; $x_2 = -1,5$;

б) $x_1 = \frac{2}{3}$; $x_2 = -1\frac{1}{2}$;

г) $x_1 = \frac{3}{5}$; $x_2 = -1\frac{2}{3}$.

о29.11. Может ли квадратное уравнение $x^2 + bx - 8 = 0$:

а) не иметь корней;

б) иметь равные корни;

в) иметь два различных корня разных знаков;

г) иметь два различных корня одного и того же знака?

о29.12. Пусть x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Найдите:

а) b и c , если $a = 2$, $x_1 = 3$, $x_2 = -0,5$;

б) a и c , если $b = -1$, $x_1 = 3$, $x_2 = -4$;

в) a и b , если $c = 4$, $x_1 = -2$, $x_2 = -0,25$;

г) a и c , если $b = 6$, $x_1 = 3$, $x_2 = -4$.

о29.13. При каких значениях параметра p сумма корней квадратного уравнения $x^2 + (p^2 + 4p - 5)x - p = 0$ равна нулю?

о29.14. При каких значениях параметра p произведение корней квадратного уравнения $x^2 + 3x + (p^2 - 7p + 12) = 0$ равно нулю?

Разложите на множители квадратный трехчлен:

о29.15. а) $x^2 - 11x + 24$;

в) $x^2 + 7x + 12$;

б) $x^2 - 2x - 15$;

г) $x^2 + 3x - 10$.

о29.16. а) $-x^2 + 16x - 15$;

в) $-x^2 + 5x - 6$;

б) $-x^2 - 8x + 9$;

г) $-x^2 + 7x + 8$.

о29.17. а) $3x^2 + 5x - 2$;

в) $5x^2 + 2x - 3$;

б) $6x^2 + 5x + 1$;

г) $15x^2 - 8x + 1$.

о29.18. а) $-3x^2 - 8x + 3$;

в) $-2x^2 + 9x - 4$;

б) $-5x^2 + 6x - 1$;

г) $-4x^2 - 3x + 85$.

о29.19. Сократите дробь:

а) $\frac{x+4}{x^2+7x+12}$;

в) $\frac{x+1}{x^2+4x+3}$;

б) $\frac{3x^2-10x+3}{x^2-3x}$;

г) $\frac{5x^2+x-4}{x^2+x}$.

Сократите дробь:

○29.20. а) $\frac{2x^2 + 9x + 7}{x^2 - 1}$; в) $\frac{2x^2 + 7x - 4}{x^2 - 16}$;

б) $\frac{9x^2 - 1}{3x^2 - 8x - 3}$; г) $\frac{4x^2 - 1}{2x^2 - 9x - 5}$.

○29.21. а) $\frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 + 7x - 30}$; в) $\frac{6x^2 - 19x + 13}{2x^2 + 7x - 9}$;

б) $\frac{6x^2 + 7x - 3}{2 - x - 15x^2}$; г) $\frac{21x^2 + x - 2}{2 + 5x - 3x^2}$.

○29.22. Упростите выражение:

а) $\left(\frac{1}{x+2} + \frac{5}{x^2 - x - 6} + \frac{2x}{x-3} \right) \cdot \frac{x}{2x+1}$;

б) $\left(\frac{2}{x+1} + \frac{10}{x^2 - 3x - 4} + \frac{3x}{x-4} \right) : \frac{3x+2}{3}$.

Решите уравнение:

○29.23. а) $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 4x + 3} + \frac{2}{x-1} = \frac{3}{x-3}$;

б) $\frac{18}{x-8} = \frac{x^2 - 7}{x^2 - 7x - 8} - \frac{6}{x+1}$.

○29.24. а) $\frac{x^2 + 14}{x^2 - x - 2} + \frac{10}{x+1} = \frac{3x}{x-2}$;

б) $\frac{6}{x-4} - \frac{3x}{x+2} = \frac{x^2 + 20}{x^2 - 2x - 8}$.

○29.25. а) $\frac{x^2 - 5}{x^2 - 3x + 2} = \frac{x+3}{x-1} + \frac{2x+2}{x-2}$;

б) $\frac{2x^2 + 9x}{x^2 - x - 6} + \frac{3x+2}{x+2} = \frac{2x+3}{x-3}$.

29.26. Не используя формулу корней, найдите корни квадратного уравнения:

а) $x^2 - 88x + 780 = 0$;

в) $x^2 - 26x + 105 = 0$;

б) $x^2 - 26x + 120 = 0$;

г) $x^2 + 35x - 114 = 0$.

29.27. Докажите, что уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет корень, равный 1, если $a + b + c = 0$.

29.28. Используя теорему Виета и утверждение, доказанное в упражнении 29.27, найдите корни уравнения:

а) $13x^2 + 18x - 31 = 0$;

в) $6x^2 - 26x + 20 = 0$;

б) $5x^2 - 27x + 22 = 0$;

г) $3x^2 + 35x - 38 = 0$.

29.29. Докажите, что уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет корень, равный -1, если $a - b + c = 0$.

29.30. Используя теорему Виета и утверждение, доказанное в упражнении 29.29, найдите корни уравнения:

а) $3x^2 + 18x + 15 = 0$;

в) $11x^2 + 17x + 6 = 0$;

б) $67x^2 - 105x - 172 = 0$;

г) $14x^2 - 37x - 51 = 0$.

Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются числа:

29.31. а) $x_1 = \sqrt{2}$, $x_2 = -\sqrt{2}$;

в) $x_1 = \sqrt{7}$, $x_2 = -\sqrt{7}$;

б) $x_1 = 3\sqrt{5}$, $x_2 = -3\sqrt{5}$;

г) $x_1 = 9\sqrt{2}$, $x_2 = -9\sqrt{2}$.

29.32. а) $x_1 = 3 + \sqrt{2}$, $x_2 = 3 - \sqrt{2}$;

б) $x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$;

в) $x_1 = 2 + \sqrt{5}$, $x_2 = 2 - \sqrt{5}$;

г) $x_1 = \frac{-4 - \sqrt{3}}{7}$, $x_2 = \frac{-4 + \sqrt{3}}{7}$.

Разложите выражение на множители:

29.33. а) $x + 6\sqrt{x} + 8$;

в) $x - 12\sqrt{x} + 35$;

б) $x - 7\sqrt{x} - 18$;

г) $x + 3\sqrt{x} - 40$.

29.34. а) $7x + 23\sqrt{x} + 16$;

в) $9x + 4\sqrt{x} - 5$;

б) $3x^3 - 10x\sqrt{x} + 3$;

г) $2x^3 - 5x\sqrt{x} + 2$.

29.35. а) $x^4 - 13x^2 + 36$;

в) $-x^4 + 20x^2 - 64$;

б) $-2x^6 + 9x^3 - 4$;

г) $15x^6 - 8x^3 + 1$.

29.36. Разложите квадратный трехчлен на множители:

а) $x^2 - 12x + 24$;

в) $x^2 - 6x + 1$;

б) $4x^2 - 4x - 1$;

г) $4x^2 - 12x + 7$.

Сократите дробь:

29.37. а) $\frac{x - 5\sqrt{x} - 14}{x - 2\sqrt{x} - 8}$;

в) $\frac{2x + 11\sqrt{x} - 6}{x + 3\sqrt{x} - 18}$;

б) $\frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 - 2x - 3}$;

г) $\frac{x^3 - 4x}{x^4 - 3x^2 - 4}$.

29.38. а) $\frac{x^3 + 5x^2 - 4x - 20}{x^2 + 3x - 10}$;

в) $\frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{x^2 + 3x + 2}$;

б) $\frac{x^3 - 2x^2 - 16x + 32}{x^2 - 6x + 8}$;

г) $\frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^2 - 2x - 3}$.

●**29.39.** Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 9x - 17 = 0$.
Не решая уравнения, вычислите:

а) $x_1^2 + x_2^2$;

б) $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$.

●**29.40.** Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $3x^2 + 8x - 1 = 0$.
Не решая уравнения, вычислите:

а) $x_1^2 + x_2^2$;

б) $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$.

●**29.41.** Дано уравнение $x^2 - (2p^2 - p - 6)x + (8p - 1) = 0$. Известно, что сумма его корней равна -5 . Найдите значения параметра p .

●**29.42.** Дано уравнение $x^2 - (p + 1)x + (2p^2 - 9p - 12) = 0$. Известно, что произведение его корней равно -21 . Найдите значения параметра p .

●**29.43.** При некотором значении параметра p корни квадратного уравнения $2px^2 + (p^2 - 9)x - 5p + 2 = 0$ являются противоположными числами. Найдите эти корни.

●**29.44.** При некотором значении параметра p корни квадратного уравнения $2px^2 + 5x + p + 1 = 0$ являются взаимно обратными числами. Найдите эти корни.

●**29.45.** Дано уравнение $x^2 + (3p - 5)x + (3p^2 - 11p - 6) = 0$. Известно, что сумма квадратов его корней равна 65 . Найдите значение параметра p и корни уравнения.

- 29.46. Разность корней уравнения $2x^2 - 15x + p = 0$ равна 2,5. Найдите значение параметра p и корни уравнения.
- 29.47. Один из корней квадратного уравнения $2x^2 - 14x + p = 0$ больше другого в 2,5 раза. Найдите значение параметра p и корни уравнения.

Упростите выражение:

- 29.48. а) $\frac{x+12}{x^3-9x} : \left(\frac{x-3}{2x^2+5x-3} - \frac{9}{9-x^2} \right);$
 б) $\left(\frac{3a-1}{a^2-4} - \frac{9a}{3a^2+5a-2} \right) \cdot \frac{15a^3-60a}{12a+1}.$
- 29.49. а) $\left(\frac{4}{5a^2+a-4} - \frac{a+1}{9(5a-4)} \right) \cdot \frac{15a-12}{a+7};$
 б) $\frac{5(a+4)}{a-1} : \left(\frac{9(a-1)}{3a+4} - \frac{(2a-7)^2}{3a^2+a-4} \right).$
- 29.50. Докажите тождество:
 а) $\left(\frac{2x}{x+2} + \frac{4}{x^2+5x+6} - \frac{3}{x+3} \right) : \frac{2x-1}{3} + \frac{x}{3+x} = 1;$
 б) $\left(\frac{2x}{x-3} + \frac{1}{x+1} + \frac{4}{x^2-2x-3} \right) \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3}{3-x} = 1.$

Решите уравнение:

- 29.51. а) $\frac{x^2}{x^2-7x+10} + \frac{16}{3x^2-12} = 1;$
 б) $\frac{2x^2}{2x^2+x-3} - \frac{8}{2x^2-3x-9} = 1.$
- 29.52. а) $\frac{10x+5}{21x-14} - \frac{x-1}{2x+3} = \frac{21}{6x^2+5x-6};$
 б) $\frac{4}{6x^2-13x+6} + \frac{x-2}{6x-4} = \frac{2x+1}{10x-15}.$
- 29.53. а) $\frac{2x+1}{6x-4} + \frac{13}{6x^2+5x-6} = \frac{2x+1}{4x+6};$
 б) $\frac{8x-1}{10x^2-19x+6} + \frac{x-1}{10x-4} = \frac{2x+1}{4x-6}.$

●29.54. Решите уравнение:

а) $\frac{x-1}{x^2-2x-3} + \frac{x+3}{x^2-2x-8} = \frac{4x-1}{2x^2-6x-8};$

б) $\frac{2}{2x^2-x-1} + \frac{x}{x^2-x-2} = \frac{3x+1}{3x^2-3}.$

29.55. Найдите значение выражения при $x = 2007$:

а) $\left(\frac{3}{x-3} + \frac{4}{x^2-5x+6} + \frac{2x}{x-2}\right) : \frac{2x+1}{3} - \frac{x-12}{9-3x};$

б) $\left(\frac{2x}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{4}{x^2+2x-3}\right) \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3-x}{6+2x}.$

§ 30. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Решите уравнение:

30.1. а) $\sqrt{x+2} = 3;$

в) $\sqrt{x-5} = 9;$

б) $\sqrt{4x+1} = 3;$

г) $\sqrt{7x-1} = 3.$

30.2. а) $\sqrt{x^2-1} = 2;$

в) $\sqrt{3-2x^2} = 1;$

б) $\sqrt{4x^2+5} = 3;$

г) $\sqrt{6+5x^2} = 2.$

30.3. а) $\sqrt{4x^2+5x-2} = 2;$

в) $\sqrt{23+3x-5x^2} = 3;$

б) $\sqrt{23x-14-3x^2} = 0;$

г) $\sqrt{5x^2+22x-15} = 0.$

30.4. а) $\sqrt{\frac{2x+3}{x-1}} = 1;$

в) $\sqrt{\frac{5x-1}{x+3}} = 2;$

б) $\sqrt{\frac{x+5}{4x-1}} = 4;$

г) $\sqrt{\frac{x-4}{3x+1}} = 3.$

30.5. Докажите, что уравнение не имеет корней:

а) $\sqrt{5-x} + 2 = 0;$

в) $\sqrt{3x-1} + 1 = 0;$

б) $\sqrt{x-4} + \sqrt{x^2-3} = 0;$

г) $\sqrt{x-8} + 3 = \sqrt{16-x}.$

о30.6. Решите уравнение:

а) $\sqrt{7x - 4} = \sqrt{5x + 2}$;

в) $\sqrt{3x + 4} = \sqrt{5x + 2}$;

б) $\sqrt{2x - 5} = \sqrt{4x - 7}$;

г) $\sqrt{3x + 1} = \sqrt{2x - 3}$.

Используя метод введения новой переменной, решите уравнение:

о30.7. а) $x - 6\sqrt{x} + 8 = 0$;

в) $x - 7\sqrt{x} + 12 = 0$;

б) $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$;

г) $x - 3\sqrt{x} + 2 = 0$.

о30.8. а) $x + \sqrt{x} = 30$;

в) $x + \sqrt{x} = 12$;

б) $x - 4\sqrt{x} - 12 = 0$;

г) $x - 3\sqrt{x} - 18 = 0$.

о30.9. а) $\sqrt{x} - \frac{20}{\sqrt{x}} = 1$;

в) $\sqrt{x} - \frac{6}{\sqrt{x}} = 1$;

б) $\sqrt{x} + 3 = \frac{18}{\sqrt{x}}$;

г) $\sqrt{x} + 4 = \frac{32}{\sqrt{x}}$.

о30.10. а) $(5x - 1) + \sqrt{5x - 1} = 12$;

б) $(2x + 3) + \sqrt{2x + 3} = 2$;

в) $(7x + 4) - \sqrt{7x + 4} = 42$;

г) $(12x - 1) + \sqrt{12x - 1} = 6$.

Решите уравнение:

о30.11. а) $\sqrt{7 - 3x} = x + 7$;

в) $\sqrt{15 + 3x} = 1 - x$;

б) $\sqrt{3 - x} = 3x + 5$;

г) $\sqrt{34 - 5x} = 7 - 2x$.

о30.12. а) $\sqrt{8 - 2x} = x$;

в) $\sqrt{3 + 2x} = x - 6$;

б) $\sqrt{5 - x} = x + 15$;

г) $\sqrt{1 - 5x} = 7 + x$.

о30.13. а) $\sqrt{x - 4} + x = 6$;

в) $\sqrt{5x + 1} + 1 = 2x$;

б) $5x - \sqrt{3x + 4} = 2$;

г) $\sqrt{7 - 3x} + 3 - x = 0$.

Выясните, равносильны ли уравнения:

30.14. а) $\sqrt{x+1} = 2$ и $x - 2 = 1$;

б) $\sqrt{2x+1} = 3$ и $x^2 = 16$;

в) $\sqrt{5-x} = 3$ и $x^2 = 16$;

г) $\sqrt{3x+4} = 5$ и $2(x-3) = 15-x$.

30.15. а) $\sqrt{x+1} = 3$ и $x^2 - 7x - 8 = 0$;

б) $\sqrt{x} = x - 2$ и $x^2 = 5x - 4$;

в) $\sqrt{7-x} = -2$ и $x^2 + 4x + 8 = 0$;

г) $\sqrt{4x+1} = x - 1$ и $x^2 - 12x + 36 = 0$.

Решите уравнение:

30.16. а) $\sqrt{4x+3} = \sqrt{4x^2+5x-2}$;

б) $\sqrt{6x^2-2x+1} = \sqrt{3x+2}$;

в) $\sqrt{2x^2+3x-1} = \sqrt{5x-1}$;

г) $\sqrt{8x-3} = \sqrt{x^2+4x+1}$.

30.17. а) $\sqrt{x^2+2x+5} = \sqrt{x^2-3x+10}$;

б) $\sqrt{5x^2-3x+1} = \sqrt{3x^2-4x+2}$;

в) $\sqrt{3x^2+5x-1} = \sqrt{2x^2+2x-3}$;

г) $\sqrt{6x^2+x-15} = \sqrt{x^2-x+1}$.

30.18. а) $\sqrt{2x^2+3x+1} = x+1$;

в) $\sqrt{x^2+x+1} = x+2$;

б) $\sqrt{5x^2-3x+2} = x-3$;

г) $\sqrt{3x^2+x+30} = x-5$.

30.19. а) $\sqrt{x+1} = 2 + \sqrt{x-19}$;

б) $\sqrt{x+8} = \sqrt{7x+9} - 1$;

в) $\sqrt{x-13} = \sqrt{x+8} - 3$;

г) $\sqrt{3x-5} = 1 + \sqrt{x-2}$.

Решите уравнение:

30.20. а) $\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6$; в) $\sqrt{x-1} - \sqrt{6-x} = 1$;
б) $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$; г) $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+3} = 2$.

30.21. а) $\sqrt{4-2x} + \sqrt{2+x} = \sqrt{2x}$;
б) $\sqrt{x+7} = \sqrt{3x+19} - \sqrt{x+2}$;
в) $\sqrt{3x+1} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x}$;
г) $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+3} = \sqrt{6x-11}$.

30.22. а) $\sqrt{x+1} - \sqrt{9-x} = \sqrt{2x-12}$;
б) $\sqrt{x+1} + \sqrt{4x+13} = \sqrt{3x+12}$;
в) $\sqrt{2x+5} + \sqrt{5x+6} = \sqrt{12x+25}$;
г) $\sqrt{2x+3} - \sqrt{4-x} = \sqrt{7-x}$.

●30.23. а) $(x^2 + 1) + 2\sqrt{x^2 + 1} = 15$;
б) $\sqrt{x-2} - \frac{3}{\sqrt{x-2}} + 2 = 0$;
в) $2(x^2 - 9) + 3\sqrt{x^2 - 9} - 5 = 0$;
г) $\frac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x-1}-4} = \frac{\sqrt{x-1}-6}{\sqrt{x-1}-7}$.

●30.24. а) $\sqrt{\frac{3x+2}{2x-3}} + \sqrt{\frac{2x-3}{3x+2}} = 2,5$;
б) $\sqrt{\frac{x}{x-1}} - 2,5 = 3\sqrt{1-\frac{1}{x}}$;
в) $\sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} + \sqrt{\frac{2x+1}{x-1}} = \frac{10}{3}$;
г) $4\sqrt{3-\frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{3x-1}} = 3$.

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Вариант 1

1. Сократите дробь $\frac{2x^2 + 5x - 7}{x^2 - 8x + 7}$.
2. Решите уравнение:
 - а) $2(x + 4) - x(x - 5) = 7(x - 8)$;
 - б) $6x^4 + x^2 - 1 = 0$.
3. Докажите, что не существует такого значения k , при котором уравнение $x^2 - 2kx + k - 3 = 0$ имело бы только один корень.
4. Решите уравнение

$$\frac{1}{3x + 1} + \frac{1}{9x^2 + 6x + 1} = 2.$$

5. Автомобиль, пройдя путь от A до B , равный 300 км, повернул назад, увеличив скорость на 12 км/ч. В результате на обратный путь он затратил на 50 мин меньше, чем на путь от A до B . Найдите первоначальную скорость автомобиля.
6. Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $2x^2 - 9x - 12 = 0$. Не решая уравнения, найдите:
 - а) $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$;
 - б) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$;
 - в) $x_1^3 + x_2^3$.
7. Дано уравнение $x^2 + (t^2 - 3t - 11)x + 6t = 0$. Известно, что сумма его корней равна 1. Найдите значение параметра t и корни уравнения.
8. Решите уравнение

$$x - 1 = \sqrt{2x^2 - 3x - 5}.$$

Вариант 2

1. Сократите дробь $\frac{x^2 + 9x + 8}{3x^2 + 8x + 5}$.
2. Решите уравнение:
 - а) $x(x + 3) - 4(x - 5) = 7(x + 4) - 8$.
 - б) $2x^4 - 9x^2 + 4 = 0$.

3. Найдите такие значения k , при которых уравнение $x^2 - 2kx + 2k + 3 = 0$ имеет только один корень.

4. Решите уравнение

$$\frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{4x^2-4x+1} = 4.$$

5. Время, затрачиваемое автобусом на прохождение расстояния 325 км, при составлении нового расписания движения автобусов сокращено на 40 мин. Найдите скорость движения автобуса по новому расписанию, если известно, что она на 10 км/ч больше скорости, предусмотренной старым расписанием.

6. Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $3x^2 - 4x - 1 = 0$. Не решая уравнения, найдите:

а) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$; б) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$; в) $x_1^3 + x_2^3$.

7. Дано уравнение $x^2 + (4k - 1)x + (k^2 - k + 8) = 0$. Известно, что произведение его корней равно 10. Найдите значение параметра k и корни уравнения.

8. Решите уравнение

$$\sqrt{x^2 + 3x + 3} = 2x + 1.$$

**§ 31. СВОЙСТВА ЧИСЛОВЫХ
НЕРАВЕНСТВ**

Замените символ $*$ знаком $<$ или $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

31.1. а) $5,6 * 5,56$; в) $6,79 * 6,8$;
 б) $-2,4 * -2,39$; г) $-0,1 * -0,11$.

31.2. а) $-\frac{4}{5} * -\frac{2}{7}$; в) $\frac{7}{11} * \frac{9}{13}$;
 б) $\frac{3}{4} * \frac{5}{9}$; г) $-\frac{6}{17} * -\frac{1}{3}$.

31.3. а) $\frac{2}{5} * 0,41$; в) $-1,7 * -1\frac{3}{4}$;
 б) $-2\frac{1}{4} * 2,2$; г) $\frac{6}{25} * 0,25$.

31.4. а) $0,4 * \frac{1}{3}$; в) $2,56 * 2\frac{7}{11}$;
 б) $-1\frac{5}{6} * -1,82$; г) $-0,13 * -\frac{1}{9}$.

31.5. а) $3,7 + 1,02 * 4,26 + 0,5$;
 б) $-3,1 + 3,5 * 2,1 - 2,59$;
 в) $5,9 - 1,45 * 2,8 + 1,9$;
 г) $7,31 - 2,33 * 3,11 + 1,88$.

31.6. а) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} * 1\frac{1}{5}$; в) $2\frac{1}{7} * \frac{1}{14} + 1\frac{1}{2}$;
 б) $-1\frac{5}{6} * -\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$; г) $-\frac{2}{5} - 2\frac{1}{6} * -2\frac{1}{2}$.

Сравните с нулем значение числового выражения:

- 31.7. а) $(-1,21)^2$; в) $(-5,74)^4$;
б) $(-3,41)^7$; г) $(-9,85)^3$.

- 31.8. а) $-\frac{2}{5} \cdot (-45,14)$; в) $-1,7 : \left(-\frac{12}{91}\right)$;
б) $-2\frac{1}{4} \cdot 54,235$; г) $\frac{6}{17} \cdot (-21,489)$.

- 31.9. а) $-\frac{2}{5} + \frac{3}{4}$; в) $\frac{5}{13} - \frac{1}{2}$;
б) $2,35 - 2\frac{1}{4}$; г) $-\frac{4}{11} + \frac{3}{7}$.

Запишите на математическом языке следующее высказывание:

- 31.10. а) Сумма чисел a и b больше их произведения;
б) квадрат числа m меньше числа n ;
в) полусумма чисел k и l меньше их утроенной разности;
г) утроенное число p больше, чем куб числа p .
- 31.11. а) Разность чисел t и s больше их отношения;
б) квадрат суммы чисел m и n не больше их разности;
в) разность квадратов чисел k и l меньше их удвоенной суммы;
г) произведение двух последовательных натуральных чисел не меньше квадрата большего из них.

Известно, что $a < b$. Замените символ $*$ знаком $<$ или $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

- 31.12. а) $-5a * -5b$; в) $0,1a * 0,1b$;
б) $\frac{a}{6} * \frac{b}{6}$; г) $-\frac{a}{7} * -\frac{b}{7}$.

- 31.13. а) $a - 4 * b - 4$; в) $a + 1,8 * b + 1,8$;
б) $a + 7,3 * b + 7,3$; г) $a - 125 * b - 125$.

- 31.14. Выясните, какое из двух чисел m , n больше, если известно, что:

- а) $m + 12 < n + 12$; в) $-0,3 - m > -0,3 - n$;
б) $3,5 - m > 3,5 - n$; г) $4,9 + m < 4,9 + n$.

- 31.15. Какой знак имеет число x , если известно, что:

- а) $5x < 3x$; в) $9x > 2x$;
б) $-4x < 4x$; г) $-45x > -3x$?

31.16. Известно, что $m > n$. Объясните, на основании каких свойств числовых неравенств можно утверждать, что верно неравенство:

- а) $-7m < -7n$; в) $\frac{m}{4} > \frac{n}{4}$;
б) $1 - m < 1 - n$; г) $5m + 13 < 5n + 13$.

31.17. Можно ли утверждать, что $a > b$, если:

- а) $a - 8 > b - 8$; в) $12 - a > 12 - b$;
б) $3a > 3b$; г) $\frac{a}{7} > \frac{b}{7}$?

31.18. Можно ли утверждать, что $x < y$, если:

- а) $2 - x > 2 - y$; в) $-41 + x < -41 + y$;
б) $-3,5x > -3,5y$; г) $\frac{x}{-2,8} > \frac{y}{-2,8}$?

31.19. Известно, что a, b, c, d — положительные числа, причем $a > b, d < b, c > a$. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}$.

Сложите почленно неравенства:

- 31.20.** а) $13 > 5$ и $8 > 1$; в) $19 > 12$ и $3,5 > 2$;
б) $-1,5 < -0,2$ и $-2 < 3,5$; г) $-0,1 < 1$ и $-2,8 < 4$.

- 31.21.** а) $5 > 2$ и $-3 < 1$;
б) $7,5 < 11,7$ и $-4,7 > -5,8$;
в) $0,2 < 3$ и $2,8 > 1,7$;
г) $-3,9 > -7,2$ и $6,5 < 14,7$.

31.22. Докажите, что если $a > 2$, то:

- а) $3a > 6$; в) $0,5a > 1$;
б) $-2a < -4$; г) $-1,5a < -3$.

31.23. Докажите, что если $m < 4,5$, то:

- а) $\frac{m}{5} < 0,9$; в) $\frac{m}{1,5} < 3$;
б) $-\frac{m}{3} > -1,5$; г) $-\frac{m}{0,09} > -50$.

31.24. Докажите, что если $b > 0,5$, то:

- а) $2b + 4 > 5$; в) $4,5b - 3,25 > -1$;
б) $-6b + 8 < 5$; г) $-7b - 2 < -5,5$.

о31.25. Докажите, что если $n < -3$, то:

- а) $\frac{n}{7} + \frac{2}{7} < -\frac{1}{7}$; в) $\frac{n}{2} - \frac{3}{5} < -2\frac{1}{10}$;
б) $\frac{n}{6} + \frac{2}{9} < -\frac{5}{18}$; г) $-\frac{n}{8} - \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$.

о31.26. Докажите, что:

- а) если $a > 2$, $b > 3$, то $3a + 5b > 21$;
б) если $a < 2b$, $b < c$, то $2a < 4c$;
в) если $a > 3$, $b > 5$, то $2a + 4b > 26$;
г) если $a \geq 5b$, $b \geq 2c$, то $3a \geq 30c$.

о31.27. Верно ли, что:

- а) если $a > 3$, $b > 5$, то $ab > 15$;
б) если $a < 2$, $b < 3$, то $ab < 6$;
в) если $a > 4$, то $a^2 > 16$;
г) если $a < 6$, то $a^2 < 36$?

о31.28. Верно ли, что:

- а) если $a > 1$, то $\frac{6}{a} < 6$; в) если $a < 5$, то $\frac{15}{a} > 3$;
б) если $a < 2$, то $\frac{4}{a} > 2$; г) если $a > 7$, то $\frac{14}{a} < 2$?

о31.29. Известно, что $k > 3$, $l > 7$. Оцените значение выражения:

- а) $2k + 3l$; в) $k + 1,5l$;
б) $-k - l$; г) $-4k - 5l$.

о31.30. Известно, что $p > 2$, $s < 5$. Оцените значение выражения:

- а) $p - 2s$; в) $s - 3p$;
б) $4s - 2p$; г) $3p - 6s$.

о31.31. Известно, что $m > 1$, $n > 4$. Оцените значение выражения:

- а) $m + n + 4$; в) $3 - 2m - 5n$;
б) $12 - 4n - 3m$; г) $7m + 6n + 1$.

о31.32. Известно, что $x > 6$, $y < 12$. Оцените значение выражения:

- а) $x - 5 - 2y$; в) $5x - y + 10$;
б) $14 - 2x + 3y$; г) $16 - 3y + 4x$.

- 31.33. Подберите какое-либо число, которое было бы больше числа a и меньше числа b . Полученное утверждение запишите в виде двойного неравенства:
 а) $a = 3$, $b = 8$; в) $a = -2,5$, $b = 7,8$;
 б) $a = -5$, $b = -3$; г) $a = -6$, $b = -2$.
- о31.34. Известно, что $10 < a < 16$. Оцените значение выражения:
 а) $0,5a$; в) $-3a$;
 б) $a - 16$; г) $2a + 1$.
- о31.35. Известно, что $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$. Оцените значение выражения:
 а) $2\sqrt{7}$; б) $2 + 2\sqrt{7}$; в) $-\sqrt{7}$; г) $3 - \sqrt{7}$.
- о31.36. Известно, что $2,8 < \sqrt{8} < 2,9$ и $3,3 < \sqrt{11} < 3,4$. Оцените значение выражения:
 а) $\sqrt{8} + \sqrt{11}$; в) $\sqrt{8} + 2\sqrt{11}$;
 б) $\sqrt{8} - \sqrt{11}$; г) $3\sqrt{8} - \sqrt{11}$.
- о31.37. Известно, что $8 < a < 10$ и $1 < b < 2$. Оцените значение выражения:
 а) $\frac{1}{4}a + b$; б) $a - \frac{1}{2}b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$.
- о31.38. Известно, что $a > b + 3$, $b + 1 > 7$. Докажите, что $a > 9$.
 Докажите, что при любых значениях переменных справедливо неравенство:
- о31.39. а) $3(x + 1) + x < 4(2 + x)$; в) $2y^2 - 6y + 1 > 2y(y - 3)$;
 б) $m(m + n) \geq mn$; г) $c^2 - d^2 \geq -2d^2 - 1$.
- о31.40. а) $x^2 + 2xy + y^2 \geq 0$; в) $2pq \leq p^2 + q^2$;
 б) $9m^2 + 6mn \geq -n^2$; г) $4c^2 + 9d^2 \geq 12cd$.
- о31.41. а) $2x > 2(x - 4) - a^2$; в) $4y^2 - 3y \geq 9(y - 1)$;
 б) $z(z + 1) + 5 \geq 1 - 3z$; г) $t(t + 5) - 3 \geq 3t - 4$.
- о31.42. а) $(x + 1)(x - 4) > (x + 2)(x - 5)$;
 б) $(t - 3)(t + 4) < (t - 1)(t + 2)$;
 в) $(a + 2)(a + 6) < (a + 5)(a + 3)$;
 г) $(b - 4)(b + 6) < (b - 3)(b - 1)$.

Докажите, что при любых значениях переменных справедливо неравенство:

о31.43. а) $(7 + 2d)(7 - 2d) < 49 - d(4d + 1)$, где $d < 0$;

б) $(2q - 3)(q - 3) > (q - 1)(q - 8)$.

о31.44. а) $\frac{a^2 + b^2}{2ab} \geq 1$, если $ab > 0$;

б) $25r + \frac{1}{r} \leq -10$, если $r < 0$;

в) $y + \frac{9}{y} \geq 6$, если $y > 0$;

г) $n + \frac{16}{n} \leq -8$, если $n < 0$.

о31.45. а) $\frac{p}{q} + \frac{q}{p} \leq 2$, если $pq < 0$;

б) $\frac{(m+n)^2}{2} \leq m^2 + n^2$.

Используя метод выделения квадрата двучлена, докажите неравенство:

о31.46. а) $x^2 - 6x + 14 > 0$;

в) $y^2 + 70 > 16y$;

б) $a^2 + 10 > -6a$;

г) $b^2 + 20 > -8b$.

о31.47. а) $(s - 4)(2 - s) < 2$;

в) $(a + 1)(3 - a) < 5$;

б) $z^2 + 6zt + 10t^2 \geq 0$;

г) $m^2 - 12mn + 40n^2 \geq 0$.

31.48. Сравните числа:

а) 2,8 и $\sqrt{8}$;

в) $\sqrt{10}$ и 3,4;

б) $\sqrt{3}$ и 1,7;

г) $\sqrt{7}$ и 2,7.

Сравните числа a и b , если:

31.49. а) $a = \sqrt{5}$, $b = \frac{4}{5}\sqrt{8}$;

в) $a = \sqrt{8}$, $b = \frac{4}{5}\sqrt{13}$;

б) $a = \sqrt{3}$, $b = \frac{7}{6}\sqrt{2}$;

г) $a = \sqrt{7}$, $b = \frac{3}{5}\sqrt{19}$.

●31.50. а) $a = \sqrt{2} + \sqrt{7}$, $b = \sqrt{5} + 2$;

б) $a = 2 + \sqrt{11}$, $b = \sqrt{5} + \sqrt{10}$;

в) $a = \sqrt{7} + \sqrt{5}$, $b = 3 + \sqrt{3}$;

г) $a = \sqrt{3} + \sqrt{15}$, $b = 4 + \sqrt{2}$.

●31.51. Сравните числа a и b , если:

а) $a = \sqrt{37} - \sqrt{14}$, $b = 6 - \sqrt{15}$;

б) $a = \sqrt{11} - \sqrt{10}$, $b = \sqrt{6} - \sqrt{5}$;

в) $a = \sqrt{17} - \sqrt{15}$, $b = \sqrt{7} - \sqrt{5}$;

г) $a = \sqrt{10} - \sqrt{7}$, $b = \sqrt{11} - \sqrt{6}$.

Не выполняя вычислений, сравните значения числовых выражений:

31.52. а) $15,4 : 3,5$ и $15,4 : 3,4$;

в) $238 \cdot 2$ и $237 \cdot 2$;

б) $-22,1 \cdot 2,5$ и $-22 \cdot 2,5$;

г) $-5,2 : 4,3$ и $-5,1 : 4,3$.

31.53. а) $1,8 : 2,7$ и $1,82 : 2,7$;

в) $492 \cdot 0,3$ и $492 : 0,3$;

б) $32,5 \cdot 0,5$ и $32,5 : 0,5$;

г) $8,34 : 1,1$ и $8,34 \cdot 1,1$.

31.54. Зная, что $k > l$, расположите в порядке возрастания числа:

$0,2 + k$; l ; $l - 12$; k ; $k + 2,6$; $l - 1,45$.

31.55. Можно ли утверждать, что $a > b$, если:

а) $3a + 12 > 3b + 10$;

в) $7a > 5b$;

б) $\frac{2a}{b} > 2$;

г) $\frac{a}{b} > \frac{b}{a}$?

31.56. Верно ли, что:

а) если $x^2y \geq 0$, то $y \geq 0$;

в) если $xy^2 < 0$, то $x < 0$;

б) если $\frac{x}{y^2} \geq 0$, то $x \geq 0$;

г) если $\frac{x^2}{y} \geq 0$, то $x > 0$?

●31.57. Верно ли, что:

а) если $\frac{2}{a-3} > 1$, то $3 < a < 5$;

б) если $\frac{1}{a-2} < 1$, то $a > 3$;

в) если $\frac{8}{a-2} > 2$, то $2 < a < 6$;

г) если $\frac{12}{a-1} < 3$, то $a > 5$?

●31.58. Докажите неравенство $\frac{5a}{3b} + \frac{12b}{5a} \geq 4$, если известно, что a и b — числа одного знака.

●31.59. Докажите неравенство:

а) $a^2 + 2b^2 + 2ab + 2b + 2 > 0$; б) $(a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$.

Докажите неравенство:

●31.60. а) $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b + c)$;

б) $(x^2 - y^2)^2 \geq 4xy(x - y)^2$.

●31.61. $a^3 + 1 \geq a^2 + a$, если $a \geq -1$.

●31.62. $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a + b}$, если $a > 0, b > 0$.

●31.63. $\sqrt{a^2 + b^2} \leq a + b$, если $a \geq 0, b \geq 0$.

●31.64. $\sqrt{(a + c)(b + d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$, если $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0, d \geq 0$.

●31.65. $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$, если $a > 0, b > 0$.

§ 32. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ НА МОНОТОННОСТЬ

32.1. Является ли возрастающей функция, график которой изображен:

а) на рис. 68;

в) на рис. 70;

б) на рис. 69;

г) на рис. 71?

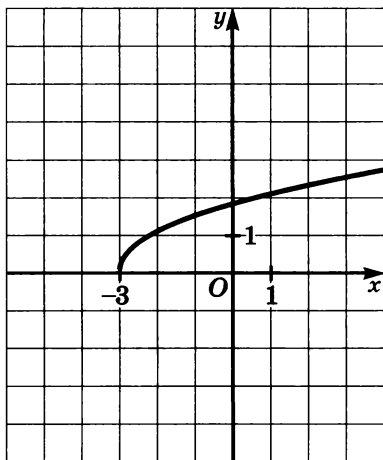


Рис. 68

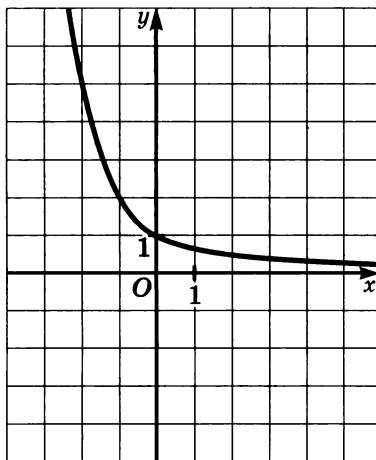


Рис. 69

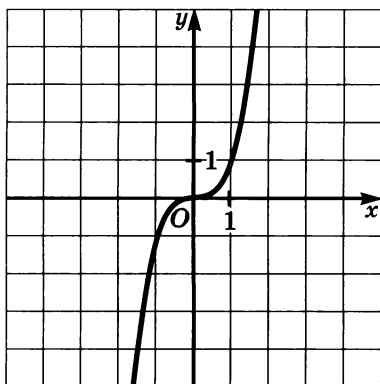


Рис. 70

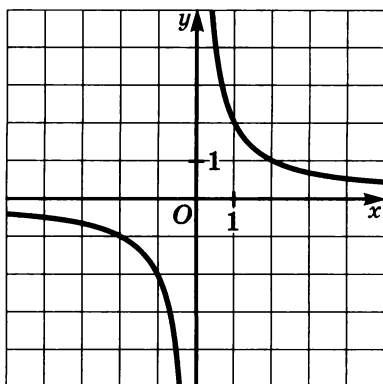


Рис. 71

32.2. Является ли убывающей функция, график которой изображен:

а) на рис. 72; б) на рис. 73; в) на рис. 74; г) на рис. 75?

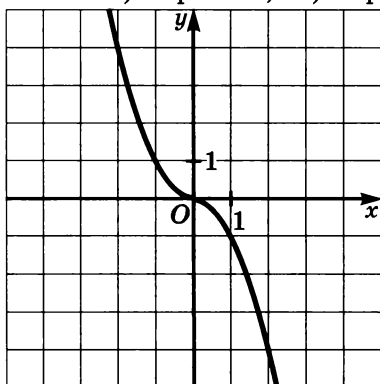


Рис. 72

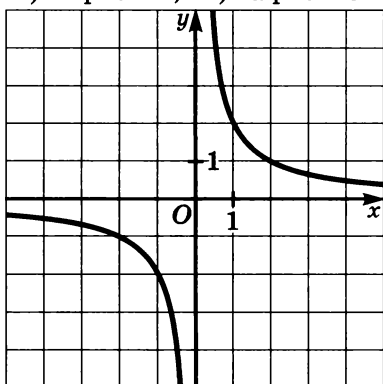


Рис. 73

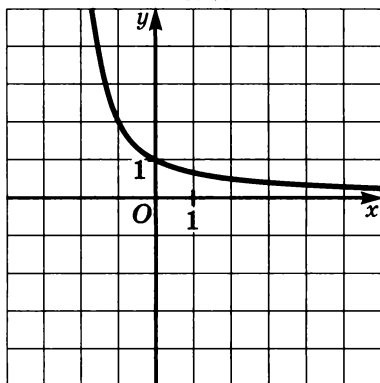


Рис. 74

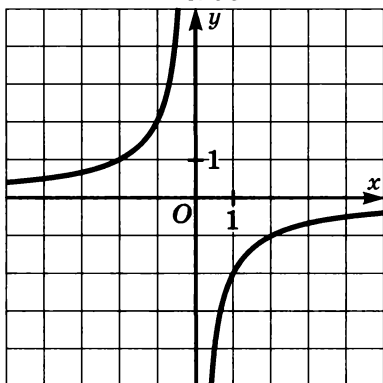


Рис. 75

32.3. Найдите промежутки возрастания и убывания функции, график которой изображен:

а) на рис. 76; в) на рис. 78;

б) на рис. 77; г) на рис. 79.

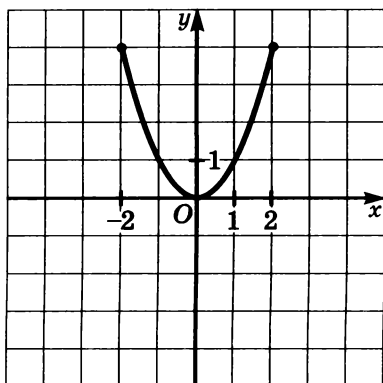


Рис. 76

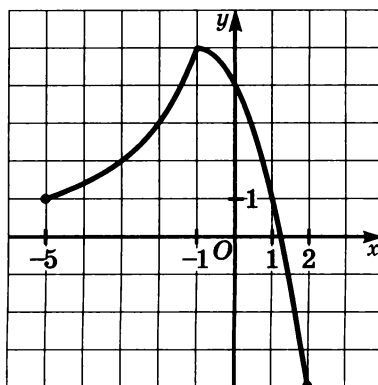


Рис. 77

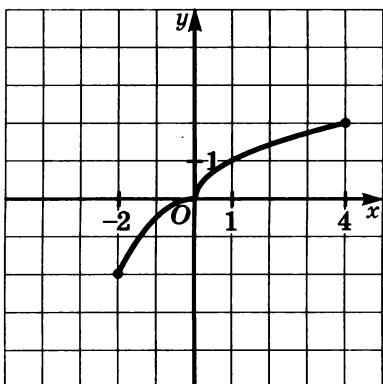


Рис. 78

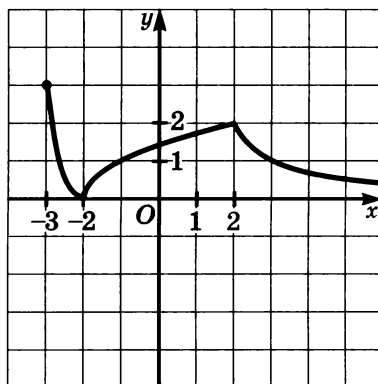


Рис. 79

о32.4. Докажите, что функция $y = 2x - 5$ является возрастающей.

о32.5. Докажите, что функция $y = 7 - 13x$ является убывающей.

Исследуйте на монотонность функцию:

32.6. а) $y = 2x + 3$; в) $y = x - 2$;
б) $y = 5 - 4x$; г) $y = 1 - 2x$.

32.7. а) $y = 2x^2$; в) $y = 0,5x^2$;
б) $y = -x^2$; г) $y = -2x^2$.

о32.8. а) $y = \frac{2}{x}$; б) $y = \frac{-3}{x}$; в) $y = 3 - \frac{1}{x}$; г) $y = \frac{4}{x} - 1$.

Исследуйте на монотонность функцию:

- 32.9. а) $y = \sqrt{x}$; в) $y = -\sqrt{x}$;
б) $y = \sqrt{x-3}$; г) $y = 2 + \sqrt{x}$.

○32.10. а) $y = |x|$; б) $y = -|x|$; в) $y = |x| + 2$; г) $y = |x - 1|$.

32.11. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } x \leq 0; \\ \frac{1}{x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

- а) Найдите $f(-2)$, $f(1)$, $f(5)$.
б) Постройте график функции $y = f(x)$.
в) Перечислите свойства функции.

32.12. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} 2x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 0; \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

- а) Найдите $f(-1)$, $f(0)$, $f(4)$.
б) Постройте график функции $y = f(x)$.
в) Перечислите свойства функции.

32.13. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x}, & \text{если } -1 \leq x < 0; \\ |x|, & \text{если } 0 \leq x \leq 6. \end{cases}$

- а) Найдите $f(-3)$, $f(0)$, $f(6)$.
б) Постройте график функции $y = f(x)$.
в) Перечислите свойства функции.

32.14. Докажите, что:

- а) функция $y = x^2 + \sqrt{x} + 1$ возрастает на луче $[0; +\infty)$;
б) функция $y = \frac{1}{x} - x^2$ убывает на открытом луче $(0; +\infty)$.

§ 33. РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ НЕРАВЕНСТВ

33.1. Является ли решением неравенства $2a + 3 > 7a - 17$ значение a , равное:

- а) 2; б) 6,5; в) $-\sqrt{2}$; г) $\sqrt{18}$?

33.2. Какое из чисел -1 , 7 , $\sqrt{5}$, $\frac{3}{7}$ является решением неравенства $3x > x + 2$?

33.3. Найдите любые два решения неравенства $9x + 1 > 7x$.

Решите неравенство и изобразите множество его решений на координатной прямой:

33.4. а) $x + 1 > 0$; в) $x + 2,5 < 0$;
б) $x - 3 \leq 0$; г) $x - 7 \geq 0$.

33.5. а) $2x \geq 8$; в) $5x > 25$;
б) $4x < 12$; г) $7x \leq 42$.

33.6. а) $11x > -33$; в) $-6x > -12$;
б) $-8x \geq 24$; г) $13x \leq -65$.

33.7. а) $3x + 2 > 0$; в) $4x - 5 < 0$;
б) $-5x - 1 \leq 0$; г) $-6x + 12 \geq 0$.

33.8. а) $2x + 3 \geq 7$; в) $-5x - 1 > 24$;
б) $-3x + 4 < 13$; г) $-x - 8 \leq 19$.

33.9. а) $5(x + 2) \geq 4$; в) $6(x - 1) \leq 11$;
б) $-2(x - 3) \leq 5$; г) $-3(x + 4) \geq -2$.

о33.10. а) При каких значениях a двучлен $5a - 3$ принимает положительные значения?

б) При каких значениях b двучлен $23b + 11$ принимает отрицательные значения?

о33.11. а) При каких значениях c двучлен $13c - 22$ принимает неотрицательные значения?

б) При каких значениях d двучлен $2d + 4$ принимает неположительные значения?

о33.12. а) При каких значениях m двучлен $5m + 8$ принимает значения большие чем 2?

б) При каких значениях n двучлен $7n + 1$ принимает значения меньшие чем 1?

о33.13. а) При каких значениях p значения двучлена $9p - 2$ не меньше значений двучлена $3p + 4$?

б) При каких значениях q значения двучлена $11q + 3$ меньше значений двучлена $5q - 6$?

Решите неравенство:

о33.14. а) $2a - 11 > a + 13$; в) $6 - 4c > 7 - 6c$;
б) $8b + 3 < 9b - 2$; г) $3 - 2x < 12 - 5x$.

о33.15. а) $2d - 5 \geq 3 - d$; в) $6n - 2 \leq 7n + 8$;
б) $3m + 17 \leq m - 13$; г) $p + 4 \geq 12 + 9p$.

Решите неравенство:

о33.16. а) $-2x + 12 > 3x - 3$;

в) $5z - 14 < 8z - 20$;

б) $6y + 8 \leq 10y - 8$;

г) $3t + 5 \geq 7t - 7$.

о33.17. а) $10x + 9 > -3(2 - 5x)$;

б) $-(6y + 2) + 3(y - 1) \geq 0$;

в) $2(3 - 2z) + 3(2 - z) \leq 40$;

г) $-(8t - 2) - 2(t - 3) > 0$.

о33.18. а) $2(x + 1) - 1 < 7 + 8x$;

в) $-2(4z + 1) < 3 - 10z$;

б) $3 - 11y \leq -3(y - 2)$;

г) $4 - 3t > -4(2t + 2)$.

о33.19. а) $8 + 6p < 2(5p + 4)$;

б) $-(6y + 2) + 6(y - 1) \geq 0$;

в) $2(3 - 4q) - 3(2 - 3q) \leq 0$;

г) $7 - 16r \leq -2(8r - 1) + 5$.

о33.20. а) $4(a + 1) + 3a > 7a + 2$;

б) $7b - 3 \geq 7(1 + b)$;

в) $4(2 + 3z) + 3(4 - 4z) \geq 0$;

г) $5(4d - 3) + 5(3 - 4d) < 0$.

33.21. а) $\frac{3a}{4} > 1$; б) $-\frac{5b}{8} > 0$; в) $\frac{8c}{11} > 2$; г) $\frac{9d}{5} < 0$.

33.22. а) $\frac{3x+2}{5} < 0$; в) $\frac{5x-7}{4} > 0$;

б) $-\frac{3x-4}{3} \geq 0$; г) $\frac{1+2x}{-2} \leq 0$.

33.23. а) $\frac{2x-1}{3} \geq 1$; в) $\frac{3x+1}{4} \leq 15$;

б) $\frac{12-9x}{7} \leq 7$; г) $\frac{23-5x}{11} \leq 1$.

о33.24. а) $\frac{a}{2} + \frac{a}{3} > 7$; в) $\frac{b}{6} - \frac{b}{4} \leq 1$;

б) $\frac{2c}{9} - c \geq 3$; г) $\frac{3d}{4} - 2d < 0$.

33.25. Изобразите на координатной плоскости точки, координаты которых удовлетворяют неравенству:

а) $y < 2x + 1$; в) $y < 0,5x - 2$;

б) $y \geq 3x - 5$; г) $y \geq x + 2$.

- 33.26. а) При каких значениях переменной произведение выражений $3x + 8$ и $x + 12$ больше утроенного квадрата второго множителя?
 б) При каких значениях переменной произведение выражений $2x + 5$ и $8x - 15$ меньше квадрата выражения $4x - 3$?

Решите неравенство:

- 33.27. а) $a(a - 2) - a^2 > 5 - 3a$;
 б) $3x(3x - 1) - 9x^2 < 3x + 6$;
 в) $5y^2 - 5y(y + 4) \geq 100$;
 г) $7c(c - 2) - c(7c + 1) < 3$.
- 33.28. а) $0,2m^2 - 0,2(m - 6)(m + 6) > 3,6m$;
 б) $(12n - 1)(3n + 1) < 1 + (6n + 2)^2$;
 в) $(2p - 5)^2 - 0,5p < (2p - 1)(2p + 1) - 15$;
 г) $(4q - 1)^2 > (2q + 3)(8q - 1)$.

- 33.29. а) $\frac{2a - 1}{3} < \frac{5a - 2}{2}$;
 б) $2c - \frac{c + 1}{2} \leq \frac{c - 1}{3}$;
 в) $\frac{2b - 1}{5} - \frac{3 - b}{3} < 2$;
 г) $\frac{d - 1}{3} - d \geq \frac{d + 1}{2}$.

- 33.30. а) $\frac{x + 1}{2} - \frac{x + 2}{3} < 2 + \frac{x}{6}$;
 б) $\frac{37 - 3z}{2} + 9 < \frac{2z - 7}{4} - 2z$;
 в) $\frac{t - 1}{2} - \frac{2t + 3}{8} - t > -2$;
 г) $\frac{8y + 5}{4} - 1 \leq \frac{3y - 2}{3} + y$.

Найдите наибольшее целое решение неравенства:

- 33.31. а) $4(x - 7) - 2(x + 3) < 9$;
 б) $5(x - 1) + 7(x + 2) < 3$.

- 33.32. а) $\frac{2x - 1}{3} + \frac{5x + 7}{2} < 4$;
 б) $\frac{3x + 2}{5} - \frac{2x - 4}{3} > 7$.

Найдите наименьшее целое решение неравенства:

- 33.33. а) $7(x + 2) - 3(x - 8) > 10$;
 б) $3(x - 2) - 4 \geq 2(x + 3)$.

- 33.34. а) $\frac{2x - 3}{5} + \frac{9 - 4x}{6} < 1$;
 б) $\frac{3x - 2}{4} + \frac{4x + 1}{3} \geq 1$.

- 33.35. Прежде чем разбить лагерь на берегу реки, туристы проплыли по реке и ее притоку 10 км, причем часть пути они проплыли по течению, часть — против течения. Определите, какое расстояние проплыли туристы по течению, если известно, что в пути они были менее двух часов, собственная скорость лодки равна 5 км/ч, а скорость течения реки и ее притока равна 1 км/ч.
- 33.36. Дачники прошли от поселка до станции расстояние 10 км. Сначала они шли со скоростью 4 км/ч, а затем увеличили скорость на 2 км/ч. Какое расстояние они могли пройти со скоростью 4 км/ч, чтобы успеть на поезд, который отправляется со станции через 2 ч после их выхода из поселка?
- 33.37. Чтобы попасть из поселка A в поселок B , нужно доехать по шоссе до пункта C , а затем свернуть на проселочную дорогу. Путь от A до C на 15 км длиннее, чем путь от C до B . Скорость мотоциклиста на шоссе равна 50 км/ч, а на проселочной дороге 40 км/ч, причем на весь путь от A до B он тратит менее трех часов. Чему равно расстояние от A до C , если известно, что оно выражается целым числом десятков километров?
- 33.38. Из города A в город B , находящийся на расстоянии 240 км от A , выехал автобус со скоростью 54 км/ч. Через некоторое время вслед за ним выехал автомобиль со скоростью 90 км/ч. Прибыв в B , автомобиль тотчас повернул обратно. На каком расстоянии от A автобус встретился с автомобилем?

§ 34. РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ

- 34.1. Постройте график функции $y = x^2 - 4x + 3$. С помощью графика решите неравенство:
- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| а) $x^2 - 4x + 3 > 0$; | в) $x^2 - 4x + 3 < 0$; |
| б) $x^2 - 4x + 3 \leq 0$; | г) $x^2 - 4x + 3 \geq 0$. |
- 34.2. Решите неравенство:
- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| а) $x^2 - 6x - 7 > 0$; | в) $x^2 + 4x + 3 \geq 0$; |
| б) $x^2 + 2x - 48 \leq 0$; | г) $x^2 - 12x - 45 < 0$. |

Решите неравенство:

- 34.3. а) $-x^2 + 6x - 5 < 0$;
б) $-x^2 - 2x + 8 \geq 0$;
в) $-x^2 + 16x - 28 > 0$;
г) $-x^2 + 4x - 3 \leq 0$.
- 34.4. а) $2x^2 - x - 6 > 0$;
б) $3x^2 - 7x + 4 \leq 0$;
в) $2x^2 + 3x + 1 < 0$;
г) $5x^2 - 11x + 2 \geq 0$.
- 34.5. а) $-5x^2 + 4x + 1 > 0$;
б) $-2x^2 - 5x + 18 \leq 0$;
в) $-6x^2 + 13x + 5 < 0$;
г) $-3x^2 + 5x - 2 \geq 0$.
- 34.6. а) $(x - 2)(x + 3) > 0$;
б) $(x + 5)(x + 1) \leq 0$;
в) $(x + 7)(x - 5) < 0$;
г) $(x - 4)(x - 6) > 0$.
- 34.7. а) $(2 - x)(x + 1) > 0$;
б) $(x - 3)(4 - x) \leq 0$;
в) $(1 - x)(x - 2) < 0$;
г) $(3 - x)(5 + x) \geq 0$.
- 34.8. а) $(2x + 1)(3x + 2) < 0$;
б) $(3 - 4x)(2x - 5) \leq 0$;
в) $(7x + 3)(4x - 1) > 0$;
г) $(1 - 2x)(3 + x) \leq 0$.
- 34.9. а) $6x^2 > 5x - 1$;
б) $-5x^2 < 6 - 11x$;
в) $-2x^2 + x \leq -6$;
г) $5x^2 \geq 4 - 8x$.
- 34.10. а) $x^2 - 6x + 9 \leq 0$;
б) $-x^2 + 12x - 36 > 0$;
в) $x^2 - 16x + 64 \geq 0$;
г) $-x^2 + 4x - 4 < 0$.
- 34.11. а) $25x^2 + 30x + 9 \geq 0$;
б) $-9x^2 + 12x - 4 < 0$;
в) $-4x^2 + 12x - 9 > 0$;
г) $36x^2 + 12x + 1 \leq 0$.
- 34.12. а) $3x^2 + x + 2 > 0$;
б) $5x^2 - 2x + 1 \geq 0$;
в) $7x^2 - x + 3 \leq 0$;
г) $2x^2 + 5x + 10 < 0$.
- 34.13. а) $-7x^2 + 5x - 2 < 0$;
б) $-3x^2 - 3x - 1 \leq 0$;
в) $-2x^2 + 3x - 2 \geq 0$;
г) $-5x^2 - x - 1 > 0$.
- 34.14. а) $x^2 - 2x - 1 > 0$;
б) $-4x^2 + 2x - \frac{1}{4} \leq 0$;
в) $-x^2 - 2x + 2 < 0$;
г) $2x^2 + 2x - 1 \geq 0$.
- 34.15. а) $x^2 - 36 > 0$;
б) $x^2 + 7 < 0$;
в) $x^2 - 25 < 0$;
г) $x^2 + 15 > 0$.
- 34.16. а) $4x^2 - 9 < 0$;
б) $16 - 25x^2 \leq 0$;
в) $25x^2 - 36 > 0$;
г) $64 - 49x^2 \geq 0$.
- 34.17. а) $x^2 \leq 100$;
б) $4x^2 > 25$;
в) $x^2 \geq 625$;
г) $16x^2 < 47$.
- 34.18. а) $x^2 - 5x > 0$;
б) $x^2 + 0,5x \leq 0$;
в) $x^2 + 8x < 0$;
г) $x^2 - 2,3x \geq 0$.

о34.19. Решите неравенство:

- а) $x^2 \geq 25x$; в) $x^2 \leq 36x$;
б) $0,3x^2 < 0,6x$; г) $0,2x^2 > 1,8x$.

о34.20. При каких значениях x :

- а) трехчлен $2x^2 + 5x + 3$ принимает положительные значения;
б) трехчлен $-x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{36}$ принимает неотрицательные значения?

о34.21. а) Сколько целочисленных решений имеет неравенство $x^2 - 5x - 6 < 0$?

б) Сколько целочисленных решений имеет неравенство $x^2 - 6x \leq 7$?

о34.22. а) Найдите наименьшее целочисленное решение неравенства $x^2 + 7x \leq 30$.

б) Найдите наибольшее целочисленное решение неравенства $3x - x^2 > -40$.

Установите, при каких значениях x имеет смысл выражение:

о34.23. а) $\sqrt{x^2 - 8x + 7}$; в) $\sqrt{x^2 - 6x + 5}$;

б) $\sqrt{-x^2 + 3x + 4}$; г) $\sqrt{2 + x - x^2}$.

о34.24. а) $\sqrt{9 - x^2}$; в) $\sqrt{9x^2 - 1}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{16x^2 - 81}}$; г) $\frac{1}{\sqrt{4 - 25x^2}}$.

о34.25. а) $\sqrt{2x - x^2}$; в) $\sqrt{5x - x^2}$;

б) $(\sqrt{6x^2 - 2x})^{-1}$; г) $(\sqrt{3x^2 - 12x})^{-1}$.

о34.26. а) $\sqrt{(x - 3)(x + 2)}$; в) $\sqrt{(x + 5)(4 - x)}$;

б) $(\sqrt{(x - 1)(2 - x)})^{-1}$; г) $(\sqrt{(x - 6)(2x + 3)})^{-1}$.

о34.27. а) $\sqrt{(x^2 - 5x + 6)^{-1}}$; в) $\sqrt{(x^2 - x - 12)^{-1}}$;

б) $\sqrt{(-2x^2 + 5x - 2)^{-1}}$; г) $\sqrt{(-3x^2 - 10x - 3)^{-1}}$.

Решите неравенство:

34.28. а) $5x^2 > 2x$; б) $\frac{1}{2}x^2 > 12$; в) $4x \leq -x^2$; г) $\frac{1}{3}x^2 > \frac{1}{9}$.

34.29. а) $2x(3x - 1) > 4x^2 + 5x + 9$;
б) $3x^2 + 40x + 10 < 43 - x(x - 11)$.

34.30. а) $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 12 < 0$; б) $\frac{x^2}{5} + \frac{2x}{3} > \frac{8}{15}$.

34.31. а) $x^4 + 16x^2 - 17 < 0$; в) $x^4 + 6x^2 - 7 > 0$;
б) $y^4 + 12y^2 - 64 \geq 0$; г) $z^4 + 3z^2 - 28 \leq 0$.

34.32. а) $\frac{1}{x^2 - 7x + 12} > 0$; в) $\frac{3}{42 - x^2 - x} < 0$;
б) $\frac{-3}{x^2 - x - 20} > 0$; г) $\frac{-5}{2x + 15 - x^2} < 0$.

34.33. Равносильны ли неравенства:

а) $\frac{1}{x^2 - 5x - 14} > 0$ и $\frac{1}{x^2 - 5x - 14} \geq 0$;
б) $x^2 + 6x - 16 < 0$ и $x^2 + 6x - 16 \leq 0$;
в) $x^2 - 6x + 8 \geq 0$ и $(x^2 - 6x + 8)^{-1} \geq 0$;
г) $\frac{3}{x^2 - 7x - 10} < 0$ и $\frac{x^2 - 7x - 10}{3} < 0$?

34.34. а) Сколько целочисленных решений имеет неравенство $x^2 + 5x - 8 < 0$?
б) Сколько целочисленных решений имеет неравенство $15 - x^2 + 10x \geq 0$?

34.35. а) Найдите наименьшее целочисленное решение неравенства $x^2 + 10x < -12$.
б) Найдите наибольшее целочисленное решение неравенства $3x^2 + 5x \leq 4$.

34.36. При каких значениях параметра p квадратное уравнение $3x^2 - 2px - p + 6 = 0$:
а) имеет два различных корня;
б) имеет один корень;
в) не имеет корней?

- 34.37.** При каких значениях параметра p квадратное уравнение $2x^2 - 2px + p + 12 = 0$:
- имеет два различных корня;
 - имеет один корень;
 - не имеет корней?
- 34.38.** При каких значениях параметра p квадратное уравнение $x^2 + 6px + 9 = 0$:
- имеет два различных корня;
 - имеет один корень;
 - не имеет корней?
- 34.39.** Найдите все значения параметра p , при которых не имеет действительных корней уравнение:
- $(p - 1)x^2 - 4x + 5 = 0$;
 - $(p - 15)x^2 + 4px - 3 = 0$;
 - $(2p + 3)x^2 - 6x + 8 = 0$;
 - $(3p - 5)x^2 - (6p - 2)x + 3p - 2 = 0$.
- 34.40.** Найдите все значения параметра p , при которых имеет действительные корни уравнение:
- $x^2 - 6x + p^2 = 0$;
 - $x^2 - 12px - 3p = 0$;
 - $x^2 - 4x - 2p = 0$;
 - $x^2 + 2px + p + 2 = 0$.
- 34.41.** Найдите все значения параметра p , при которых имеет действительные корни уравнение:
- $3px^2 - 6px + 13 = 0$;
 - $(1 - 3p)x^2 - 4x - 3 = 0$;
 - $px^2 - 3px - 2 = 0$;
 - $(p - 1)x^2 - (2p - 3)x + p + 5 = 0$.
- 34.42.** При каких целочисленных значениях параметра p неравенство $(x - 2)(x - p) < 0$ имеет три целочисленных решения?
- 34.43.** При каких значениях параметра p неравенство $x^2 \leq 9p^2$ имеет одно целочисленное решение?
- 34.44.** Длина прямоугольника на 2 см больше его ширины. Чему равна длина прямоугольника, если известно, что его площадь не превосходит 224 см^2 ?

34.45. Непараллельные стороны квадрата увеличили на 6 см и 4 см. Чему равна сторона квадрата, если известно, что площадь полученного прямоугольника меньше удвоенной площади квадрата?

●**34.46.** Две группы туристов вышли с турбазы по направлениям, которые образуют прямой угол. Первая группа шла со скоростью 4 км/ч, а вторая со скоростью 5 км/ч. Группы поддерживали связь по радио, причем переговариваться можно было на расстоянии не более чем 13 км. Какое время после выхода второй группы могли поддерживать между собой связь туристы, если известно, что вторая группа вышла на маршрут через 2 ч после первой?

§ 35. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Найдите приближенные значения заданного числа по недостатку и избытку с точностью до 0,1:

35.1. а) 2,734; б) 1,2(5); в) 3,9(42); г) 3,9(62).

35.2. а) $\sqrt{6}$; б) $|2 - \sqrt{7}|$; в) $|12 - \sqrt{3}|$; г) $\frac{45}{49}$.

Найдите приближенные значения заданного числа по недостатку и избытку с точностью до 0,01:

о**35.3.** а) $\sqrt{3}$; б) $\sqrt{2} - 1$; в) $5 - \sqrt{7}$; г) $\frac{2}{3}$.

о**35.4.** а) $\sqrt{5}$; б) $\sqrt{11} - 3$; в) $6 - \sqrt{8}$; г) $\frac{15}{19}$.

о**35.5.** а) $\sqrt{11}$; б) $|2 - \sqrt{10}|$; в) $|5 - \sqrt{2}|$; г) $\frac{12}{17}$.

о**35.6.** Найдите приближенные значения заданного числа по недостатку и избытку с точностью до 0,001:

а) $\sqrt{15}$; б) $\sqrt{19} - 6$; в) $1 - \sqrt{8}$; г) $\frac{3}{19}$.

о**35.7.** Упростите и вычислите с точностью до 0,1:

а) $\sqrt{18} + \sqrt{8} + \sqrt{32}$; б) $\sqrt{48} + \sqrt{12} - \sqrt{75}$.

о**35.8.** Упростите и вычислите с точностью до 0,01:

а) $\sqrt{27} + \sqrt{75} - \sqrt{147}$; б) $0,5\sqrt{200} - \sqrt{98} + \frac{1}{3}\sqrt{162}$.

35.9. Оцените погрешность приближенного равенства:

а) $\sqrt{2} \approx 1,4$; б) $\pi \approx 3,14$; в) $\frac{\pi}{2} \approx 1,57$; г) $\sqrt{3} \approx 1,73$.

35.10. Упростите и вычислите с точностью до 0,1:

а) $0,1\sqrt{200} - 2\sqrt{0,08} + 4\sqrt{0,5} - 0,4\sqrt{50}$;

б) $5\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{1}{2}\sqrt{20} + \sqrt{500} - 0,2\sqrt{3125}$;

в) $\sqrt{176} - 2\sqrt{99} - \sqrt{891} + \sqrt{1584}$;

г) $\sqrt{1,25} - \frac{1}{14}\sqrt{245} + \sqrt{180} - \sqrt{80}$.

35.11. Упростите и вычислите с точностью до 0,1:

а) $\sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$; б) $\sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}$.

§ 36. СТАНДАРТНЫЙ ВИД ЧИСЛА

Представьте в виде степени числа 10:

36.1. а) 100; б) 10000; в) 1000; г) 10000000.

36.2. а) 0,001; б) 0,1; в) 0,00001; г) 0,0001.

Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

36.3. а) 2300; б) 75 000; в) 12; г) 620 000.

36.4. а) 0,0035; б) 0,00007; в) 0,00024; г) 0,91.

36.5. а) $350 \cdot 10^2$; б) $0,67 \cdot 10^3$; в) $85 \cdot 10^4$; г) $0,015 \cdot 10^2$.

36.6. а) $0,73 \cdot 10^5$; б) $512 \cdot 10^3$; в) $0,43 \cdot 10^4$; г) $3900 \cdot 10^4$.

Выполните действия (ответ запишите в стандартном виде):

36.7. а) $(0,2 \cdot 10^5) \cdot (1,4 \cdot 10^{-2})$; б) $(3,7 \cdot 10^{-1}) \cdot (7 \cdot 10^8)$;
в) $(2,4 \cdot 10^3) \cdot (0,5 \cdot 10^{-3})$; г) $(5,2 \cdot 10^{14}) \cdot (3 \cdot 10^{-5})$.

36.8. а) $0,2 \cdot 10^5 + 1,4 \cdot 10^6$; в) $5,2 \cdot 10^3 - 0,5 \cdot 10^2$;
б) $7,8 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^2$; г) $6,1 \cdot 10^{-3} - 9 \cdot 10^{-4}$.

Выполните действия (ответ запишите в стандартном виде):

○36.9. а) $\frac{1,5 \cdot 10^{-23}}{0,06 \cdot 10^{-9}}$; в) $\frac{4,8 \cdot 10^{-4}}{0,24 \cdot 10^{-17}}$;

б) $\frac{2,7 \cdot 10^{15}}{3,6 \cdot 10^{-5}}$; г) $\frac{1,44 \cdot 10^{-7}}{1,8 \cdot 10^4}$.

○36.10. а) $\frac{(2,89 \cdot 10^{-5}) \cdot (0,2 \cdot 10^3)}{3,4 \cdot 10^{-9}}$; в) $\frac{6,3 \cdot 10^{-20}}{(0,15 \cdot 10^{11}) \cdot (4,2 \cdot 10^{-16})}$;

б) $\frac{0,25 \cdot 10^{-15}}{(0,45 \cdot 10^9) \cdot (3 \cdot 10^{-3})^{-2}}$; г) $\frac{(2 \cdot 10^4)^{-3} \cdot (9,6 \cdot 10^7)}{0,24 \cdot 10^{20}}$.

○36.11. Сравните числа a и b :

а) $a = (1,4 \cdot 10^{-2}) \cdot (5 \cdot 10^{-1})$ и $b = 0,006$;

б) $a = \frac{3,6 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 10^{-4}}$ и $b = 0,001$;

в) $a = (4,2 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^2)$ и $b = 700\,000\,000$;

г) $a = \frac{5,4 \cdot 10^9}{9 \cdot 10^7}$ и $b = 70$.

○36.12. Известно, что порядок числа b равен 2. Каков порядок числа:

а) $100b$; б) $0,1b$; в) $10b$; г) $0,001b$?

○36.13. Известно, что порядок числа m равен -4 . Каков порядок числа:

а) $10m$; б) $0,01m$; в) $1000m$; г) $10\,000m$?

36.14. Построенная рабами пирамида египетского фараона Хеопса имеет массу, приближенно равную $7,231 \cdot 10^6$ т. Сколько вагонов грузоподъемностью 64 т каждый потребовалось бы для перевозки такой массы?

36.15. Используя стандартный вид числа, запишите, что:

а) в сутках 86 400 с;

б) атмосферное давление на высоте 100 км равно 0,000024 мм рт. ст.;

в) 1 кал равна 0,00419 кДж;

г) 1 с составляет 0,0002778 ч.

●36.16. Известно, что порядок числа x равен 6. Каким может быть порядок числа:

а) x^2 ; б) x^5 ; в) $\sqrt{x}$; г) $\frac{1}{x}$?

- 36.17. Известно, что порядок числа m равен -4 , а порядок числа n равен 3 . Каким может быть порядок числа:
 а) nm ; б) $m + n$; в) $10n + m$; г) $0,1m + 10n$?
- 36.18. Известно, что порядок числа s равен 2 , а порядок числа t равен 4 . Каким может быть порядок числа:
 а) st ; б) $100s + t$; в) $0,01s + t$; г) $0,1st$?
- 36.19. Найдите порядок произведения, частного и суммы чисел:
 а) $3,252 \cdot 10^9$ и $2,165 \cdot 10^9$;
 б) $4,435 \cdot 10^{-7}$ и $7,098 \cdot 10^{-7}$;
 в) $8,389 \cdot 10^5$ и $9,762 \cdot 10^4$;
 г) $7,987 \cdot 10^{-6}$ и $3,157 \cdot 10^{-5}$.

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Вариант 1

- Решите неравенство $\frac{3x + 5}{7} + \frac{10 - 3x}{5} > \frac{2x + 7}{3} - \frac{148}{41}$.
- Используя метод выделения квадрата двучлена, докажите, что при любых неотрицательных значениях переменной x выполняется неравенство $x^3 - 8x\sqrt{x} + 18 > 0$.
- Решите неравенство $\frac{4x^2 + x}{3} - \frac{5x - 1}{6} \leq \frac{x^2 + 17}{9}$.
- Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $y < -3x + 1$.
- При каких значениях x имеет смысл выражение $\sqrt{x^2 - 7x + 12} - \frac{2x + 1}{x^2 + 2x}$?
- Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & \text{если } x < -1; \\ |x| - 3, & \text{если } -1 \leq x \leq 6. \end{cases}$$
 - Вычислите $f(-5)$, $f(0)$, $f(7)$.
 - Постройте график функции $y = f(x)$.
 - Перечислите свойства функции.

7. Вычислите с точностью до 0,1:

$$4\sqrt{3} + \sqrt{48} - 2\sqrt{75}.$$

8. Найдите порядок произведения чисел $2,345 \cdot 10^2$ и $3,564 \cdot 10^{-5}$.

Вариант 2

1. Решите неравенство $\frac{7x}{3} - \frac{11(x+1)}{6} < \frac{3x-1}{3} - \frac{13-x}{2}$.

2. Используя метод выделения квадрата двучлена, докажите, что при любых неотрицательных значениях переменной x выполняется неравенство

$$x^3 - 10x\sqrt{x} + 26 > 0.$$

3. Решите неравенство $\frac{3x^2+x}{4} - \frac{2-7x}{5} \geq \frac{3x^2+17}{10}$.

4. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $y > 2x + 4$.

5. При каких значениях x имеет смысл выражение

$$\sqrt{x^2 + 9x + 14} - \frac{x+2}{x^2 - 4x + 3}?$$

6. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & \text{если } x < -2; \\ 2|x| - 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 6. \end{cases}$$

а) Вычислите $f(-7)$, $f(0)$, $f(5)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

в) Перечислите свойства функции.

7. Вычислите с точностью до 0,1:

$$2\sqrt{5} - \sqrt{125} + 0,5\sqrt{20}.$$

8. Найдите порядок произведения чисел $4,115 \cdot 10^3$ и $1,234 \cdot 10^{-6}$.

Охарактеризуйте график данной функции и постройте его:

1. а) $y = 2x^2$; б) $y = -\frac{4}{x}$; в) $y = -\frac{1}{3}x^2$; г) $y = \frac{8}{x}$.
2. а) $y = \frac{3}{x} - 1$; в) $y = -\frac{6}{x-2}$;
б) $y = -(x+1)^2$; г) $y = 3x^2 - 4$.
3. а) $y = 0,5(x-2)^2 - 4$; в) $y = 9 - (x+1)^2$;
б) $y = \frac{8}{x+2} + 1$; г) $y = \frac{6}{x-3} - 4$.
4. Напишите уравнение квадратичной функции, полученной путем параллельного переноса:
а) параболы $y = x^2$ на 5 единиц влево;
б) параболы $y = x^2$ на 1 единицу вниз;
в) параболы $y = x^2$ на 1 единицу вправо и на 3 единицы вверх;
г) вершины параболы $y = x^2$ в точку $(2; -4)$.
5. Напишите уравнение квадратичной функции, полученной путем параллельного переноса:
а) параболы $y = 2x^2$ на 4 единицы вправо и на 3 единицы вверх;
б) вершины параболы $y = -\frac{1}{2}x^2$ в точку $(-3; 2)$;
в) параболы $y = -\frac{2}{3}x^2$ на 1 единицу влево и на 4 единицы вниз;
г) вершины параболы $y = 1,5x^2$ в точку $(2; 1)$.
Постройте график полученной функции.

6. Напишите уравнение гиперболы, полученной путем параллельного переноса графика функции $y = \frac{6}{x}$:

- а) на 2 единицы вправо;
- б) на 3 единицы вверх;
- в) на 3 единицы влево и на 1 единицу вверх;
- г) на 1 единицу вправо и на 2 единицы вниз.

7. Напишите уравнение параболы, заданной:

- а) на рис. 80; в) на рис. 82;
- б) на рис. 81; г) на рис. 83.

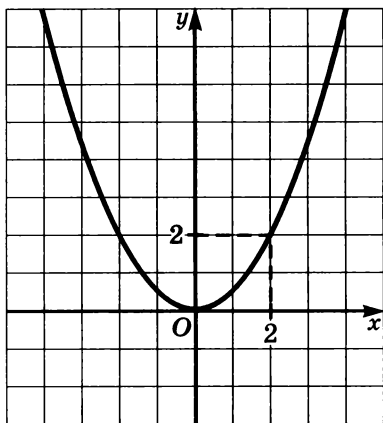


Рис. 80

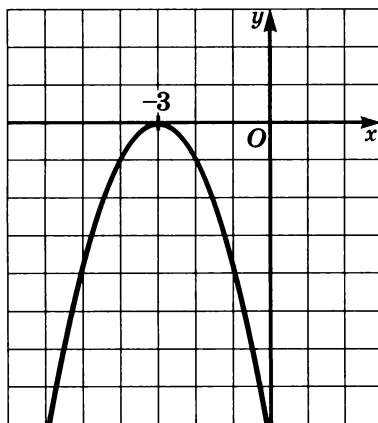


Рис. 81

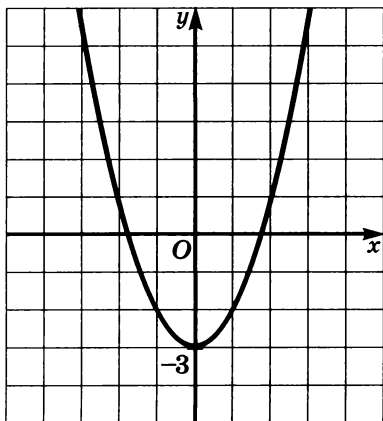


Рис. 82

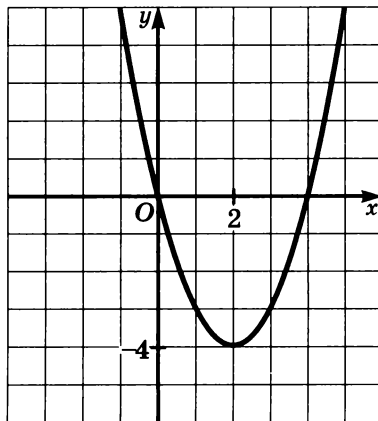


Рис. 83

8. Напишите уравнение гиперболы, заданной:

а) на рис. 84; в) на рис. 86;

б) на рис. 85; г) на рис. 87.

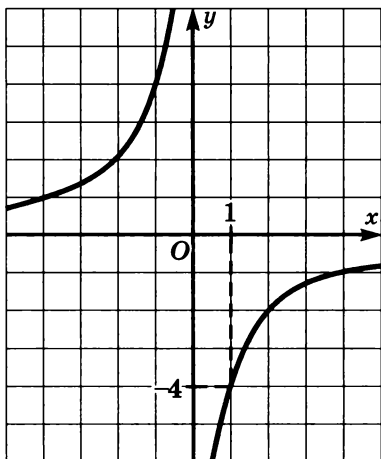


Рис. 84

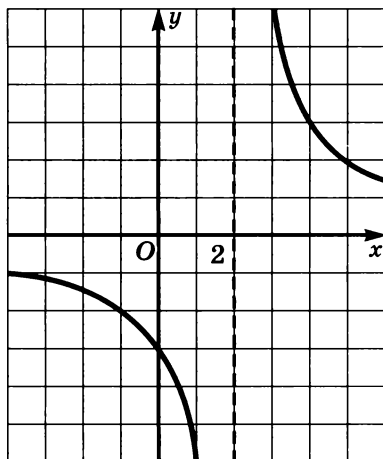


Рис. 85

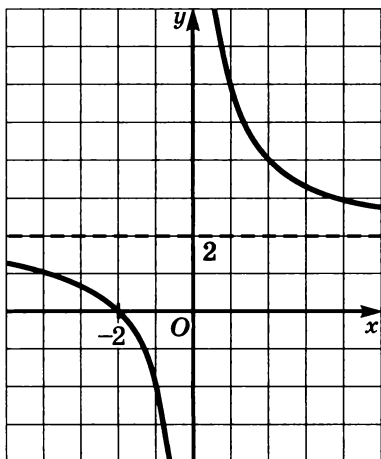


Рис. 86

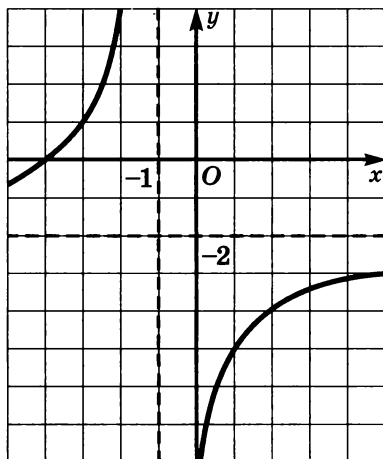


Рис. 87

9. Определите координаты вершины параболы и составьте уравнение оси симметрии данной параболы:

а) $y = x^2 - 4x + 5$; в) $y = -2x^2 + 12x - 10$;

б) $y = -3x^2 - 6x$; г) $y = 2x^2 - 8x$.

10. а) Найдите значение параметра a , если известно, что прямая $x = -3$ является осью симметрии параболы $y = ax^2 + (a - 5)x + 10$.
 б) Найдите значение параметра a , если известно, что прямая $x = 2$ является осью симметрии параболы $y = ax^2 - (a + 9)x - 15$.
11. а) При каких значениях b и c точка $M(2; -8)$ является вершиной параболы $y = 2x^2 + bx + c$?
 б) При каких значениях b и c точка $N(-4; 3)$ является вершиной параболы $y = -3x^2 + bx + c$?
12. Постройте график функции $y = 0,5x^2 - x - 1,5$. С помощью графика найдите:
 а) промежутки возрастания и убывания функции;
 б) наименьшее значение функции.
13. Постройте график функции $y = -x^2 + 8x - 12$. С помощью графика найдите:
 а) наибольшее значение функции;
 б) множество значений функции.
14. Постройте график функции $y = x^2 - 6x$. С помощью графика найдите:
 а) корни уравнения $x^2 - 6x = -5$;
 б) решение неравенства $x^2 - 6x \geq 0$.
15. Квадратичная функция задана уравнением:
 а) $y = 12 - 3x^2$; в) $y = -(x - 1)^2 + 4$;
 б) $y = 0,5(x - 2)^2$; г) $y = 2x^2 - 4x + 5$.
 Не выполняя построения графика, определите:
 1) координаты вершины параболы;
 2) ось симметрии параболы;
 3) промежутки возрастания и убывания функции;
 4) наибольшее либо наименьшее значение функции;
 5) множество значений функции.
16. Используя график квадратичной функции, определите, при каких значениях x выполняется условие $y = 0$, $y > 0$, $y < 0$:
 а) $y = -2x^2 + 12x - 10$; в) $y = 3x^2 + 12x + 9$;
 б) $y = 0,5(x + 5)^2 - 8$; г) $y = -(x - 2)^2 + 9$.

17. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции на данном промежутке:

а) $y = 2x^2 + 4x - 6$ на отрезке $[-3; -1]$;

б) $y = -\frac{1}{3}(x + 4)^2$ на отрезке $[-7; -4]$;

в) $y = 3x^2 - 6$ на луче $[-1; +\infty)$;

г) $y = -2x^2 + 8x$ на интервале $(0; 4)$.

18. Решите графически систему уравнений:

а) $\begin{cases} y = (x + 3)^2 - 3, \\ y = x + 6; \end{cases}$

в) $\begin{cases} y = 2x + 5, \\ y = -x^2 + 8x - 3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = -x^2 - 4x, \\ y = (x + 1)^2 - 1; \end{cases}$

г) $\begin{cases} y = x^2 - 6x + 6, \\ y = -(x - 4)^2 + 2. \end{cases}$

19. Решите графически квадратное неравенство:

а) $0,5(x + 3)^2 - 8 > 0$; в) $\frac{1}{4}(x - 1)^2 - 4 \leq 0$;

б) $-3x^2 + 6x + 9 \geq 0$; г) $-2x^2 - 6x + 8 < 0$.

20. а) $x^2 + 4x + 4 > 0$;

в) $-x^2 + 6x - 9 \geq 0$;

б) $3x^2 - 6x + 5 > 0$;

г) $-2x^2 + 4x - 7 > 0$.

21. а) При каких значениях m уравнение $2x^2 - 8x + 5 = m$ имеет один корень, два корня, не имеет корней?

б) При каких значениях k уравнение $-3x^2 - 12x - 7 = k$ имеет один корень, два корня, не имеет корней?

22. Постройте график функции $y = \frac{3}{x}$. По графику определите:

а) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[1; 6]$;

б) значения аргумента, при которых $y > 1$.

23. Постройте график функции $y = \frac{3}{x - 3}$. С помощью графика найдите:

а) координаты центра симметрии гиперболы;

б) промежутки монотонности функции.

24. Постройте график функции $y = -\frac{4}{x} + 3$. С помощью графика найдите:
- а) асимптоты гиперболы;
 - б) множество значений функции.

25. Используя график функции $y = -\frac{6}{x+3} - 2$, найдите:
- а) область определения и множество значений функции;
 - б) промежутки монотонности функции;
 - в) координаты центра симметрии гиперболы;
 - г) асимптоты гиперболы.

26. Функция задана формулой:

а) $y = \frac{1}{x} + 4$; в) $y = -\frac{2}{x-5}$;
б) $y = -\frac{4}{x-3} + 5$; г) $y = \frac{3}{x+1} - 2$.

Не выполняя построения графика, найдите:

- 1) область определения функции;
- 2) множество значений функции;
- 3) промежутки монотонности функции;
- 4) координаты центра симметрии гиперболы;
- 5) асимптоты гиперболы.

27. Задайте гиперболу $y = \frac{k}{x}$ формулой, если известно, что она проходит через точку:

а) $\left(-\frac{1}{4}; 12\right)$; в) $\left(\frac{1}{8}; -4\right)$;
б) $\left(6\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$; г) $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; -\sqrt{27}\right)$.

28. Определите, принадлежит ли графику данной функции точка A , если:

а) $y = \frac{10}{x+4}$, $A(-3, 9; 100)$;
б) $y = -x^2 - \sqrt{2}x + 15$, $A(-\sqrt{2}; 15)$;
в) $y = -\frac{18}{x+15}$, $A(0; 1, 2)$;
г) $y = \frac{x^2}{7} + x\sqrt{7}$, $A(-\sqrt{7}; 6)$.

29. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции на указанном промежутке:

а) $y = -\frac{6}{x}$ на луче $[1; +\infty)$;

б) $y = \frac{4}{x+1}$ на отрезке $[0; 3]$;

в) $y = \frac{8}{x} - 2$ на отрезке $[-4; -1]$;

г) $y = -\frac{4}{x-3} + 1$ на полуинтервале $(3; 7]$.

30. а) Докажите, что функция $y = x^2 - 6x - 7$ убывает на отрезке $[-1; 2]$ и возрастает на отрезке $[4; 6]$.

б) Докажите, что функция $y = -x^2 + 2x + 5$ убывает на отрезке $[1; 4]$ и возрастает на отрезке $[-3; 0]$.

31. Используя свойство монотонности, определите наибольшее и наименьшее значения данной функции на указанном промежутке:

а) $y = -\frac{6}{x} + 1$ на отрезке $\left[\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$;

б) $y = -1,5x^2 + 6x$ на отрезке $[\sqrt{5}; \sqrt{6}]$;

в) $y = \frac{4}{x+1}$ на отрезке $[0; \sqrt{3}]$;

г) $y = (x+3)^2 - 5$ на отрезке $[-3; -\sqrt{6}]$.

32. Решите графически уравнение:

а) $\frac{3}{x-3} = x - 5$;

в) $2x - 6 = -\frac{6}{x+1}$;

б) $-\frac{4}{x} = \frac{6}{x+2} - 2$;

г) $\frac{3}{x} + 2 = -\frac{5}{x-2}$.

33. Решите графически систему уравнений:

а)
$$\begin{cases} y = -0,5x^2 + 2x + 1, \\ y = \frac{5}{x+1}; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} y = -\frac{6}{x} + 1, \\ y = x^2 - 2x - 4. \end{cases}$$

34. Используя график данной функции, определите, при каких значениях x выполняется условие $y = m$, $y > m$, $y < m$, если:

а) $y = \frac{4}{x-1} - 4$, $m = 0$; в) $y = \frac{3}{x} + 3$, $m = 0$;

б) $y = -\frac{6}{x-2}$, $m = 3$; г) $y = -\frac{8}{x+2} + 2$, $m = -2$.

35. Решите графически неравенство:

а) $\frac{2}{x+2} + 1 \leq 0$; в) $\frac{4}{x-1} + 2 > 0$;

б) $-\frac{5}{x+1} < 1$; г) $-\frac{3}{x-3} \geq 1$.

36. Постройте и задайте уравнениями оси симметрии данной гиперболы:

а) $y = \frac{4}{x}$; б) $y = \frac{4}{x-2}$; в) $y = \frac{4}{x} + 3$; г) $y = \frac{4}{x+2} - 1$.

Найдите область определения функции и постройте ее график:

37. а) $y = \sqrt{x} + 4$; в) $y = -\sqrt{x} + 1$;
б) $y = \sqrt{x+6}$; г) $y = \sqrt{x-2} - 2$.

38. а) $y = \sqrt{-x}$; в) $y = \sqrt{-x} + 2$;
б) $y = \sqrt{3-x}$; г) $y = -\sqrt{2-x}$.

39. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

а) $y = \sqrt{x}$ на луче $[4; +\infty)$;
б) $y = -\sqrt{x+2}$ на отрезке $[0; 3]$;
в) $y = -\sqrt{x} + 4$ на полуинтервале $(0; 4]$;
г) $y = \sqrt{x-3} + 1$ на отрезке $[6; 9]$.

40. Постройте график функции $y = \sqrt{x+4} - 1$. По графику определите:

а) точки пересечения с осями координат;
б) значения аргумента, при которых $y < 0$, $y > 0$;
в) промежуток, которому принадлежит переменная x , если $y_{\text{наим}} = 1$, $y_{\text{наиб}} = 3$;
г) значения функции, если $0 \leq x \leq 5$.

41. Постройте график функции $y = -\sqrt{x-1} + 2$. По графику найдите:
- область определения и множество значений функции;
 - наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[5; 10]$;
 - корни уравнения $y(x) = 1$;
 - решение неравенства $y(x) < 0$.

42. Решите графически уравнение:

- $\sqrt{x-3} = 1$;
- $3 - \sqrt{x+2} = 0$;
- $-\sqrt{x+1} = 4 - 2x$;
- $\sqrt{x+3} = \frac{1}{3}x + 1$.

43. Решите графически систему уравнений:

- $$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 5, \\ y = \sqrt{x-3} - 4; \end{cases}$$
- $$\begin{cases} y = -\sqrt{x+1} - 1, \\ y = \frac{2}{x-1}. \end{cases}$$

44. Используя график данной функции, определите, при каких значениях x выполняется неравенство $y \geq b$, $y < b$, если:

- $y = \sqrt{x+3} - 1$, $b = 0$;
- $y = -\sqrt{x} + 2$, $b = 0$;
- $y = -\sqrt{x-1}$, $b = -2$;
- $y = \sqrt{x} + 3$, $b = 5$.

Постройте график функции:

- $y = |x|$;
- $y = |x+1|$;
- $y = |x| - 3$;
- $y = |x-3| + 1$.
- $y = -|x|$;
- $y = -|x+4| - 2$;
- $y = -|x-2|$;
- $y = 2 - |x|$.

47. Постройте график функции $y = |x-4| - 5$. Найдите:

- наименьшее значение функции;
- промежутки монотонности функции;
- нули функции;
- значения аргумента, при которых $y > 0$, $y < 0$.

48. Постройте график функции $y = -|x+3| + 4$. Найдите:

- наибольшее значение функции;
- промежутки монотонности функции;
- нули функции;
- значения аргумента, при которых $y > 0$, $y < 0$.

49. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

а) $y = |x|$ на отрезке $[-\sqrt{2}; 1]$;

б) $y = -|x + 4|$ на отрезке $[-\sqrt{2}; 1]$;

в) $y = -|x| + 5$ на отрезке $[-1; \sqrt{3}]$;

г) $y = |x - 1| - 3$ на отрезке $[2; \sqrt{5}]$.

50. Решите графически уравнение:

а) $|x - 2| - 4 = 0$;

в) $3 - |x + 1| = 0$;

б) $|x + 3| = 5$;

г) $|x - 4| = 3$.

51. Решите графически систему уравнений:

а)
$$\begin{cases} y = 2x^2 - 8x + 3, \\ y = -|x - 2| - 2; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} y = 0,5x - 1, \\ y = -|x - 3| + 2; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} y = \frac{8}{x + 2}, \\ y = |x + 4| - 4; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} y = \sqrt{x - 1}, \\ y = |x| - 1. \end{cases}$$

52. Решите графически неравенство:

а) $|x - 1| - 2 \geq 0$;

в) $4 - |x - 2| > 0$;

б) $|x + 1| < 1$;

г) $|x - 4| \geq 2$.

53. Постройте график функции:

а) $y = \sqrt{x^2}$;

в) $y = \sqrt{(x - 3)^2}$;

б) $y = \sqrt{x^2 + 10x + 25}$;

г) $y = -\sqrt{x^2 - 8x + 16}$.

54. а) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$. Найдите $f(0)$, $f(-3)$, $f(2t)$, $f(x + 2)$.

б) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -4x^2 + 3x - 1$. Найдите $f(1)$, $f(-2)$, $f(3x)$, $f(x - 1)$.

55. а) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \sqrt{x - 1}$. Найдите $f(1)$, $f(8)$, $f(0,5x)$, $f(x^2 + 1)$.

б) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \sqrt{x + 4}$. Найдите $f(0)$, $f(-2)$, $f(4x)$, $f(x^2 + 4x)$.

56. а) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2 - 3x + 2$. При каком значении x выполняется равенство $f(x + 2) = f(x - 1)$?

б) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2 - 5x + 6$. При каком значении x выполняется равенство $f(x + 1) = f(x - 3)$?

57. а) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \sqrt{x-1}$. При каком значении x выполняется равенство $f(x^2 - 2x) = f(x + 4)$?
 б) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \sqrt{x+4}$. При каком значении x выполняется равенство $f(x^2 - 5x) = f(x - 5)$?
58. а) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \frac{1}{x}$. При каком значении x выполняется равенство $f(x^2 - 1) = f(3x^2 - 3x)$?
 б) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \frac{2}{x+1}$. При каком значении x выполняется равенство $f(x^2 - 2x) = f(x - 2)$?
59. а) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2 - 8x - 9$. При каких значениях x выполняется неравенство $f(x + 1) < f(x - 2)$?
 б) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2 - 6x + 8$. При каких значениях x выполняется неравенство $f(x - 4) \geq f(x + 2)$?
60. а) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2 + 7x + 12$. При каких значениях x выполняется неравенство $f(x + 3) > f(0)$?
 б) Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2 - 4x + 3$. При каких значениях x выполняется неравенство $f(x - 1) \leq f(1)$?
61. Используя монотонность функции $y = x^2 - 6x + 1$, сравните $y(a)$ и $y(b)$, если:
 а) $a = 3$, $b = 1,72$; в) $a = 4$, $b = 3\sqrt{2}$;
 б) $a = 3 - \sqrt{2}$, $b = 3 + \sqrt{2}$; г) $a = 0,8$, $b = 5$.
62. Постройте график функции $y = f(x)$ и опишите ее свойства, если:
 а) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{если } 1 \leq x \leq 2, \\ \frac{6}{x}, & \text{если } 2 < x \leq 6; \end{cases}$
 б) $f(x) = \begin{cases} -\frac{4}{x+1}, & \text{если } x < -1, \\ -3x^2 + 3, & \text{если } -1 \leq x \leq 2. \end{cases}$
63. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & \text{если } -3 < x \leq 0, \\ -2x^2 + 4x - 4, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$$

 а) Найдите $f(-2)$, $f(0)$, $f(3)$.
 б) Установите, принадлежит ли графику функции точка $A(-1; -3)$, $B(1; -3)$, $C(1; -2)$.
 в) Постройте график данной функции.

64. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3, & \text{если } x < -1, \\ -x^2 + 1, & \text{если } x \geq -1. \end{cases}$$

С помощью графика определите, при каких значениях p уравнение $f(x) = p$ имеет один корень, два корня, три корня.

65. Задайте аналитически кусочную функцию $y = f(x)$, график которой изображен:

а) на рис. 88; б) на рис. 89.

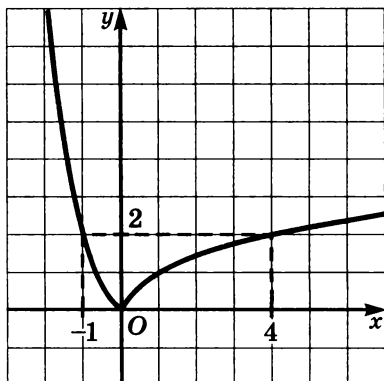


Рис. 88

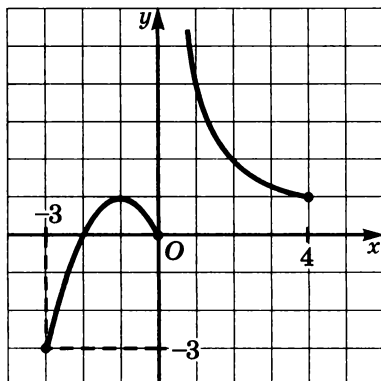


Рис. 89

66. Постройте график уравнения:

а) $(xy - 6)(\sqrt{x + 4} + y) = 0$; в) $(y - 2x^2 + 1)(xy + 8) = 0$;

б) $(y + x^2 - 3)(y^2 - x) = 0$; г) $(\sqrt{x^2} - y)(x^2 - 4x + y) = 0$.

67. Постройте график функции $y = f(x)$, где:

а) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & \text{если } x \leq -2 \text{ и } x \geq 2, \\ -(x^2 - 4), & \text{если } -2 < x < 2; \end{cases}$

б) $f(x) = \begin{cases} -(x^2 - 9), & \text{если } -3 \leq x \leq 3, \\ x^2 - 9, & \text{если } x < -3 \text{ и } x > 3. \end{cases}$

Используя определение модуля, запишите заданную кусочную функцию в виде $y = |f(x)|$.

68. Представьте функцию $y = f(x)$ в виде кусочной функции и постройте ее график, если:

а) $f(x) = |x^2 - 1|$; б) $f(x) = -|x^2 - 4|$.

Постройте график функции:

●69. а) $y = (x + 4)^{-1}$;

в) $y = (\sqrt{x + 2})^{-2}$;

б) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{(x - 3)^2}} \right)^{-1}$;

г) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 4}} \right)^{-1}$.

●70. а) $y = -\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x - 1}$;

в) $y = \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}$;

б) $y = \frac{|x + 1|}{x + 1} (x^2 - 2x - 3)$;

г) $y = \frac{5 - x}{|x - 5|} (-x^2 + 6x - 5)$.

●71. а) $y = \frac{4}{|x|}$; б) $y = \frac{3}{|x + 1|}$;

в) $y = \frac{12}{|x|} - 3$; г) $y = -\frac{2}{|x|}$.

●72. а) $y = 2x|x| + 2$;

в) $y = -x|x| + 2x^2$;

б) $y = -2x^2 - \frac{x^2}{|x|}$;

г) $y = \frac{|x|}{x^2} + 1$.

●73. Решите графически уравнение:

а) $\frac{8}{x + 2} + 0,5x^2 - 4x^0 = 0$;

б) $2x - 4 + \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^0} = 0$.

Решите уравнение:

74. а) $x^2 + 6x = 0$;

в) $-x^2 - 12x = 0$;

б) $-3x^2 = 18x$;

г) $4x^2 = 28x$.

75. а) $3x^2 - 27 = 0$;

в) $24 - 6x^2 = 0$;

б) $18 - 6x^2 = 0$;

г) $5x^2 - 30 = 0$.

76. а) $-5x^2 = 0$;

в) $(3x + 4)^2 = 0$;

б) $32 + 8x^2 = 0$;

г) $-4x^2 = 40$.

77. а) $6x^2 - 13x - 15 = 0$;

в) $9x^2 + 40x + 16 = 0$;

б) $-5x^2 - 27x + 56 = 0$;

г) $-3x^2 + 16x + 75 = 0$.

78. а) $-x^2 + 4x - 1 = 0$;

в) $x^2 + 6x + 2 = 0$;

б) $4x^2 - 10x + 5 = 0$;

г) $-5x^2 - 6x + 1 = 0$.

79. а) $4x^2 + 28x + 49 = 0$;

в) $-25x^2 + 80x - 64 = 0$;

б) $-3x^2 - 24x - 49 = 0$;

г) $2x^2 - 8x + 11 = 0$.

80. а) $(x - 1)(x - 2) = (3x + 2)(3 - x) + 2$;

б) $(x + 4)(4x - 3) = x^2 + 5x + 4$;

в) $x^2 + x + 12 = 2(x + 1)(x - 5)$;

г) $19 - (x - 6)(2x + 1) = (x - 5)(x - 1)$.

81. Решите уравнение:

а) $\frac{8x^2 + x}{8} = \frac{15}{32};$

б) $\frac{2x^2 - 3x}{2} + \frac{9x + 2}{3} = \frac{3 - 2x^2}{6};$

в) $\frac{10x^2 - 3x}{2} = \frac{7}{5};$

г) $\frac{7x + 15}{12} - \frac{6x^2 + 1}{6} = \frac{3 - 6x^2}{2}.$

82. Одно из двух положительных чисел на 4 больше другого. Найдите эти числа, если их произведение равно 96.

83. Одна сторона прямоугольника в 3 раза больше, а другая на 8 см меньше стороны квадрата. Найдите площадь квадрата, если она больше площади прямоугольника на 54 см^2 .

84. Прямоугольный участок земли обнесен забором, длина которого 80 м. Площадь участка 175 м^2 . Найдите стороны участка.

85. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 17 см, а один из катетов на 7 см меньше другого. Найдите площадь треугольника.

86. Гипотенуза прямоугольного треугольника на 2 см больше одного катета и на 16 см больше другого. Найдите стороны треугольника.

87. Стороны двух квадратов пропорциональны числам 3 и 4. Если сторону второго квадрата уменьшить на 2 см, а сторону первого квадрата увеличить на 2 см, то разность площадей полученных квадратов будет равна 35 см^2 . Найдите стороны данных квадратов.

88. Периметр прямоугольного треугольника равен 48 см, а его гипотенуза 20 см. Найдите катеты треугольника.

89. Диагональ прямоугольника равна 34 см, а его периметр 92 см. Найдите площадь прямоугольника.

90. При каком значении c вершина параболы $y = x^2 - 10x + c$ отстоит от начала координат на 13 единичных отрезков?

91. При каком значении a вершина параболы $y = ax^2 + 6x - 5$ отстоит от начала координат на 5 единичных отрезков?

92. а) Найдите значения a , b , c квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$, если известно, что ее график проходит через точки $D(3; -2)$, $F(0; 4)$, $K(2; -4)$.
б) Найдите значения p и q квадратичной функции $y = x^2 + px + q$, если известно, что ее график проходит через точки $A(2; -3)$, $B(-3; 7)$.

Решите уравнение методом введения новой переменной:

93. а) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$; в) $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$;
б) $2x^4 - 19x^2 + 9 = 0$; г) $3x^4 - 13x^2 + 4 = 0$.

94. а) $(x^2 + 3)^2 - 7(x^2 + 3) + 12 = 0$;
б) $3(6x^2 - x)^2 - 4(6x^2 - x) + 1 = 0$;
в) $2(x^2 - 1)^2 - 13(x^2 - 1) - 24 = 0$;
г) $(x^2 - 4x)^2 + 9(x^2 - 4x) + 20 = 0$.

Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются числа:

95. а) $x_1 = -9$, $x_2 = 4$; в) $x_1 = -7$, $x_2 = -3$;
б) $x_1 = \frac{1}{6}$, $x_2 = -\frac{2}{3}$; г) $x_1 = \frac{5}{6}$, $x_2 = \frac{2}{15}$.

96. а) $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{3}$; в) $x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{5}$;
б) $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$; г) $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{11}}{6}$.

97. а) Вычислите $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2}$, где x_1 и x_2 — корни уравнения $3x^2 - 2x - 6 = 0$.

- б) Вычислите $x_1^3 + x_2^3$, где x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + x - 5 = 0$.

98. а) Известно, что $x_1^2 + x_2^2 = 13$, где x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + bx + 6 = 0$. Определите b .

- б) Известно, что $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$, где x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + x + c = 0$. Определите c .

99. а) Разность корней квадратного уравнения $-x^2 + 11x + q = 0$ равна 3. Найдите значение параметра q .

- б) Один из корней квадратного уравнения $3x^2 - 18x + c = 0$ в 5 раз больше другого. Найдите значение параметра c .

●100. а) Найдите значение параметра m в уравнении $x^2 - (m - 1)x + (4m^2 - 45m - 8) = 0$, если произведение корней уравнения равно 28.

б) Найдите значение параметра m в уравнении $x^2 - (3m^2 + 16m - 8)x + (m + 9) = 0$, если сумма корней уравнения равна 4.

101. Разложите квадратный трехчлен на множители:

а) $x^2 + 22x - 23$;

в) $-x^2 + 18x - 77$;

б) $-3x^2 - 8x + 3$;

г) $7x^2 + 9x + 2$.

102. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2 + 2x - 63}{49 - x^2}$;

в) $\frac{8x - x^2}{x^2 - 3x - 40}$;

б) $\frac{6x^2 + x}{6x^2 - 17x - 3}$;

г) $\frac{5x^2 - 12x + 4}{25x^2 - 4}$.

Упростите выражение:

103. а) $\frac{4 - a}{a} + \frac{a}{4 + a}$;

в) $\frac{1 + x}{x} - \frac{x + 2}{1 + x}$;

б) $\frac{2 - c}{2 + c} - \frac{2 + c}{2 - c}$;

г) $\frac{3}{3 + y} + \frac{y}{3 - y}$.

104. а) $\frac{4a}{a^2 - 1} + \frac{a - 1}{a + 1}$;

в) $\frac{12x}{x^2 - 9} + \frac{x - 3}{x + 3}$;

б) $\frac{2b - 5}{b^2 - 5b} + \frac{1}{5 - b}$;

г) $\frac{m + 2}{3m^2 - 3m} - \frac{1}{m - 1}$.

105. а) $\frac{x^2 - 9}{2x + x^2} \cdot \frac{x^2 - 4}{5x + 15}$;

в) $\frac{x - x^2}{25 - x^2} \cdot \frac{2x + 10}{x^2 - 1}$;

б) $\frac{4y^2}{y^2 - 4y + 4} : \frac{y}{y - 2}$;

г) $\frac{a}{a + 6} : \frac{6a^2}{a^2 + 36 + 12a}$.

106. а) $(5a - b)^2 \cdot \frac{5b}{25a^2 - b^2}$;

в) $\frac{8b}{b^2 - 16} \cdot (b^2 - 8b + 16)$;

б) $\frac{4ax + 4a^2 + x^2}{3x} : (2a^2 + ax)$;

г) $(3xy - y^2) : \frac{y^2 - 9x^2}{3y}$.

Упростите выражение:

107. а) $\left(\frac{b}{b-3} - \frac{b}{b+3} - \frac{b^2+9}{9-b^2}\right) \cdot \frac{(3-b)^2}{3b+b^2};$

б) $\frac{y^2+5y}{(y-5)^2} : \left(\frac{5}{y+5} + \frac{y^2+25}{y^2-25} - \frac{5}{5-y}\right).$

108. а) $\frac{x+40}{x^3-16x} : \left(\frac{x-4}{3x^2+11x-4} - \frac{16}{16-x^2}\right);$

б) $\frac{y^3-y}{y-4} \cdot \left(\frac{y-1}{2y^2+3y+1} - \frac{1}{y^2-1}\right).$

109. а) $\left(\frac{1}{2-4m} + \frac{m+1}{8m^3-1} \cdot \frac{4m^2+2m+1}{1+2m}\right) : \frac{1}{4m-2};$

б) $\frac{2+6p}{p} \cdot \left(\frac{1}{2-6p} + \frac{1}{27p^3-1} : \frac{1+3p}{1+3p+9p^2}\right).$

110. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной значение выражения не зависит от значения переменной:

а) $\frac{c+5}{c^2-64} : \left(\frac{4}{c+8} - \frac{12}{c^2+16c+64}\right) + \frac{4}{8-c};$

б) $\left(\frac{4}{x-7} + \frac{14}{x^2-14x+49}\right) \cdot \frac{x^2-49}{2x-7} - \frac{7x-21}{x-7}.$

Решите уравнение:

111. а) $\frac{7x+12}{x^2+x} = \frac{7}{x} + \frac{5x}{x+1};$

в) $\frac{x}{x-2} - \frac{5}{x+2} = \frac{10-x}{x^2-4};$

б) $\frac{x}{x+5} - \frac{x+5}{5-x} = \frac{50}{x^2-25};$

г) $\frac{3}{x} - \frac{6}{x^2-3x} = \frac{3x-7}{3-x}.$

112. а) $\frac{6}{x^2-4x+3} - \frac{13-7x}{1-x} = \frac{3}{x-3};$

б) $\frac{8}{x^2-6x+8} + \frac{1-3x}{2-x} = \frac{4}{x-4}.$

113. а) $2x + \frac{2}{x} - 5 = 0;$ в) $3x + \frac{3}{x} + 10 = 0;$

б) $3x - 2x^{-1} - 1 = 0;$ г) $4x + 5 - 6x^{-1} = 0.$

114. Решите уравнение методом введения новой переменной:

а) $\frac{3}{x^2 - 2x - 2} - x^2 + 2x = 0;$

б) $\frac{x}{x^2 - 2} + \frac{6(x^2 - 2)}{x} = 7;$

в) $1 - \frac{15}{(x^2 - 4x)^2} = \frac{2}{x^2 - 4x};$

г) $\frac{x - 3}{x^2 + 10x + 27} + \frac{x^2 + 10x + 27}{x - 3} = -2.$

Решите задачу:

115. Туристы, совершая путешествие, проплыли на лодке по течению горной реки 54 км, а затем еще 6 км по озеру за такое же время, за которое плот проплывает по этой реке 21 км. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость лодки 12 км/ч.

116. Катер проплывает 8 км против течения реки и еще 30 км по течению за то же время, за которое он может проплыть по озеру 36 км. Найдите скорость катера в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

117. Велосипедист проехал от города до поворота на турбазу 24 км с одной скоростью, а после поворота снизил скорость на 3 км/ч и проехал до турбазы еще 6 км. Найдите скорость велосипедиста от города до поворота, если на весь путь он затратил 2 ч 40 мин.

118. Автогонщик на ралли из-за поломки автомобиля потерял 4 мин, а затем на оставшихся 120 км пути наверстал потерянное время, увеличив скорость на 20 км/ч. Найдите первоначальную скорость автогонщика.

119. В состязании по скалолазанию на трассе длиной 10 м соревнуются два спортсмена; скорость одного из них на 0,2 м/с больше скорости другого. Найдите скорости движения спортсменов, если один из них финишировал на 2,5 с быстрее другого.

120. Из города N в город M , находящийся на расстоянии 60 км от N , выехал автобус, а через 20 мин вслед за ним выехал легковой автомобиль, скорость которого на 40 км/ч больше скорости автобуса. Найдите скорости легкового автомобиля и автобуса, если автобус прибыл в город M на 12 мин позже автомобиля.

121. Из пункта A в пункт B , находящийся на расстоянии 20 км от A , выехал автобус, а через 7 мин вслед за ним выехал грузовой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше скорости автобуса. Найдите скорости каждого участника движения, если грузовой автомобиль прибыл в пункт B на 3 мин раньше автобуса.

Вычислите:

122. а) $2^{-3} \cdot 2^5 \cdot (2^{-2})^4$; в) $(5^{-1})^4 \cdot 5^9 \cdot 5^{-2}$;

б) $\frac{3^3 \cdot 9^{-3}}{(3^4)^{-2}}$; г) $\frac{(7^{-2})^3 \cdot 7^{-7}}{49^{-6}}$.

123. а) $\frac{5^{-4} \cdot 15^6}{(3^{-5})^{-2}}$; б) $\frac{4^3 \cdot 14^{-3}}{7^{-5} \cdot 2^7}$; в) $\frac{3^5 \cdot 6^{-6}}{(2^3)^{-4}}$; г) $\frac{8^{-3} \cdot 10^5}{5^6 \cdot 2^{-2}}$.

124. Найдите значение выражения:

а) $\frac{m^6(m^{-2})^5}{m^{-3}m^7}$ при $m = 0,5$;

б) $\frac{a^{-3}b^{-5}(a^2b)^{-1}}{(a^{-3})^2b^{-4}}$ при $a = 15$, $b = 5$;

в) $\frac{n^{-5}(n^{-1})^{-9}}{n^{-4}n^{10}}$ при $n = 10$;

г) $\frac{(cd^3)^{-2}c^{-8}}{(c^{-5})^2(d^{-3})^3}$ при $c = 6$, $d = 3$.

125. Упростите выражение:

а) $\left(\frac{x}{x^2 - 2x + 1} - \frac{x + 2}{x^2 + x - 2} \right) \cdot \frac{1}{(2x - 2)^{-2}}$;

б) $\left(\frac{y + 2}{y^2 - y - 6} - \frac{y}{y^2 - 6y + 9} \right)^{-1} : (3y - 9)^2$.

Решите иррациональное уравнение:

126. а) $\sqrt{x + 4} = 3$; в) $\sqrt{3x - 1} = 2\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{\frac{x + 7}{x + 2}} = 3$; г) $\sqrt{\frac{2x - 8}{6 - x}} = 2$.

127. а) $\sqrt{x^2 - 5x} = 6$; в) $\sqrt{x^2 + 6x} = 4$;

б) $\sqrt{x^2 - 5x + 5} = 1$; г) $\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 4$.

Решите иррациональное уравнение:

128. а) $\sqrt{x} = 2 - x$; в) $\sqrt{x+2} = x$;

б) $\sqrt{7-x} = x-1$; г) $\sqrt{12-x} = x$.

129. а) $2\sqrt{x-1} - \sqrt{x+4} = 1$;

б) $\sqrt{x+3} - \sqrt{2x-1} = \sqrt{3x-2}$;

в) $\sqrt{x+6} - 2\sqrt{x-2} = 1$;

г) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = \sqrt{2x-5}$.

130. а) $\sqrt{2x^2+8x+7} - 2 = x$; в) $\sqrt{2x^2+8x+1} - x = 3$;

б) $x + \sqrt{2x^2-7x+5} = 1$; г) $x + \sqrt{2x^2-8x+1} = 3$.

Решите уравнение методом введения новой переменной:

●131. а) $x^2 + 2x - 2\sqrt{x^2+2x} = 3$;

б) $x^2 + 6x + 24 = 10\sqrt{x^2+6x}$.

●132. а) $\sqrt{2-x} + \frac{4}{\sqrt{2-x}+3} = 2$;

б) $\frac{3}{\sqrt{x+1}+1} + 2\sqrt{x+1} = 5$.

●133. а) $10\sqrt{x^2-x-1} - \frac{3}{\sqrt{x^2-x-1}} = 7$;

б) $2\sqrt{x^2-9x+23} - 5 = \frac{3}{\sqrt{x^2-9x+23}}$.

134. Сравните значения выражений:

а) $\sqrt{192}$ и $\frac{1}{7-4\sqrt{3}} - \frac{1}{7+4\sqrt{3}}$;

б) $3 + 2\sqrt{2}$ и $\sqrt{7} + \sqrt{10}$;

в) $\sqrt{198}$ и $\frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7}$;

г) $2\sqrt{5} + 3$ и $\sqrt{10} + \sqrt{19}$.

135. Упростите выражение и найдите его значение:

а) $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m} + 4} + \frac{4\sqrt{m}}{m - 16}$ при $m = \frac{16}{9}$;

б) $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n} - 5} - \frac{5\sqrt{n}}{n - 25}$ при $n = \frac{25}{4}$.

136. Упростите выражение:

а) $\left(\sqrt{x} + \frac{3-x}{\sqrt{x}+1}\right) : \frac{\sqrt{x}+3}{1-x}$;

б) $(2 + \sqrt{b})\left(\frac{b - \sqrt{b}}{\sqrt{b} - 1} - 2\sqrt{b} + 2\right)$;

в) $\left(\frac{6-y}{1+\sqrt{y}} + \sqrt{y}\right) : \frac{6+\sqrt{y}}{y-1}$;

г) $\left(1 + 2\sqrt{a} - \frac{\sqrt{a}+a}{\sqrt{a}+1}\right)(1 - \sqrt{a})$.

137. Докажите тождество:

а) $\left(\frac{\sqrt{x^3}-1}{\sqrt{x}-1} + \sqrt{x}\right) : \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x} + 1$;

б) $\frac{1+\sqrt{a}}{1-a} \cdot \left(\frac{1+\sqrt{a^3}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a}\right) = 1 - \sqrt{a}$.

138. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной x значение выражения не зависит от x :

а) $\left(\frac{3\sqrt{x}-x\sqrt{x}}{3-x} - 2\right)^{-1} : \frac{\sqrt{x}+2}{x-4}$; б) $\left(\frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + 1\right)^{-1} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$.

139. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2} + 3\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{7})^2}$;

в) $\sqrt{(2\sqrt{15} - 3\sqrt{7})^2} - 3\sqrt{7}$;

г) $\sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2} + \sqrt{(\sqrt{10} - 4)^2}$.

●140. Решите уравнение:

а) $x^2 - 5(\sqrt{x})^2 - 6 = 0$;

в) $x^2 + (\sqrt{x-3})^2 - 9 = 0$;

б) $x^2 + \sqrt{(x+1)^2} - 3 = 0$;

г) $x^2 + \sqrt{(x-3)^2} - 9 = 0$.

Решите неравенство:

141. а) $3 + 2x < -4$;

в) $2 + 5x > -3$;

б) $1 - 3x \geq 2$;

г) $1 - 2x \leq 3$.

142. а) $\frac{x-2}{12} \geq \frac{3x-5}{15}$;

в) $\frac{2+x}{10} > \frac{3x-1}{15}$;

б) $\frac{3-2x}{9} \leq \frac{2x+7}{6}$;

г) $\frac{3x-1}{8} > \frac{3-5x}{20}$.

143. а) $(x-3)(x+3) > x^2 + 5x - 4$;

б) $(x+4)^2 \leq x^2 + 6x + 10$;

в) $(3-2x)(3+2x) \leq 10 - 4x^2 + 5x$;

г) $(1-3x)^2 > 9x^2 + 3x - 8$.

144. а) При каких значениях q уравнение $x^2 + 5x + q = 0$ не имеет корней? Укажите такое наименьшее целое значение q .

б) При каких значениях q уравнение $x^2 - 7x + q = 0$ имеет два корня? Укажите такое наибольшее целое значение q .

145. а) При каких значениях a уравнение $ax^2 + 6x - 3 = 0$ имеет два корня?

б) При каких значениях a уравнение $ax^2 + 5x + 15 = 0$ не имеет корней?

146. а) Найдите наименьшее целое значение p , при котором разность дробей $\frac{3-p}{4}$ и $\frac{5-2p}{18}$ отрицательна.

б) Найдите наибольшее целое значение k , при котором сумма дробей $\frac{5-2k}{4}$ и $\frac{9+2k}{6}$ положительна.

Решите неравенство:

147. а) $x^2 + 3x + 2 < 0$;

в) $x^2 - 7x + 12 > 0$;

б) $-x^2 - x + 12 \leq 0$;

г) $-x^2 + 3x + 4 \geq 0$.

148. а) $2x^2 - 9x + 4 \geq 0$;

в) $3x^2 - 4x + 1 \leq 0$;

б) $-9x^2 - 8x + 1 > 0$;

г) $-2x^2 + x + 1 < 0$.

149. а) $x^2 - 81 \leq 0$; б) $-x^2 > 4x$; в) $121 \leq x^2$; г) $x^2 - 2x < 0$.

150. а) $4x^2 - 12x + 9 > 0$; в) $9x^2 - 6x + 1 \leq 0$;

б) $-2x^2 + x - 1 < 0$; г) $x^2 - 2x + 5 < 0$.

Найдите, при каких значениях переменной выражение имеет смысл:

151. а) $\sqrt{4x - 9}$; б) $\frac{1}{\sqrt{5 - 7x}}$; в) $\sqrt{3 - 9x}$; г) $\frac{1}{\sqrt{5x + 3}}$.

152. а) $\sqrt{x^2 - 3x}$; б) $\frac{1}{\sqrt{12 - 3x^2}}$; в) $\sqrt{36 - x^2}$; г) $\frac{1}{\sqrt{4x^2 - 8x}}$.

153. а) $\sqrt{x^2 - 8x + 15}$; в) $\sqrt{(x^2 + 7x + 12)^{-1}}$;

б) $\sqrt{(-x^2 + 9x - 20)^{-1}}$; г) $\sqrt{-x^2 - 11x - 28}$.

154. а) $\sqrt{(x^2 + 8x + 16)^{-1}}$; в) $\sqrt{x^2 + 6x + 10}$;

б) $\sqrt{(-x^2 + 2x - 3)^{-1}}$; г) $\sqrt{-x^2 + 2x - 1}$.

●155. а) $\frac{\sqrt{3 - 5x - 2x^2}}{7x}$; в) $\frac{\sqrt{2 - 5x - 3x^2}}{9x}$;

б) $\frac{\sqrt{3x^2 - x - 14}}{2x + 5}$; г) $\frac{\sqrt{3x^2 - 4x - 15}}{7 - 2x}$.

156. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{2x + 8}$; в) $y = \sqrt{(3x - 18)^{-1}}$;

б) $y = \frac{1}{\sqrt{10x^2 - 3x - 1}}$; г) $y = \sqrt{10 + 3x - x^2}$.

157. Найдите значение k , при котором квадратное уравнение обладает данным свойством:

а) $5x^2 - kx + 5 = 0$ имеет два корня;

б) $3x^2 + 2kx - (k - 6) = 0$ имеет корни;

в) $3x^2 + 2kx + 12 = 0$ не имеет корней;

г) $2x^2 - kx + k + 6 = 0$ имеет не более одного корня.

158. Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования.

а) Одна сторона прямоугольника на 3 см больше другой, а его площадь больше 70 см^2 . Какую длину может иметь меньшая сторона прямоугольника?

б) Один из катетов прямоугольного треугольника на 5 см меньше другого, а площадь этого треугольника больше 25 см^2 . Какую длину может иметь больший катет?

ПРОСТЕЙШИЕ КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ. ОРГАНИЗОВАННЫЙ ПЕРЕБОР ВАРИАНТОВ. ДЕРЕВО ВАРИАНТОВ

К главе 1 «Алгебраические дроби»

П.1. Значение переменной d случайно выбирают среди целых чисел от -5 до 4 включительно. Определите, для скольких значений d значение дроби $\frac{d(4 + d^2)}{d^3(16 - d^4)}$:

- а) не определено; в) отрицательно;
б) отлично от нуля; г) положительно?

П.2. Значение переменной a случайно выбирают среди целых чисел от 0 до 9 включительно.

а) Для скольких значений переменной a значение дроби $\frac{a^2(a^2 - 4)}{a(a - 2)}$ не определено?

Упростите дробь и найдите вероятность того, что значение дроби является:

- б) не целым числом; в) двузначным числом; г) четным числом.

П.3. Заполните таблицу значений дроби (если дробь при соответствующем значении t не имеет смысла, ставьте прочерк):

t	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\frac{t^2 - 3t}{t^2 - 9}$										

Какова вероятность того, что при случайном выборе значения переменной t из первой строки таблицы значение дроби будет:

- а) отрицательным числом;
б) целым числом;
в) удалено от числа 0 менее чем на 3 ?

П.4. Числитель дроби равен $1, 3, 7$ или 10 , а знаменатель меньше числителя на 2 или на 5 .

- а) У скольких дробей знаменатель равен 5 ?

- б) Запишите все составленные обыкновенные дроби в виде десятичных дробей и составьте упорядоченный ряд данных.
- в) Найдите объем и размах полученного ряда.
- г) Постройте круговую диаграмму распределения данных.

П.5. Знаменатель дроби выбирают из чисел $-10, -4, 4, 10$, а ее числитель отличается от квадрата выбранного знаменателя на 3.

- а) Выпишите все возможные значения числителя дроби.
- б) Сколько всего дробей можно составить?
- в) Выпишите все полученные положительные числа.
- г) Укажите наибольшее отрицательное число.

Перебор всех возможных вариантов целесообразно организовать каким-либо способом. Одним из наиболее распространенных приемов является так называемое *дерево вариантов*. Покажем, как это выглядит

на конкретном примере. Рассмотрим дробь $\frac{2x - y}{x + y}$. Допустим, что следует найти все ее значения, если переменная x принимает значения 1, 2, 3, а переменная y — значения 3 или 4. Сначала изобразим выбор x (рис. 90).

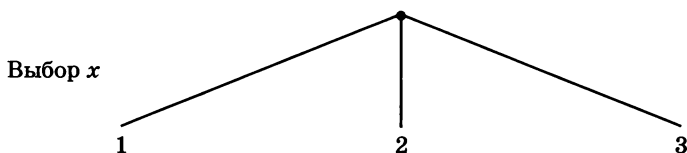


Рис. 90

Для каждого из значений x можно выбрать одно из двух значений y (3 или 4). Этот выбор удобно изобразить, как показано на рис. 91.

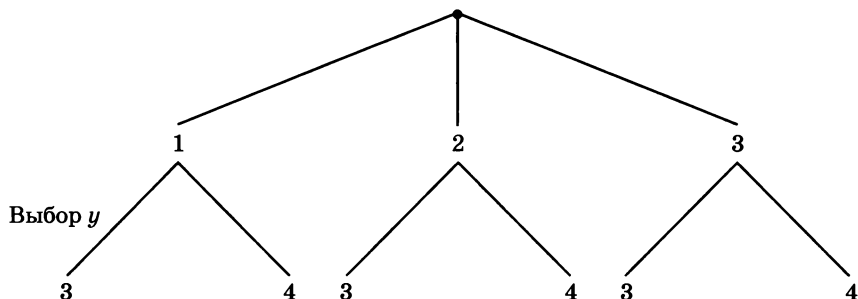


Рис. 91

И теперь остается вычислить значения числовых дробей. На рис. 92 представлен итог (некоторые промежуточные вычисления пропущены).

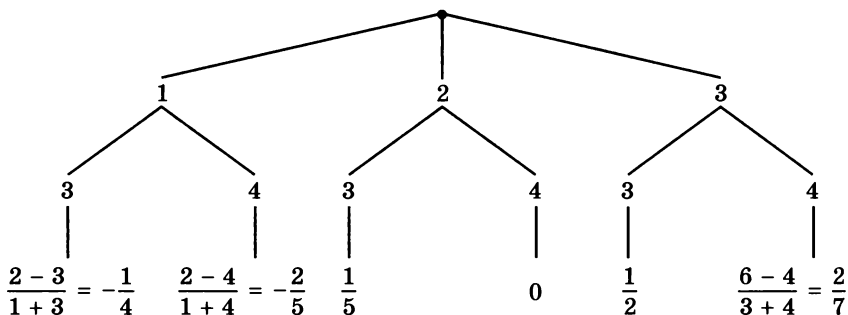


Рис. 92

Дерево вариантов занимает много места на листе бумаги. Зато на нем, как на картинке, хорошо виден весь процесс перебора вариантов. Дерево вариантов можно рисовать и снизу вверх, и из центра в стороны, а можно собрать все в таблицы.

$\frac{2x - y}{x + y}$					
$x = 1$		$x = 2$		$x = 3$	
$y = 3$	$y = 4$	$y = 3$	$y = 4$	$y = 3$	$y = 4$
$-\frac{1}{4}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{7}$

П.6. Нарисуйте дерево вариантов значений дроби $\frac{ab}{b-a}$, если переменная a принимает значения 2 или 4, а переменная b — значения 2, 3 или 4. В скольких случаях дробь не имеет смысла?

Какова вероятность того, что при случайном выборе значений a и b значение дроби будет:

- а) положительным;
- б) меньше 5?

П.7. Нарисуйте дерево вариантов значений дроби $\frac{k+n+m}{k(n-m)}$, если каждая из переменных k , n , m принимает значения -1 или 2 .

Какова вероятность того, что при случайном выборе значений переменных значение дроби будет:

- а) не определено;
- б) целым числом;
- в) положительным числом?

- П.8.** Выпускник школы собирается поступать на физический или на математический факультет федерального, технического или педагогического университета одного из городов A, B, C . Нарисуйте дерево возможных вариантов выбора университета и факультета, если известно, что:
- в городе B нет федерального университета;
 - в городе A в педагогическом университете нет физического факультета;
 - технический университет есть только в городе C , но там нет математического факультета;
 - во всех городах есть все указанные университеты, а в университетах — указанные факультеты.

- П.9.** Учительница сказала, что на следующем уроке вызовет к доске Олю, а потом ее соседа по парте Толю для решения задач из домашней работы. За ответ у доски, как обычно, можно получить отметку 2, 3, 4 или 5.
- Нарисуйте дерево возможных вариантов получения отметок Олей и Толей.
 - Сколько всего вариантов получения отметок Олей и Толей?
 - Сколько всего вариантов, при которых получены только «четверки» и «пятерки»?
 - Сколько всего вариантов, в которых нет «двоек»?

В некоторых случаях дерево вариантов может оказаться не таким симметричным, как в задачах П.6, П.7, П.8, П.9. Рассмотрим пример.

В непрозрачном пакете лежат одинаковые по размеру шары: один черный и два белых. Наудачу вытаскивают один шар. Если он окажется белым, то его возвращают обратно. Если он окажется черным, то его выкладывают на стол. Требуется нарисовать дерево вариантов состава шаров в пакете после двух вытаскиваний. Ответ приведен на рис. 93.

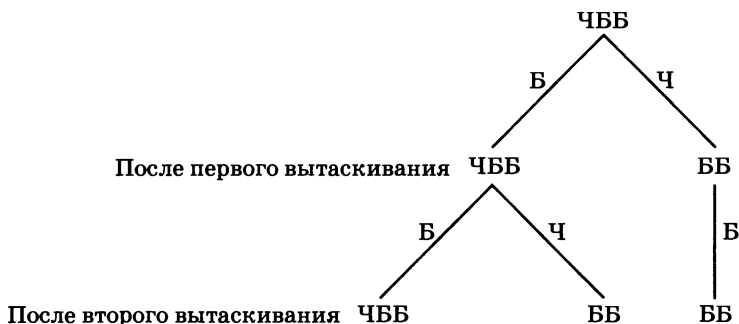


Рис. 93

- П.10.** На столе решками вверх лежат 4 неразличимых по виду рублевых монеты. Три из них настоящие, а одна — фаль-

шивая, у которой на обороте ничего не изображено. На удачу берут поочередно три монеты. Настоящую монету кладут в кошелек, а фальшивую — выбрасывают.

- а) Нарисуйте дерево вариантов состава монет на столе.
- б) В скольких случаях в кошелек будет добавлено 3 рубля?
- в) Какова вероятность того, что в кошелек ничего не будет добавлено?
- г) Какова вероятность того, что в кошелек будет добавлено ровно 2 рубля?

К главе 2 «Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратного корня»

П.11. В записи $* \in \blacksquare$ вместо $*$ можно поставить одно из чисел: $-19, -0, (19), \frac{19}{91}, \sqrt{19}$, а вместо $\blacksquare$ — один из символов числовых множеств: N, Z, Q . Будут получаться различные утверждения (верные или неверные), например: $-19 \in N, -0, (19) \in Q$ и т. п.

- а) Сколько получится утверждений, у которых на первом месте стоит $\sqrt{19}$?
- б) Изобразите дерево вариантов составления всевозможных утверждений.
- в) Сколько всего утверждений получится?
- г) Сколько среди них верных утверждений?

П.12. В записи $* \notin \blacksquare$ вместо $*$ можно поставить одно из чисел: $-3, 0, (317), \frac{17}{3}, \sqrt{3}$, а вместо $\blacksquare$ — один из символов числовых множеств: N, Z, Q . Будут получаться различные утверждения (верные или неверные), например: $-3 \in N, \sqrt{3} \notin Q$ и т. п.

- а) Сколько получится утверждений, у которых на последнем месте стоит Z ?
- б) Изобразите дерево вариантов составления всевозможных утверждений.
- в) Сколько всего утверждений получится?
- г) Сколько среди них верных утверждений?

П.13. В записи $* \Omega \blacksquare$ вместо $*$ можно произвольно поставить одно из чисел: $-\sqrt{25}, \sqrt{2,5}, \sqrt{0,25}$, вместо Ω — поставить $\in$ или $\notin$, а вместо $\blacksquare$ — символ числового множества Q или R .

- а) Изобразите дерево вариантов составления таких утверждений.
- б) Сколько получится утверждений, содержащих символ $\notin$?
- в) Сколько всего утверждений получится?
- г) Сколько среди них верных утверждений?

П.14. а) Между любыми цифрами числа 123 456 789 можно поставить запятую. Сколько при этом получится десятичных дробей?

Какова вероятность того, что после вставки запятой получится число:

- б) больше миллиона; в) меньше ста; г) дробная часть которого больше 0,3?

П.15. Заполните таблицу значений выражения (если выражение при соответствующем значении t не имеет смысла, ставьте прочерк):

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\sqrt{1 + (t - 2)(6 - t)}$										

Какова вероятность того, что при случайном выборе значения переменной t из первой строки таблицы значение выражения:

- а) не будет существовать;
- б) будет целым числом;
- в) будет больше двух?

П.16. Дано выражение $\sqrt{n + 1}$. Значение переменной n случайно выбирают среди целых чисел от 0 до 99 включительно.

- а) Сколько всего значений может принять данное выражение?
- б) Сколько среди них целых чисел?
- в) Сколько среди них иррациональных чисел?
- г) Сколько среди них чисел больше семи?

П.17. Дано выражение $\sqrt{n + 1}$. Значение переменной n случайно выбирают среди целых чисел от 0 до 99 включительно. Какова вероятность того, что значение выражения при этом будет:

- а) не определено;
- б) меньше десяти;

- в) принадлежать интервалу $(7; 10)$;
- г) принадлежать отрезку $[2; 6]$?

П.18. Рассматриваются отличные от нуля целые числа, модуль которых меньше 11.

- а) Сколько всего существует таких чисел?
- б) Сколько среди них отрицательных чисел?
- в) Сколько среди них чисел, модуль которых больше 7?
- г) Сколько среди них чисел из промежутка $(-10; -1)$?

П.19. В прямоугольнике с вершинами $A(0; 0)$, $B(0; 3)$, $C(9; 3)$, $D(9; 0)$ отметили все точки с целочисленными координатами.

- а) Сколько всего отметили точек (включая точки, лежащие на сторонах)?
- б) Сколько таких точек лежит внутри (не на сторонах) прямоугольника?
- в) Сколько таких точек лежит на графике функции $y = \sqrt{x}$?
- г) Сколько таких точек лежит выше графика функции $y = \sqrt{x}$?

П.20. В квадрате $ACEG$ надо пройти по отмеченным линиям (см. рис. 94) из вершины A в вершину E , двигаясь только вверх или вправо.

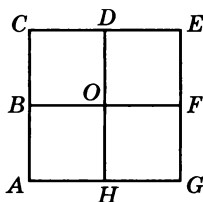


Рис. 94

- а) Выпишите все пути, проходящие через вершину G .
- б) Сколько путей проходит через точку H ?
- в) Сколько путей проходит через точку B ?
- г) Сколько всего имеется таких путей?

К главе 3 «Квадратичная функция. Функция $y = \frac{k}{x}$ »

П.21. Нарисуйте график функции $y = 0,5x^2$ на отрезке $[0; 4]$. Сколько точек с целыми координатами:

- а) принадлежит этому графику;
- б) лежит ниже графика и выше оси абсцисс;

- в) лежит выше графика и ниже прямой $y = 5$;
г) лежит ниже графика и выше прямой $y = 0,5x$?

П.22. Сколько точек, координаты которых — натуральные числа, лежит на графике функции:

а) $y = \frac{1}{x}$; б) $y = \frac{5}{x}$; в) $y = \frac{6}{x}$; г) $y = \frac{12}{x}$?

П.23. Сколько точек, с целочисленными координатами лежит:

- а) ниже графика функции $y = \frac{4}{x}$ в первой координатной четверти*;
б) выше графика функции $y = \frac{5}{x}$ в третьей координатной четверти*;
в) ниже графика функции $y = -\frac{3}{x}$ во второй координатной четверти*;
г) между графиками функций $y = \frac{2}{x}$ и $y = -\frac{2}{x}$ (не включая точки на координатных осях)?

П.24. Для контрольной работы составляют различные квадратичные функции вида $y = ax^2 + bx + c$. Коэффициент a произвольно выбирают из чисел 2 или 3, а коэффициенты b и c произвольно выбирают из чисел -3 , -4 (совпадения допустимы). Нарисуйте дерево вариантов составления таких квадратичных функций.

- а) Сколько всего таких функций можно составить?
б) Сколько среди них функций, у которых $b = c$?
в) Сколько среди них функций, у которых коэффициенты a , b , c попарно различны?

П.25. Для контрольной работы составляют различные функции вида $y = \frac{1}{x+a} + b$.

Коэффициенты a и b произвольно выбирают из чисел -1 , 1 , 2 (совпадения допустимы).

- а) Нарисуйте дерево вариантов составления таких функций.
б) Сколько всего таких функций можно составить?
в) Сколько среди них функций, у которых $a \neq b$?

* Не на осях координат.

г) Сколько функций вида $y = \frac{k}{x+a} + b$ можно составить, если коэффициент k произвольно выбирают из чисел -3 или 3 ?

П.26. В уравнении параболы $y = -x^2 + c$ коэффициент c случайным образом выбирают из чисел $-1, 1, 2, 3, 4$. Какова вероятность того, что эта парабола:

- а) не пересечет четвертую координатную четверть;
- б) будет расположена ниже прямой $y = \sqrt{10}$;
- в) пересечет ось абсцисс в двух точках;
- г) будет иметь хотя бы одну общую точку с прямой $y = 2$?

П.27. Коэффициент k случайным образом выбирают из чисел $-2, -1, 1, 2, 3$. Какова вероятность того, что график функции $y = \frac{k}{x}$:

- а) пересекает и первую, и вторую координатную четверть;
- б) симметричен относительно начала координат;
- в) проходит через точку $(-1, -2)$;
- г) содержит ровно две точки с целочисленными координатами?

П.28. Коэффициент b случайным образом выбирают из чисел $-5, -4, \dots, 3, 4$. Какова вероятность того, что график функции $y = x^2 + bx$:

- а) пройдет через начало координат;
- б) симметричен относительно оси ординат;
- в) содержит точки, у которых обе координаты положительны;
- г) не содержит точек, у которых обе координаты отрицательны?

П.29. Случайным образом выбирают точку с целочисленными координатами так, чтобы она лежала выше графика функции $y = 2x^2$ и ниже графика прямой $y = 9$. Какова вероятность того, что эта точка лежит:

- а) выше оси абсцисс;
- б) на оси ординат;
- в) левее оси ординат;
- г) выше прямой $y = 7$?

П.30. В прямоугольнике $АСКМ$ (рис. 95) надо пройти по отмеченным линиям из вершины A в вершину K , двигаясь только вверх или вправо. Сколько всего путей:

- а) проходит через вершину M ;
- б) проходит через точку H ;
- в) проходит через точку B ;
- г) можно проложить из вершины A в вершину K ?

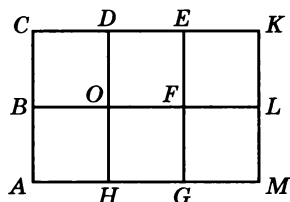


Рис. 95

К главе 4 «Квадратные уравнения»

- П.31.** Для контрольной работы составляют различные квадратные уравнения вида $x^2 + bx + c = 0$. Коэффициент b произвольно выбирают из чисел $-2, -4, -6$, а коэффициент c — из чисел $4, 9$.
- а) Нарисуйте дерево вариантов составления таких квадратных уравнений.
 - б) Сколько всего таких уравнений можно составить?
 - в) Сколько среди них уравнений, дискриминант которых равен нулю?
 - г) Сколько среди них уравнений, которые имеют хотя бы один корень?
- П.32.** Для контрольной работы составляют различные квадратные уравнения вида $ax^2 + bx + 1 = 0$. Коэффициент a произвольно выбирают из чисел $4, 8, 9$, а коэффициент b — из чисел $2, 4, 6$.
- а) Нарисуйте дерево вариантов составления таких квадратных уравнений.
 - б) Сколько всего таких уравнения можно составить?
 - в) Сколько среди них уравнений, дискриминант которых равен нулю?
 - г) Сколько среди них уравнений, которые имеют хотя бы один корень?
- П.33.** Для составления квадратного уравнения с заранее заданными корнями x_1 и x_2 поступают так. Сначала составляют произведение $(x - x_1)(x - x_2)$. Затем раскрывают скобки и приводят подобные члены. Полученный

квадратный трехчлен приравнивают нулю. Сколько различных квадратных уравнений можно составить таким образом, выбирая:

- а) корень x_1 из чисел 1, 2, а корень x_2 из чисел 5, 6;
- б) корень x_1 из чисел 1, 2, 3, а корень x_2 из чисел 4, 5, 6;
- в) оба корня из чисел 2, 3, 4, если совпадение корней допустимо;
- г) оба корня из чисел 2, 3, 4, если корни должны быть различными?

П.34. Заполните таблицу значений дискриминанта для уравнений вида $ax^2 + bx + c = 0$:

Уравнение	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6	№ 7	№ 8	№ 9	№ 10
a	3	7	9	-1	4	-1	4	-3	-1	1
b	7	7	6	0	5	6	7	-5	2	3
c	4	2	1	3	2	-8	4	4	-1	0
D										

Какова процентная частота уравнений:

- а) не имеющих корней;
- б) имеющих единственный корень;
- в) имеющих хотя бы один корень?

П.35. а) Откройте задачник на с. 154. В каждом из заданий № 25.3—25.7 определите количество корней квадратного уравнения. Результаты поочередно внесите во вторую строку таблицы и подведите в ней же числовой итог.

Кол-во уравнений, имеющих 2 корня	Кол-во уравнений, имеющих 1 корень	Кол-во уравнений, не имеющих корней

- б) Каков объем проведенного измерения?
- в) Какова процентная частота уравнений, не имеющих корней?

П.36. Уравнение относительно переменной x имеет вид $ax + \frac{b}{x} + c = 0$, где коэффициенты a, b — натуральные

числа от 1 до 5 (совпадения допустимы), а коэффициент c равен 6 или 7.

- а) Изобразите схематично дерево вариантов составления уравнений такого вида.
- б) Сколько различных уравнений такого вида можно составить?
- в) Сколько среди них уравнений, у которых $a = b$?
- г) Сколько среди них уравнений, у которых $c = 2a$?

П.37. Из графиков функций $y = \sqrt{x + a}$, где a — некоторое целое число из отрезка $[-2; 2]$, случайным образом выбрали один. Какова вероятность того, что выбранный график:

- а) пересечет ось абсцисс;
- б) пересечет обе координатные оси;
- в) пройдет через точку $(0; 1)$;
- г) не пересечет ось ординат?

П.38. Вот что прочел богатырь на камне у распутия: «Налево, прямо или направо пойдешь — к таким же распутиям придешь, а от каждого из них опять к таким же распутиям придешь, но потом все равно в тридевятое царство попадешь».

- а) По скольким путям богатырь может доехать до тридевятого царства?
- б) Сколько имеется путей, по которым придется один раз поворачивать влево и два раза — вправо?
- в) Сколько имеется путей, по которым придется один раз поворачивать вправо и два раза — влево?
- г) Сколько имеется путей, по которым придется поворачивать ровно два раза?

П.39. Х-файл расположен в директории «Мои документы», где-то в папках A , B , C или D первого уровня. Папка A содержит «подпапки» AA , AB , AC второго уровня. Папки B и D также содержат по три «подпапки»: BA , BB , BC , DA , DB , DC , а в папке C содержатся «подпапки» CA , CB , CC , CD , CE второго уровня. Каждая из папок второго уровня содержит по 7 папок третьего уровня, кроме папки BC , в которой 8 папок третьего уровня. Все папки третьего уровня содержат только файлы. «Юзер» решил найти Х-файл прямым перебором всех файлов во всех папках.

- а) Изобразите схематично соответствующее дерево вариантов прохождения путей до файла.
- б) Сколькими путями можно из папки A дойти до файла?

- в) Сколькими путями можно из папки «Мои документы» дойти до файла?
- г) Какова вероятность того, что нужный файл окажется в папке C?

●П.40. На левом берегу реки — три деревни, а на правом — два села. Реку можно перейти вброд в пяти местах. Нарисуйте дерево вариантов пути из сел в деревни и дерево вариантов пути из деревень в села. Сколькими способами можно пройти:

- а) из деревни, где живешь, в какое-нибудь село и потом вернуться в ту же деревню;
- б) из села, в котором живешь, в какую-нибудь деревню и потом вернуться, но в другое село?

К главе 5 «Неравенства»

П.41. В неравенстве $a \geq b$ можно вместо a и b поставить 1, 2, 3, 4 или 5.

- а) Сколько всего числовых неравенств можно получить?
- б) В скольких случаях полученное неравенство окажется неверным?
- в) В скольких случаях верным окажется неравенство $a > b$?
- г) В скольких случаях верным окажется неравенство $a > b + 2$?

П.42. В записи $* \Omega \blacksquare$ вместо $*$ можно поставить $\sqrt{2}$ или $\sqrt{5}$, вместо Ω поставить знак $<$ или $>$, а вместо $\blacksquare$ поставить 1, 2 или 3. Будут получаться различные неравенства, например, например $\sqrt{2} > 1$, $\sqrt{5} < 2$ и т. п.

- а) Нарисуйте дерево вариантов составления таких неравенств.
- б) Сколько всего неравенств можно составить?
- в) Сколько будет верных неравенств со знаком $<$?
- г) Сколько всего будет верных неравенств?

П.43. В записи $* \Omega \blacksquare$ вместо $*$ можно поставить $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ или $\sqrt{5}$, вместо Ω поставить знак $\leq$ или знак $\geq$, а вместо $\blacksquare$ поставить 1,5, 1,7 или 2,3. Будут получаться различные неравенства, например: $\sqrt{2} \geq 1,5$, $\sqrt{5} \leq 2,3$ и т. п.

- а) Нарисуйте дерево вариантов составления таких неравенств.

- б) Сколько всего неравенств можно составить?
Какова вероятность того, что случайным образом выбранное неравенство:
в) со знаком $\geq$ окажется неверным;
г) со знаком $\leq$ окажется верным?

П.44. Функция $y = f(x)$ задана равенством $y = \sqrt{ax + b}$. Коэффициент a произвольно выбирают из чисел $-2, -1, 1, 2$ или 3 , а слагаемое b — из чисел $2, 3, 4$ или 5 .

а) Нарисуйте дерево вариантов составления функций указанного вида.

б) Сколько всего функций такого вида можно получить?

Какова вероятность того, что случайным образом выбранная функция будет:

в) возрастающей;

г) убывающей?

П.45. Выбрали произвольное целое число, которое является решением неравенства $3 < 2x < 43$. Какова вероятность того, что выбранное число будет:

а) четным;

в) кратным пяти;

б) кратным трем;

г) двузначным?

П.46. Выбрали произвольное целое число, которое является решением неравенства $|3x| < 8$. Какова вероятность того, что выбранное число будет также и решением неравенства:

а) $x < -1$;

в) $x > -1$;

б) $|x + 1| > 0$;

г) $|x| < \sqrt{2}$?

П.47. Выбрали произвольное целочисленное решение неравенства $x^2 + 5x - 14 \leq 0$. Какова вероятность того, что выбранное число будет также и решением неравенства:

а) $x^2 \leq 1$;

в) $x^2 \geq 4$;

б) $x^2 \leq 3$;

г) $5x + x^2 \geq 0$?

П.48. Выбрали произвольное целочисленное решение неравенства $48 - 13x - x^2 \geq 0$. Какова вероятность того, что выбранное число будет также и решением неравенства:

а) $x^2 > 0$,

в) $x^2 < 101$;

б) $x^2 + 10x \leq 0$;

г) $4x^2 - 20x + 21 < 0$?

П.49. На форзаце задачника приведена таблица квадратов двузначных чисел. По этой таблице нашли первые цифры всех записанных в ней чисел.

- а) Каков объем проведенного ряда данных?
 б) Заполните таблицу результатов:

Первая цифра квадрата числа	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Сколько раз она встретилась									

- в) Какова процентная частота цифры «5»?
 г) Чему равна мода и какова ее процентная частота?

●П.50. Точки A, B, C, D — вершины квадрата. Надо провести три отрезка с концами в этих точках (порядок проведения отрезков не важен). Сколько у задачи существует решений:

- а) если все отрезки проводить по сторонам квадрата;
 б) если один из отрезков — диагональ AC , а два других не имеют общих точек;
 в) если один из отрезков — диагональ BD , а два других имеют общие точки;
 г) всего?

- ГЛАВА 1.** 1.18. 2 км/ч. 1.19. 40 км/ч. 1.20. а) +, +, +; б) -, -, +; в) -, +, -; г) +, -, -. 1.22. а) 98; б) 21; в) $\frac{1}{25}$; г) $-\frac{4}{7}$. 1.23. а) 3; б) $-\frac{1}{5}$; в) $\frac{1}{25}$; г) -2,5. 1.24. а), в) При любых значениях переменных; б) при $b \neq 0$; г) при $m \neq 0$.
- 1.25. а) $x \neq \frac{1}{3}$; $x \neq -2,5$; б) $y \neq \frac{3}{5}$; $y \neq -\frac{1}{3}$; в) $s \neq -\frac{1}{44}$; $s \neq \frac{3}{32}$; г) $r \neq 3$; $r \neq 2\frac{7}{9}$. 1.26. а) $a \neq 1$; б) $b \neq \frac{1}{2}$; в) $c \neq -3$; г) $m \neq -4,5$. 1.27. а) $a \neq -8$; $a \neq 9$; $a \neq 17$; б) $b \neq -\frac{1}{2}$; $b \neq -1\frac{1}{3}$; $b \neq 2\frac{2}{3}$; в) $c \neq \frac{1}{2}$; $c \neq -1\frac{1}{7}$; $c \neq -3$; г) $d \neq -1$; $d \neq -\frac{5}{7}$. 1.28. а) $b \neq 0$; $b \neq \frac{2}{3}$; б) $k \neq -3$; $k \neq 3$; в) $s \neq 0$; $s \neq -\frac{1}{2}$; г) $m \neq 2$; $m \neq -2$. 1.29. а) $a \neq 0$; $a \neq 3$; $a \neq -17$; б) $b \neq -\frac{1}{2}$; $b \neq 1\frac{1}{3}$; $b \neq -1\frac{1}{3}$; в) $c \neq 0$; $c \neq -8$; $c \neq 3$; г) $d \neq \frac{1}{2}$; $d \neq -\frac{1}{2}$; $d \neq -\frac{5}{7}$. 1.30. Обращается в нуль при $m = 1$; не имеет смысла при $m = 0$, $m = -1$, $m = 2$. 1.33. а) 10,8; б) 2; в) -4,8; г) 3,6. 1.34. а) $\frac{1}{3}$; б) 18; в) $-\frac{4}{15}$; г) $\frac{1}{3}$. 1.35. а) -3; б) $\frac{1}{3}$; в) 4; г) $2\frac{1}{3}$. 1.36. а) $\frac{1}{10}$; б) 6; в) $\frac{5}{2}$; г) $-\frac{4}{5}$. 1.37. а) 6; б) -6,8. 1.38. а) 5; б) 4,5; в) 13; г) -0,1. 1.39. а) 15; б) $10\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{15}$; г) $\frac{22}{15}$. 1.40. а) 1 и 3; б) 1 и 5; в) 1; 2; 3; г) 1; 3; 5. 2.7. а) 144; б) 128; в) 225; г) 0,2. 2.35. а) 1,5; б) -4; в) -2; г) -4,5. 2.36. а) 1; б) 2. 2.47. а), б) $\frac{1}{15}$. 3.10. а) 2; б) x ; в) 3; г) q .
- 3.11. а) $\frac{c-9}{2}$; б) $\frac{a+3}{a}$; в) $\frac{12+b}{5}$; г) $\frac{5-d}{d}$. 3.12. а) $\frac{1}{y-4}$; б) $-3x-10$; в) $\frac{1}{7-t}$; г) $11-5x$. 3.13. а) $-\frac{2}{3+z}$; б) $\frac{x+y}{y}$; в) $-\frac{3}{t+7}$; г) $\frac{p+q}{p}$.
- 3.14. а) $\frac{z-8}{z+8}$; б) $\frac{a+9x}{a-9x}$; в) $\frac{t-10}{t+10}$; г) $\frac{7c+b}{7c-b}$. 3.16. а) $\frac{x+6}{x-6}$; б) $\frac{x^2+xy+y^2}{x+y}$; в) $\frac{x-y}{x+y}$; г) $\frac{y^2-2y+4}{y-2}$. 3.17. а) $a-3$; б) $c-10$; в) $b+5$; г) $7-d$. 3.18. а) $\frac{1}{n-2}$; б) $\frac{x-1}{x^2-x+1}$; в) $\frac{1}{m+3}$; г) $\frac{2y+1}{4y^2+2y+1}$. 3.19. а) 20; б) -7,5; в) -6,5; г) 5,1. 3.20. а) $\frac{1}{4}$; б) -2; в) $\frac{2}{3}$; г) $-\frac{1}{6}$. 3.21. а) $\frac{3x-2}{3x+2}$;

б) $\frac{5a-1}{5a+1}$. 3.22. а) $\frac{10d+3}{10d-3}$; б) $\frac{7a-4}{7a+4}$. 3.23. а) $\frac{x+y}{x-y}$; б) $\frac{4m}{2m+1}$.
 3.24. а) 1; б) 1. 3.25. а) $\frac{1}{b-5}$; б) $\frac{1}{a-3}$. 3.26. а) $6-6a$; б) $3x$; в) $-3y-4$;
 г) $28b+20$. 4.11. а) $\frac{2}{15d}$; б) $\frac{4(1-a)}{21a^2}$; в) $\frac{3}{35d}$; г) $\frac{m-9n}{35mn}$. 4.18. а) $\frac{2n+3m}{m^2n^2}$;
 б) $\frac{2z+3t}{6zt}$; в) $-\frac{x+2y}{x^2y^2}$; г) $\frac{5m^2-3n^2}{15m^2n^2}$. 4.19. а) $y-x$; б) $\frac{(6q+p)^2}{3q^2}$;
 в) $\frac{m}{n}$; г) $\frac{(5b-2a)^2}{2a^2}$. 4.20. а) 45; б) $\frac{1}{2}$. 4.21. а) $\frac{z-4}{3z(z+2)}$; б) $\frac{(2a-b)^2}{2a(6a-b)}$;
 в) $\frac{t+2}{5t(2t-1)}$; г) $\frac{(2n-3k)^2}{2k(9n-2k)}$. 4.22. а) $\frac{(2a-1)^2}{a-1}$; б) $\frac{a^2}{a-2}$; в) $\frac{(b-3)^2}{b+3}$;
 г) $\frac{5b}{2b-1}$. 4.23. а) $-\frac{2y^2}{x-y}$; б) $-\frac{2xy}{x-y}$; в) $\frac{2a^2}{a+b}$; г) $-\frac{2ab}{a+b}$. 4.24. а) $\frac{b}{a-1}$;
 б) $\frac{a^2+b^2}{2a(a-b)}$; в) $-\frac{d}{c+3}$; г) $\frac{4n^2-m^2}{3m(m+n)}$. 4.25. а) $\frac{1}{c}$; б) $\frac{4-6a}{a^2(a-2)}$;
 в) $\frac{x+y}{y}$; г) $\frac{4m-4}{m^2(m+2)}$. 4.26. а) $\frac{2}{ab}$; б) $\frac{y}{ac}$; в) $-\frac{3}{xy}$; г) $-\frac{y}{ax}$. 4.27. а) $\frac{y-x}{xy}$;
 б) $\frac{m+n}{mn}$; в) $\frac{3t+p}{pt}$; г) $\frac{a-b}{ab}$. 4.28. а) $\frac{1}{b}$; б) $\frac{b+c}{bc}$; в) $-\frac{3}{a}$; г) $\frac{3n+m}{mn}$.
 4.29. а) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$; б) $\frac{10a}{(a+3)(2-a)}$; в) $\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}$; г) $-\frac{2p}{(p+1)(p+3)}$.
 4.30. а) $\frac{c^2+d^2}{d(c^2-d^2)}$; б) $\frac{3y}{(x+y)(4y-x)}$; в) $\frac{y}{x^2-y^2}$; г) $\frac{c}{(2c+d)(c+d)}$.
 4.31. а) $\frac{x-y}{x+y}$; б) $\frac{2a}{a+c}$; в) $\frac{b+m}{b-m}$; г) $\frac{2d}{d-4}$. 4.32. а) $-\frac{1}{2x+3}$; б) $\frac{2a+1}{2a-1}$;
 в) $\frac{1}{3y-5x}$; г) $\frac{3x-2}{3x+2}$. 4.33. а) $\frac{a+b}{a(a-b)}$; б) $\frac{2}{x(x+1)}$; в) $\frac{c-2}{c(c+2)}$;
 г) $\frac{4}{a(a-3)}$. 4.34. а) $\frac{12-3c}{(c-2)^2}$; б) $\frac{a^2+b^2}{2(a-b)^2}$; в) $\frac{5m+10}{(m+5)^2}$; г) $\frac{4x^2-y^2}{3(x-y)^2}$.
 4.35. а) $\frac{a}{a+b}$; б) $\frac{a}{9(a-3b)}$; в) $-\frac{c}{d+c}$; г) $\frac{m}{4n(m+2n)}$. 4.36. а) $\frac{3}{2}$; б) $-\frac{1}{6}$;
 в) $-\frac{9}{2}$; г) $\frac{1}{10}$. 4.37. а) $-\frac{2}{ab}$; б) $\frac{b-a}{ab}$; в) $\frac{3}{cd}$; г) $-\frac{p+q}{pq}$. 4.38. а) $\frac{1}{1-b}$;
 б) $-\frac{6}{c+6}$; в) $\frac{1}{a-3}$; г) $-\frac{3}{m+4}$. 4.39. а) $-\frac{5}{x+4}$; б) $\frac{2x-5}{2x+5}$; в) $\frac{6}{n+7}$;
 г) $\frac{3z+4}{3z-4}$. 4.40. а) $-\frac{1}{xy}$; б) $\frac{p+q}{2p(p-q)}$; в) $-\frac{3}{cd}$; г) $\frac{3m-n}{3m(3m+n)}$.

4.41. а) $\frac{x^2}{y(x-y)^2}$; б) $\frac{p-9}{(p+9)^2}$; в) $-\frac{b^2}{a(a-b)^2}$; г) $\frac{z-7}{(z+7)^2}$. 4.44. а) $-\frac{1}{2(3m+2)}$;
 б) $\frac{x-4a}{x(x+4a)}$; в) $-\frac{1}{2(3a+b)}$; г) $\frac{c-10d}{c(c+10d)}$. 4.45. а) $\frac{a-2}{a+2}$; б) $\frac{7n}{n-m}$;
 в) $\frac{x+y}{x-y}$; г) $\frac{5}{3p+1}$. 4.46. а) $\frac{1}{x-1}$; б) $\frac{y+2}{y^2-2y+4}$; в) $\frac{3}{c+4}$; г) $\frac{b-3}{b^2+3b+9}$.
 4.47. а) $\frac{2d^3}{c+d}$; б) $-\frac{2b^3}{a^2-ab+b^2}$; в) $\frac{2n^3}{m-n}$; г) $\frac{2x^3}{x^2+xy+y^2}$.
 4.48. а) $\frac{2a^3}{a^2-b^2}$; б) $\frac{2m^3}{m^2-4n^2}$; в) $\frac{54x^3}{9x^2-y^2}$; г) $\frac{16l^3}{4l^2-9k^2}$. 4.49. а) $\frac{a(a-1)}{a^3+1}$;
 б) $-\frac{6}{c^2+3c+9}$; в) $\frac{2-2d}{8d^3+1}$; г) $-\frac{4}{b^2-2b+4}$. 4.50. а) $\frac{2(b-1)}{b^2+b+1}$; б) $\frac{2(a-2)}{a^2+2a+4}$.
 4.51. а) $\frac{m^2+mn+n^2}{m^3+n^3}$; б) $\frac{x^2-xy+y^2}{y^3-x^3}$. 4.52. а) $\frac{100}{(b-5)^2(b+5)^2}$;
 б) $\frac{16m^2}{(2m-5n)^2(2m+5n)^2}$. 5.14. а) $\frac{1}{c}$; б) $\frac{a}{3}$; в) mp ; г) b . 5.18. а) $-\frac{1}{2}$;
 б) -2 ; в) $-\frac{c}{d}$; г) $-nx$. 5.19. а) $\frac{x+y}{x}$; б) $\frac{a}{a-4}$; в) $\frac{c-7}{4c}$; г) $\frac{3b}{b+d}$.
 5.20. а) x^2-xy+y^2 ; б) $a+b$; в) $\frac{1}{n-m}$; г) p^2+pq+q^2 . 5.21. а) $\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}$;
 б) $n(2a+1)$; в) $\frac{2}{x-3}$; г) $\frac{m-4}{3}$. 5.22. а) $\frac{(x-5)(x-4)}{6}$; б) $\frac{a+2b}{12}$;
 в) $\frac{3(c-5)}{2(c+6)}$; г) $\frac{15}{2n-m}$. 5.28. а) $\frac{x^3}{a^4}$; б) $\frac{x^3}{p}$; в) $\frac{c}{b}$; г) $\frac{x^{20}y^{27}}{z^{17}}$. 5.29. а) $4ab$;
 б) $-\frac{5ax}{2y}$; в) $-\frac{10a^2x}{9by^2}$; г) $\frac{24}{5bc^2}$. 5.30. а) $\frac{q^3}{a^2p}$; б) $-\frac{6n^7}{35a^2b^4m^3}$; в) $-\frac{x}{15a^2y}$;
 г) $-12pq$. 5.31. а) $2ay$; б) $2y$; в) $\frac{ax}{9}$; г) $6t$. 5.32. а) $\frac{2}{a}$; б) $-\frac{c}{8b}$; в) $\frac{64a^{10}}{b^{20}}$;
 г) $-\frac{x^{13}y^{12}}{3a^{24}}$. 5.33. а) $\frac{9(a-1)}{a}$; б) $\frac{(y-5)(y-6)}{6}$; в) $\frac{(x+4)(x+3)}{9}$;
 г) $\frac{2b}{b-4c}$. 5.34. а) $\frac{x-4}{2x}$; б) $\frac{7y(y-5)}{y+5}$; в) $\frac{m(m+n)}{3}$; г) $\frac{2(c+2)}{c(c-2)}$.
 5.35. а) $\frac{x}{y(5y-2)}$; б) $-\frac{b}{2a(2x+7)}$; в) $\frac{m}{5(8n-3)}$; г) $-\frac{2c}{d^2(3p+5)}$.
 5.36. а) $\frac{(5-z)(3+z)}{z}$; б) $\frac{p(p+q)}{p-q}$; в) $-\frac{6c}{c+d}$; г) $\frac{9(x+y)}{y(x-y)}$. 5.37. а) $\frac{x-3}{x^2(x+3)}$;
 б) $\frac{2(2c+1)}{cd(1-2c)}$; в) $\frac{2y(5+y)}{5(5-y)}$; г) $\frac{3(1+3a)}{a(3a-1)}$. 5.38. а) $\frac{a^2-ab+b^2}{ab}$;

- б) $\frac{1}{x^2 - 9}$; в) $\frac{2x}{x^2 + 2x + 4}$; г) $(x + y)^2$. 5.39. а) $\frac{1}{x - 1}$; б) $\frac{t + 2}{3t}$; в) $\frac{1}{3}$;
г) $\frac{y - 2}{y - 3}$. 5.40. а) $\frac{(3 - a)(b + 1)}{2(b^2 + b + 1)}$; б) $-\frac{c^2 + 2cd + 4d^2}{2}$; в) $\frac{(3 - b)(2b + 3)}{2}$;
г) $\frac{1 - m}{1 - m + m^2}$. 5.41. а) $(5 - 2a)(1 + 4a)$; б) $-(4a + 3b)$; в) $(3c + 2)(3c + 4)$;
г) $2q - 5p$. 5.42. а) $\frac{1}{2x}$; б) $-\frac{4b^2}{a(a + 4)}$; в) $\frac{5 - b}{25}$; г) $\frac{a(a - 2)}{3}$. 5.43. а) $(c - a)^3$;
б) $\frac{a^4}{b^8(b + a)^2(b - a)}$; в) $\frac{(a - x)^2}{(a - b)^2}$; г) $\frac{(x - 2y)(x + y)}{x^5}$. 5.45. а) $\frac{2}{9}$; б) $\frac{1}{12}$.
6.1. а) $\frac{5}{6c}$; б) $\frac{2x - y}{y}$; в) $\frac{d^3 + 4}{6}$; г) $\frac{a - b}{b}$. 6.2. а) $5(x + y)$; б) $\frac{z + t}{t}$;
в) $3(a - b)$; г) $\frac{c - d}{d}$. 6.3. а) $m - n$; б) $\frac{u}{2}$; в) $-\frac{q(2p + q)}{p}$; г) $-\frac{rs}{2}$. 6.4. а) $\frac{3t}{4}$;
б) p ; в) $-\frac{3z}{z + 3}$; г) q . 6.5. а) $\frac{1}{x + y}$; б) $\frac{a - 1}{a + 2}$; в) xy ; г) $\frac{d}{c + d}$. 6.6. а) $1 - c$;
б) $\frac{2}{b(b - 3)}$; в) $\frac{1}{12}$; г) 6. 6.7. а) -1 ; б) $\frac{16}{9 - r^2}$; в) $\frac{1}{4}$; г) $\frac{8}{a^2 - b^2}$. 6.8. а) 7;
б) 5, 6. 6.11. а) $\frac{a(b - a)}{b + a}$; б) $\frac{z}{4(z + 2)}$. 6.12. а) $1 - 2m$; б) $2 - 3n$.
6.13. а) $\frac{3n + 9}{n^2}$; б) $-\frac{1}{2p}$. 6.14. а) $\frac{k}{k - 4}$; б) 1. 6.19. $\frac{1}{2}$. 6.20. $-\frac{1}{3}$. 6.21. 1.
6.22. $a + b$. 7.9. а) 4; б) 0; в) -5 ; г) 0. 7.10. а) 5; б) 6; в) -7 ; г) -8 .
7.11. а) ± 3 ; б) 0; 2; в) ± 2 ; г) 0; -3 . 7.12. а) 2; б) -2 ; в) 4; г) 0, 5. 7.13. а) -12 ;
б) 2; в) $-3, 5$; г) 3. 7.16. а) 2; б) 0; в) -1 ; г) 0. 7.17. а) 0; б) 5; в) 2; г) -4 .
7.18. а) — г) Нет корней. 7.19. а) -32 ; б) $-\frac{7}{4}$; в) -27 ; г) $\frac{3}{5}$. 7.20. а) —
г) Нет корней. 7.21. а) 0, 4; б) 0, 2; в) 6; г) -22 . 7.22. 12 км/ч, 30 км/ч.
7.23. 30 км/ч. 7.24. 8 км/ч. 7.25. 6 км/ч. 7.26. 40 км/ч. 7.27. 60 км/ч.
7.28. а) ± 1 ; б) $\frac{2}{3}$; в) ± 2 ; г) 0, 3. 7.29. а) 1; б) ± 2 ; в) 6; г) ± 3 . 7.30. а) 0; 5;
б) 4; в) -6 ; 0; г) -5 . 7.31. а) -8 ; 0; б) $-0, 5$; в) 0; 19; г) $\frac{2}{11}$. 7.32. а) -5 ; 0;
б) $\frac{4}{5}$; в) 0; 9; г) $-\frac{1}{3}$. 7.33. а) 3; б) 4; в) 1; г) 2. 7.34. а) -3 ; б) 1; в) 2;
г) 6. 7.35. а) 0; б) -3 ; в) 0; г) -2 . 7.36. а) Нет корней; б) -7 ; в) 40; г) нет
корней. 7.37. а) $\frac{10}{3}$; б) нет корней; в) $\frac{1}{2}$; г) нет корней. 7.38. а) $-\frac{5}{9}$;
б) $-\frac{1}{2}$. 7.39. а) $\frac{3}{4}$; б) 34. 7.40. а) $\frac{13}{27}$; б) $-\frac{7}{8}$. 8.12. а) $\frac{1}{256}$; б) 25; в) $\frac{1}{4}$;

г) $\frac{1}{3}$. 8.13. а) 13,7; б) -3,5; в) 25,9; г) 2,35. 8.17. а) $4m$; б) $\frac{2b}{a}$; в) $\frac{s^4}{t^3}$;
г) $28p^2q$. 8.20. а) $\frac{1}{ab}$; б) $-\frac{x+y}{x^2y^2}$; в) $\frac{1}{m^2n^2}$; г) $a^3 + b^3$. 8.21. а) $\frac{1}{ab}$;
б) $st(s-t)$. 8.22. а) 9; б) $\frac{1}{16}$. 8.23. а) $(x-1)^{-1}$; б) $(x+5)^{-1}$. 8.24. а) $a-2$;
б) $(1-x)^{-1}$. 8.25. а) $\frac{2}{21}$; б) $\frac{2}{11}$. 8.26. а) 6; б) 5. 8.27. а) $-\frac{1}{5}$; б) $\frac{1}{7}$. 8.28. а) $\frac{2}{5}$;
б) $-\frac{1}{9}$. 8.29. а) 2; б) $\pm\frac{1}{2}$; в) -3; г) $\pm\frac{1}{3}$.

ГЛАВА 2. 9.15. а) 0,(27); б) 0,(24); в) 0,(05); г) 0,1(3). 9.16. а) 4,8(3);
б) 3,(7); в) 4,41(6); г) 7,(09). 9.20. а) $15\frac{1}{3}$; б) $2\frac{14}{99}$; в) $7\frac{2}{9}$; г) $23\frac{25}{99}$.
9.21. а) $\frac{4}{165}$; б) $\frac{1}{300}$; в) $\frac{1}{15}$; г) $\frac{1}{550}$. 9.22. а) $1\frac{11}{18}$; б) $2\frac{8}{225}$; в) $3\frac{301}{330}$;
г) $\frac{17}{22}$. 9.25. в) 4; г) 5 или 13. 9.26. а) $2\frac{6}{7}$; -0,35; б) $-\frac{25}{28}$; 1,12; в) $\frac{10}{37}$;
-3,7; г) $-\frac{25}{133}$; 5,32. 9.27. а) 0,(285714); б) 0,3(426571); в) 0,(809523);
г) 0,9(285714). 9.28. а) $\frac{23}{150}$; б) $\frac{8}{11}$; в) $\frac{43}{275}$; г) $\frac{367}{1110}$. 9.29. а) $\frac{157}{300}$;
б) $2\frac{16}{99}$; в) $6\frac{29}{225}$; г) $\frac{37}{110}$. 10.28. а) 4; б) 7; в) 1; г) 10. 10.29. а) 1; б) -2;
в) 5; г) $3\frac{1}{3}$. 10.30. а) 48; б) 1; в) 1; г) $\frac{1}{8}$. 10.31. а) $4\frac{11}{13}$; б) 21; в) 1,5;
г) $3\frac{3}{7}$. 10.32. а) 7,9; б) 2,1; в) 2,3; г) -3. 10.33. а) 3, 4; б) 6, 7; в) 0, 1;
г) -6, -5. 10.34. а) -1, 0; б) 18, 19; в) 10, 11; г) -16, -15. 10.35. а) 2;
б) 1; в) 1; г) 0. 10.36. а) 3; б) 4; в) 8; г) 11. 10.37. а) 2; б) 3; в) 4; г) 4.
10.38. а) 10; б) 12; в) 23; г) $\frac{2}{7}$. 10.39. а) ± 15 ; б) ± 5 ; в) ± 5 ; г) ± 13 . 10.40. а) 46;
б) 65; в) 99; г) 73. 10.42. а) 3; б) 4; в) 6; г) 5. 11.15. а), в) Иррациональные
числа; б), г) может быть как рациональным, так и иррациональным
числом. 12.11. а) $x < y$; б), в) $x > y$; г) $x < y$. 12.13. а) - в) +; г) -.
12.14. а) $A(1,3)$; б) $B(\pi)$. 12.15. а) $C\left(-\frac{\pi}{4}\right)$; б) $D(\sqrt{8})$. 12.16. а) 0; $\frac{13}{6}$; $\sqrt{5}$;
б) 3; 3,1; π ; в) 0,3; 0,5; $\frac{\pi}{6}$; г) -3,2; $-\sqrt{10}$; -3. 12.17. а) 5,81; 2π ; 6,3;
б) $-\frac{4}{\sqrt{2}}$; $-\frac{15}{7}$; 0; в) 1,5; 1,6; $\frac{\pi}{2}$; г) -1; $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; -0,5. 12.18. а) Одного знака;

б) $q < 0$; $p \neq 0$; в) разного знака; г) $q \neq 0$, $p > 0$. 12.19. а) — в) +; г) —.

12.20. а), б), г) —; в) +. 12.22. а) $K(-2)$; $L(-\sqrt{3})$; $M\left(-\frac{\pi}{2}\right)$; б) $K\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$;

$L(1)$; $M(\sqrt{3})$; в) $L\left(\frac{\sqrt{21}}{2}\right)$; $K(\sqrt{5})$; $M(2,5)$; г) $K(\sqrt{20})$; $L(4,5)$; $M\left(\frac{3\pi}{2}\right)$.

13.9. а) 0; 1; б) 4; в) 4; г) 0. 13.10. а) 1; б) 1. 13.11. а) (0; 0), (1; 1);

б) (1; 1); в) (0; 0), (1; 1); г) нет решений. 13.12. а) (4; -2); б) (0; 0), (4; -2).

13.15. а) 10; б) 8. 13.17. а) -4, 0, 1. 13.18. а) -4, -1, -2, -3. 13.19. а) [0; 1];

б) [4; 16]; в) [0; 9]; г) [1; 25]. 13.20. а) [0; 3]; б) [2; +∞); в) [1; 2]; г) [3; +∞).

13.21. а) $[\sqrt{2}; 2]$; б) $(2; \sqrt{7})$; в) $[\sqrt{3}; 3]$; г) $[1; \sqrt{5})$. 13.22. а) [1; 9];

б) [4; +∞); в) [4; 16]; г) [9; +∞). 13.23. а) [0; 9]; б) [1; 4]. 13.24. а) $0 \leq y \leq 2$;

б) $\sqrt{2} < y < 3$; в) $2 \leq y \leq 3$; г) $\sqrt{3} < y < 2$. 13.25. а) $y > 1$; б) $0 < y \leq \sqrt{5}$;

в) $0 \leq y \leq 2$; г) $0 \leq y < \sqrt{10}$. 13.26. а) $0 \leq x \leq 4$; б) $1 < x < 16$;

в) $1 \leq x \leq 9$; г) $4 < x < 9$. 13.27. а) $x > 1$; б) $0 \leq x \leq 9$; в) $0 \leq x < 4$;

г) $x \geq 1$. 13.28. а) $[-\sqrt{3}; -1]$; б) $(-\infty; -2]$; в) $[-2; -\sqrt{2}]$; г) $(-\infty; -1]$.

13.30. а) 0; 4; б) 1. 14.3. а) 60; б) 1,44; в) 180; г) 0,45. 14.7. а) $\frac{8}{15}$;

б) 2,8; в) $\frac{35}{36}$; г) 3,5. 14.10. а) 45; б) 392; в) 189; г) 20. 14.11. а) 11,25;

б) $\frac{12}{35}$; в) $\frac{6}{77}$; г) 3,52. 14.18. а) $5a^2b^3$; б) $1\frac{2}{7}p^6q^{13}$; в) $6mn^4$; г) $\frac{1}{4}r^9s$.

14.19. а) $\frac{2a}{b^3}$; б) $\frac{13a^9}{5b^{15}}$; в) $\frac{7a^9}{9b^3}$; г) $\frac{24a^6}{5b^{13}}$. 14.20. а) 8; б) 15; в) 21; г) 30.

14.21. а) 2,6; б) 1,4; в) 1; г) 15. 14.22. а) 1,5; б) 2,4; в) 1,8; г) 2,6. 14.23. а) 2,5;

б) 3; в) 1,5; г) 3. 14.24. а) $\frac{1}{5}$; б) $\frac{5}{8}$; в) $\frac{6}{11}$; г) $\frac{7}{3}$. 14.25. а) $\frac{5}{16}$; б) $3\frac{1}{6}$;

в) $\frac{17}{36}$; г) 3. 14.26. а) 5; б) 7; в) 9; г) 13. 14.28. а) 17; б) 17; в) 13; г) 25.

14.29. а) 12; б) 6; в) 14; г) 12. 14.30. а) 8,5; б) $\frac{15}{29}$; в) $\frac{7}{96}$; г) $\frac{77}{135}$.

14.31. а) 66; б) 92; в) 62; г) 95. 14.32. а) 0,77; б) 15,4; в) 77; г) 23,1.

14.33. а) 28,5; б) 21; в) 47,5; г) 91. 14.34. а) $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$; б) $\sqrt{-x} \cdot \sqrt{-y}$.

15.9. а) $A > B$; б) $A < B$; в) $A > B$; г) $A < B$. 15.15. а) $\frac{5m^2n\sqrt{2n}}{3r^2}$; б) $\frac{3x\sqrt{y}}{2z}$;

в) $\frac{6a^3b^3\sqrt{2b}}{7y^4}$; г) $\frac{3x^5y^6\sqrt{3xy}}{5w^3}$. 15.21. а) $-\sqrt{3x^4}$; б) $\sqrt{8x^5y^3}$; в) $-\sqrt{125m^{13}}$;

$\Gamma) \sqrt{5pq}$. **15.22.** а) 5; $\sqrt{26}$; $2\sqrt{8}$; 6; б) 2; $\sqrt{7}$; 3; $2\sqrt{3}$; в) 4; $3\sqrt{2}$; $\sqrt{19}$; $4\frac{1}{2}$;
 $\Gamma) 0,7$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{7}}{3}$; 1. **15.24.** а) $4\sqrt{6}$; б) $7\sqrt{5}$; в) $12\sqrt{5}$; $\Gamma) -4\sqrt{2}$. **15.25.** а) $-8\sqrt{3}$;
б) $12\sqrt{5}$; в) $9\sqrt{5}$; $\Gamma) 6\sqrt{3}$. **15.26.** а) $2\sqrt{a}$; б) $5\sqrt{3x}$; в) $-15\sqrt{5b}$; $\Gamma) 2\sqrt{2y}$.
15.27. а) $\frac{5}{3}a\sqrt{ab}$; б) $4m^2\sqrt{m}$; в) $a^4\sqrt{ab}$; $\Gamma) 10d\sqrt{d}$. **15.28.** а) 21; б) -5;
в) 20; $\Gamma) 10$. **15.29.** а) $\sqrt{ax} - x$; б) $m\sqrt{n} + n\sqrt{m}$; в) $c + \sqrt{cd}$; $\Gamma) p\sqrt{q} - q\sqrt{p}$.
15.30. 5 + $\sqrt{3}$; б) 8; $2 - \sqrt{5}$; $\Gamma) 12$. **15.31.** а) $1 + \sqrt{3}$; б) $-2\sqrt{5}$; в) $10 - 2\sqrt{5}$;
 $\Gamma) -4\sqrt{3}$. **15.32.** а) $2a^2 - a\sqrt{b} - 3b$; б) $4a - 8\sqrt{3ab} - 15b$; в) $2x - 3y\sqrt{x} - 2y^2$;
 $\Gamma) m - 3\sqrt{mn} + 2n$. **15.37.** а) $30 - 12\sqrt{6}$; б) $18 + 12\sqrt{2}$; в) $120 - 30\sqrt{15}$;
 $\Gamma) 22 + 8\sqrt{7}$. **15.38.** а) $m\sqrt{m} - n\sqrt{n}$; б) $c^3 + d\sqrt{d}$; в) $r\sqrt{r} - 8n\sqrt{n}$;
 $\Gamma) 8s\sqrt{s} + 27t$. **15.41.** а) $2\sqrt{2a}$; б) $\frac{a\sqrt{ab}}{b}$; в) $\frac{\sqrt{c}}{c}$; $\Gamma) \frac{a\sqrt{3abc}}{b}$.
15.42. а) $\frac{5\sqrt{x} - 5\sqrt{y}}{x - y}$; б) $\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{(a - b)^2}$; в) $\frac{3\sqrt{m} + 3\sqrt{n}}{m - n}$; $\Gamma) \frac{6(\sqrt{p} - \sqrt{q})^3}{(p - q)^3}$.
15.43. а) $\sqrt{7} + \sqrt{3}$; б) $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2}$; в) $2\sqrt{3}(\sqrt{5} - 2)$; $\Gamma) 6(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$.
15.44. а) $2 - \sqrt{3}$; б) $\frac{3\sqrt{5} - 7}{2}$; в) $3 + 2\sqrt{2}$; $\Gamma) \frac{16 + 5\sqrt{7}}{9}$. **15.45.** а) $\frac{x(x - \sqrt{y})}{x^2 - y}$;
б) $a + \sqrt{b}$; в) $\frac{s(2s - \sqrt{3r})}{4s^2 - 3r}$; $\Gamma) -(5b + \sqrt{3a})$. **15.46.** а) $\frac{\sqrt{a + 3} + 2}{a - 1}$; б) $1 - \sqrt{4 - y}$;
в) $\frac{3 + \sqrt{2x - 1}}{5 - x}$; $\Gamma) 2 + \sqrt{b + 1}$. **15.47.** а) $\frac{p\sqrt{p} + q\sqrt{q}}{p - q}$; б) $\frac{8 - t\sqrt{t}}{4 - t}$; в) $\frac{x\sqrt{x} + 27}{x - 9}$;
 $\Gamma) \frac{a\sqrt{a} - 8b\sqrt{b}}{a - 4b}$. **15.48.** а) $\sqrt{5}(\sqrt{5} + 1)$; б) $\sqrt{b}(1 - \sqrt{b})$; в) $\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)$;
 $\Gamma) \sqrt{a}(1 + \sqrt{a})$. **15.49.** а) $5(2 + \sqrt{3})$; б) $4(2 - \sqrt{2})$; в) $20(1 + 3\sqrt{7})$; $\Gamma) 9(5 - \sqrt{5})$.
15.50. а) $\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})$; б) $\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1)$; в) $\sqrt{7}(\sqrt{2} + \sqrt{5})$; $\Gamma) \sqrt{7}(\sqrt{7} + \sqrt{2} - 1)$.
15.51. а) $\sqrt{a}(\sqrt{a} - 2)$; б) $\sqrt{b}(\sqrt{3} - \sqrt{b})$; в) $\sqrt{a}(1 - 2\sqrt{a})$; $\Gamma) \sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$.
15.52. а) $\sqrt{a + b}(\sqrt{a + b} + 1)$; б) $\sqrt{a + b}(\sqrt{a - b} - 1)$; в) $\sqrt{a - b}(3\sqrt{a - b} - 2)$;
 $\Gamma) \sqrt{a - b}(a + \sqrt{a + b})$. **15.53.** а) $(a + b)(\sqrt{a} + \sqrt{b})$; б) $(2 - \sqrt{b})(1 - \sqrt{ab})$;
в) $(\sqrt{ab} - 1)(\sqrt{a} + 1)$; $\Gamma) (b + \sqrt{a})(a + \sqrt{b})$. **15.54.** а) $(a - \sqrt{5})(a + \sqrt{5})$;
б) $(5 - \sqrt{p})(5 + \sqrt{p})$; в) $(\sqrt{11} - b)(\sqrt{11} + b)$; $\Gamma) (\sqrt{m} - 10)(\sqrt{m} + 10)$.

15.55. а) $(\sqrt{b} - \sqrt{3})(\sqrt{b} + \sqrt{3})$; б) $(4\sqrt{z} - \sqrt{5})(4\sqrt{z} + \sqrt{5})$; в) $(\sqrt{a} - \sqrt{c})(\sqrt{a} + \sqrt{c})$; г) $(\sqrt{7} - 8\sqrt{t})(\sqrt{7} + 8\sqrt{t})$. **15.56.** а) $(1 - \sqrt{p})^2$; б) $(\sqrt{x} + 3y)^2$; в) $(\sqrt{c} - \sqrt{d})^2$; г) $(\sqrt{q} + 2p)^2$. **15.57.** а) $(7\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$; б) $(c\sqrt{3} + 5)^2$; в) $(3\sqrt{m} - \sqrt{n})^2$; г) $(\sqrt{2a} + b)^2$. **15.58.** а) $(\sqrt{3} + 2)^2$; б) $(\sqrt{2} - 1)^2$; в) $(\sqrt{2} + 1)^2$; г) $(2 - \sqrt{3})^2$.

15.61. а) $\frac{1}{3\sqrt{x} + 4\sqrt{y}}$; б) $-(12\sqrt{b} + 11a)$; в) $5\sqrt{a} - 7\sqrt{b}$; г) $-\frac{1}{4\sqrt{c} + 9\sqrt{ab}}$.

15.62. а) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $\sqrt{2}$; в) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; г) $\sqrt{3}$. **15.63.** а) $\sqrt{\frac{2}{3}}$; б) $\sqrt{\frac{5}{7}}$; в) $\sqrt{\frac{3}{5}}$; г) $\sqrt{\frac{6}{5}}$.

15.64. а) $\frac{4}{\sqrt{3} - a}$; б) $-\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{5}}$; в) $\frac{\sqrt{x} - 5}{3}$; г) $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{m} - \sqrt{n}}$. **15.65.** а) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$; б) $3\sqrt{y} - x$; в) $\frac{1}{\sqrt{s} - \sqrt{r}}$; г) $\frac{1}{\sqrt{3a} + 5\sqrt{b}}$. **15.66.** а) $\frac{\sqrt{x} + 2\sqrt{y}}{\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}$; б) $\frac{\sqrt{2a} + 3\sqrt{b}}{3(\sqrt{2a} - 3\sqrt{b})}$; в) $\frac{x + 5\sqrt{y}}{x - 5\sqrt{y}}$; г) $\frac{2xy(\sqrt{3x} + \sqrt{y})}{\sqrt{3x} - \sqrt{y}}$. **15.67.** а) $a - \sqrt{ab} + b$; б) $x + 2\sqrt{x} + 4$; в) $\sqrt{c} - \sqrt{d}$; г) $9 - 3\sqrt{a} + a$. **15.68.** а) $-\frac{\sqrt{y}}{5}$; б) $\frac{3\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x}}$; в) $-\frac{\sqrt{n}}{12}$; г) $-\frac{\sqrt{c} + 2\sqrt{d}}{\sqrt{c}}$. **15.69.** а) 1; б) 1; в) -1; г) -1. **15.70.** а) $\sqrt{a} + 3$; б) $\sqrt{c} - 10$; в) $\sqrt{c} - 9$; г) $\sqrt{d} + 7$. **15.71.** а) $\frac{x + z}{\sqrt{xyz}}$; б) $\frac{m - \sqrt{nr}}{\sqrt{mnr}}$; в) $\frac{m - c}{\sqrt{cdm}}$; г) $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{c}}{\sqrt{ac}}$. **15.72.** а) $\frac{5(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 5)}$; б) $\frac{x}{\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}$; в) $\frac{6}{\sqrt{b}(\sqrt{b} - 2)}$; г) $\frac{d}{\sqrt{c}(\sqrt{c} - \sqrt{d})}$. **15.73.** а) $-\frac{1}{6}$; б) $-\frac{1}{\sqrt{pq}}$; в) $-\frac{2}{21}$; г) $\frac{3}{\sqrt{cd}}$. **15.76.** а) $\frac{3}{\sqrt{x}}$; б) $\frac{\sqrt{an}}{3}$; в) $\sqrt{\frac{r}{x}}$; г) $\frac{4}{\sqrt{an}}$. **15.77.** а) $\frac{\sqrt{x} - 4}{2\sqrt{x}}$; б) $\frac{(5 - \sqrt{z})(3 + \sqrt{z})}{\sqrt{z}}$; в) $-\frac{7\sqrt{y}}{5 + \sqrt{y}}$; г) $-\frac{\sqrt{c} + \sqrt{d}}{2\sqrt{c}}$. **15.78.** а) $\frac{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} - 4)}{6}$; б) $\frac{(1 + \sqrt{a})(\sqrt{a} + 2\sqrt{b})}{12}$; в) $\frac{3(\sqrt{c} - 5)}{2(\sqrt{c} + 6)}$; г) $\frac{15}{2\sqrt{n} - \sqrt{m}}$. **15.79.** а) $\frac{3\sqrt{t}}{4}$; б) $\sqrt{xy}$. **15.80.** а) $\sqrt{a} - 1$; б) $\frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c} + \sqrt{d}}$. **15.81.** а) $\frac{14}{9 - a}$; б) $\frac{6\sqrt{b} - 1}{4b - 1}$. **15.82.** а) $-\sqrt{12a^2}$; б) $\sqrt{5a}$; в) $-\sqrt{18a^2}$; г) $\sqrt{28a^2}$. **15.83.** а) 11; б) 8; в) 2; г) 38. **15.84.** а) $6 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$;

б) $8 - 2\sqrt{10} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$; в) $9 + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$; г) $41 - 2\sqrt{6} + 12\sqrt{3} - 12\sqrt{2}$.
 15.85. а) $-2\sqrt{6}$; б) $-\frac{1}{7}\sqrt{35}$; в) $\frac{7\sqrt{2}}{6}$; г) $-\frac{8\sqrt{14}}{7}$. 15.86. а) $-\frac{3}{5}\sqrt{15}$; б) $9\sqrt{5}$;
 в) $-13\sqrt{2}$; г) $5,7\sqrt{3}$. 15.90. Верно б). 15.94. а) $\frac{1}{x}$; б) m . 15.95. а) $\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$;
 б) $\frac{1}{\sqrt{c}}$. 15.96. а) 1; б) 36; в) 16; г) 100. 15.97. а) $6\sqrt{5} + 2$; б) 39.
 15.98. а) $A < B$; б) $A < B$; в) $A > B$; г) $A < B$. 15.99. а) $\frac{x}{x - \sqrt{2}}$; б) $\frac{1}{a}$.
 15.100. а) $2 + \sqrt{3}$; б) $\sqrt{2} - 1$; в) $2 - \sqrt{3}$; г) $\sqrt{2} + 1$. 15.101. -1. 15.102. 1.
 15.106. $4 + \sqrt{2}$. 16.7. а) $\sqrt{2}$; б) $\sqrt{5}$; в) 1; г) $2 - 2\sqrt{3}$. 16.8. а) 2; б) $8 - 3\sqrt{7}$;
 в) -1; г) $3\sqrt{3} - 5$. 16.23. а) -1; 3; б) 1; 9; в) 2; 12; г) 2; 20. 16.24. а) -1,5;
 -3,5; б) $3\frac{5}{6}$; $-\frac{1}{6}$; в) 3; -4,5; г) 1; $\frac{1}{3}$. 16.29. а) -1; 2; б) -1; $\frac{1}{3}$; в) -4; 2;
 г) -1,5; 1. 16.30. а) -8; 28; б) $\frac{1}{3}$; $\frac{11}{3}$; в) $-\frac{6}{5}$; $\frac{82}{35}$; г) $\frac{13}{4}$; $-\frac{33}{4}$. 16.31. а) ± 1 ;
 б) ± 1 ; в) ± 1 ; г) ± 1 . 16.32. а) $2\sqrt{5} - 1$; б) 6; в) $2\sqrt{7}$; г) $-2\sqrt{10}$. 16.33. а) - г) 1.
 16.34. а) $-\frac{1}{3x}$; б) $\frac{x+1}{3x(x-1)}$; в) $\frac{3x-1}{3x(x-1)}$; г) $\frac{x+1}{3x(x-1)}$. 16.35. а) $\frac{b(b-1)}{b^2+1}$;
 б) $\frac{b}{1-b}$; в) $\frac{b}{b-1}$; г) $\frac{b}{b-1}$. 16.36. а) -5; б) $2x - 1$; в) 5; г) -5. 16.37. а) -9;
 б) $2x - 7$; в) $4x - 11$; г) 9. 16.38. а) (6; 6); (-2; 2); б) (1; -1); в) (3; -3); (6; -6);
 г) нет решений. 16.39. а) (0; 0); (3; 9); (-3; 9); б) (0; 0); (4; 2). 16.40. а) $x \leq -3$;
 $x \geq 3$; б) $x < -1$; $x > 1$; в) $-\infty < x < +\infty$; г) $0 \leq x \leq 1$. 16.41. а) $x \leq 2$;
 б) $-\infty < x < +\infty$; в) $x > 2$; г) нет решений.

ГЛАВА 3. 17.27. а) -1; 2; б) -2; 4; в) -2; 1; г) -3; 1. 17.28. а) - г) Корней
 нет. 17.29. а) (1; 2); (-1; 2); б) $(\sqrt{6}; 6)$; $(-\sqrt{6}; 6)$; в) (2; 2); (-2; 2);
 г) $(\sqrt{5}; -5)$; $(-\sqrt{5}; -5)$. 17.30. а) (0; 0); (2; 8); б) (3; -9); (-2; -4); в) (0; 0);
 (3; -3); г) (-2; 8); (1; 2). 17.31. а) (4; 2); (0; 0); б) (0; 0); (2; 2); (-2; 2);
 в) (0; 0); г) (0; 0); (3; 3); (-3; 3). 17.32. а) (2; 1); б) (0; 0); (-2; -8);
 (2; -8); в) (2; 2); г) (0; 0); (-3; -9); (3; -9). 17.33. а) 2; б) 2; в) 2; г) 3.
 17.34. а) Нет решений; б) 1; в) нет решений; г) 1. 17.37. а) [0; 3]; б) [0; 12];
 в) (3; 12); г) [0; 3]. 17.38. а) (0; $+\infty$); б) [3; $+\infty$); в) [0; $+\infty$); г) (3; $+\infty$).
 17.39. а) $x \leq -3$; $x \geq 3$; б) $-3 < x < -1$; $1 < x < 3$; в) $-3 < x < 3$; г) $-6 \leq x \leq -3$;
 $3 \leq x \leq 6$. 17.40. а) $x < -2$; $x > 2$; б) $-2 \leq x < -1$; $1 < x \leq 2$; в) $-2 \leq x \leq 2$;

г) $-3 < x \leq -2$; $2 \leq x < 3$. 17.44. б) $f(x) = 2$ при $x = -1$; $f(x) = 0$ при $x = 0$; $f(x) = 8$ при $x = \pm 2$. 17.45. б) $f(x) = -2$ при $x = -2$, $x = 4$; $f(x) = 0$ при $x = 0$; $f(x) = -8$ при $x = -4$. 17.46. б) $f(x) = -1$ при $x = \pm 1$; $f(x) = 2$ — таких значений x не существует; $f(x) = 4,5$ при $x = 3$. 17.47. $A > B$. 17.48. $C = D$. 17.49. $M > N$. 17.50. $L < K$. 17.51. $P = Q$. 17.52. г) $-2 < x < 4$. 17.53. г) $x < -2$; $x > 1$. 17.54. а) $-2 < x < 1$; $x > 1$; б) $x < -2$; $x > 0$. 17.55. а) $0 < x < 3$; б) $-3 \leq x \leq 1$. 17.56. а) $2x^2$; б) $2x^4$; в) $2x^6$; г) $2x^4$. 17.57. а) $1,5x^4$; б) $6x^4$; в) $1,5x^4$; г) $6x^4$. 17.58. а) $-4x^4$; б) $-16x^4$; в) $-36x^4$; г) $-4x^6$. 17.59. $-2,5$. 17.60. -2 . 17.61. -1 . 17.62. а) $-1 \leq p < 0$; б) $p = 2$; в) $p = 0$; г) $0 < p < 2$. 17.63. а) $f(-2) = -2$, $f(2) = -2$, $f(2, 4) = -2$. 17.64. а) $f(-2,5) = -6,25$, $f(-0,5) = -1$, $f(4)$ не существует, $f(\sqrt{5} - 3) = -1$. 18.14. а) 1; б) -1 ; 4; в) -4 ; г) -1 ; 2. 18.15. а) Нет корней; б) 1; в) ± 3 ; г) -2 . 18.16. а) 1; б) 4; в) -1 ; г) 1. 18.17. а) (1; -5); б) (-4 ; -1); (1; 4); в) (-3 ; -1); г) (-3 ; 1); (-1 ; 3). 18.18. а) (-2 ; 2); б) (1; -1); в) (2; 4); г) (1; 2). 18.19. а) 2; б), в) нет решений; г) 2. 18.20. б) $-2 < x < 0$; $x > 2$. 18.21. б) $-1 < x < 0$; $x > 1$. 18.22. г) $f(a) + 1 = \frac{4+a}{a}$; $f(x) - 2 = \frac{4-2x}{x}$; $f(x-2) + 1 = \frac{2+x}{x-2}$; $f(x+7) - 1 = -\frac{x+3}{x+7}$. 18.23. г) $f(x-4) = -\frac{6+4x}{x}$; $f(2x) + 1 = \frac{x-3}{x}$; $f(x-1) + 2 = \frac{2x-8}{x-1}$; $2f(x+3) - 1 = -\frac{15+x}{x+3}$. 18.24. а) $f(-2) = 1$, $f(-1) = 2$, $f(1) = 2$; б) $f(x) = 2$ при $x = \pm 1$; $f(x) = 0$ при $x = 0$; $f(x) = \frac{1}{2}$ при $x = -4$; $\pm \frac{1}{2}$. 18.25. а) $f(-4) = -1$; $f(-1) = -4$; $f(1) = -\frac{1}{2}$; б) $f(x) = -2$ при $x = -2$; $f(x) = 0$ при $x = 0$; $f(x) = -\frac{1}{2}$ при $x = 1$ и $x = -8$. 18.26. $A > B$. 18.27. $C < D$. 18.28. $P > Q$. 18.29. а) [2; 6]; б) (-3 ; 0); в) (-6 ; -3]; г) (0; 1]. 18.30. а) $\frac{4}{x^2}$; б) $\frac{1}{x^3}$; в) $4x$; г) $-\frac{4}{x^5}$. 18.31. а) $\frac{16}{x^2}$; б) $\frac{x}{4}$; в) $\frac{64}{x^3}$; г) $-\frac{x}{2}$. 18.32. а) $x < -1$, $0 < x < 2$; б) $-2 < x < 0$, $x > 4$. 18.35. -1 . 18.36. а) $f(-3) = -3$; $f(1) = 1$; $f(\sqrt{33} - 1) = \frac{\sqrt{33} + 1}{4}$. 19.11. в) $y = 3(x+2)^2$; г) $y = -\frac{1}{2}(x-4)^2$. 19.12. а) $y = \sqrt{x-2}$; в) $y = -\sqrt{x+4}$. 19.13. в) $y = \frac{3}{x-2}$; г) $y = -\frac{1}{x+2}$. 19.14. в) $y = -|x-4|$; г) $y = |x+3|$. 19.15. а), г) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = 2$; б), в) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует. 19.16. а) $y_{\text{наим}} = -5$, $y_{\text{наиб}} = 0$; б)—г) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 0$. 19.17. а) $y_{\text{наим}} = 1$, $y_{\text{наиб}} = 4$; б) $y_{\text{наим}} = -2$, $y_{\text{наиб}}$ не существует;

в) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 4$; г) $y_{\text{наим}} = 1$, $y_{\text{наиб}}$ не существует. **19.18.** $y_{\text{наим}} = 1$, $y_{\text{наиб}} = 2$; б) $y_{\text{наим}} = -\frac{1}{2}$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; в) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = -1$;

г) $y_{\text{наим}} = -2$, $y_{\text{наиб}} = -1$. **19.19.** а) $y_{\text{наим}} = 1$, $y_{\text{наиб}} = 2$; б) $y_{\text{наим}} = 3$, $y_{\text{наиб}}$ не существует. **19.20.** а) $y_{\text{наим}} = -2$, $y_{\text{наиб}} = -1$; б) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 0$.

19.21. а) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = 2$; б) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; в) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; г) $y_{\text{наим}} = 3$, $y_{\text{наиб}} = 6$. **19.22.** г) $x = 1$. **19.23.** г) $x = -2$.

19.24. г) $x = -1$; $y = 0$. **19.25.** г) $x = 2$; $y = 0$. **19.26.** г) $-4 < x < 5$. **19.27.** г) $-2 \leq x \leq 0$. **19.28.** г) $x < 0$; $x > 4$. **19.29.** а) 1; 4; б) -4; -2; в) нет корней; г) -3; -7. **19.30.** а) 3; 0; б) нет корней; в) -1; -4; г) 0; 4. **19.31.** а) -2; б) -2; 1; в) -1; г) 0; 4. **19.32.** а) 2; б) 3; в) -3; г) 4. **19.33.** а) $f(-1) = -\frac{1}{2}$, $f(2) = 1$, $f(4) = 3$. **19.34.** а) $f(-1,5) = 4$, $f(-1) = -1$, $f(2) = -4$. **19.40.** а) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = 3$; б) $y_{\text{наим}} = 1$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; в) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; г) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = 4$.

19.41. а) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = 2$; б) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; в) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; г) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = 6$. **19.42.** $A < B$. **19.43.** $M < N$. **19.44.** $K > L$. **19.45.** $P = Q$. **19.46.** а) -2; 1; б) корней нет; в) 2; 5; г) -3. **19.47.** а) -3; б) 4; в) -4; г) 0. **19.48.** а) -2; б) 6; в) 2; г) 0. **19.49.** а) -1; 2; б) 2; в) 1; г) -2; 1. **19.50.** а) 2; б) 2; в) -4; -3; -2; г) -1.

19.51. а) (1; 1); (4; 4); б) нет решений; в) (0; -1); (-3; -4); г) (1; -4); (4; -1). **19.52.** а) (3; 0); (4; 1); б) (0; 4); (3; 1); в) (0; 2); г) (-1; 0); (-3; 2); (1; 2). **19.53.** а)—в) 2; г) нет решений. **19.54.** а) 3; б) 2. **19.55.** а) $0 < x < 2$; $x > 3$; б) $x \geq 3$. **19.56.** а) $f(-2,8) = 3,6$, $f(3,84) = 2,2$, $f(0) = -2$; б) $f(x) = 0$ при $x = -1$, $f(x) = 2$ при $x = -2$, $x = 3$, $f(x) = 4$ при $x = -3$. **19.57.** б) При $p = 0$, $2 < p \leq 8$ один корень; при $0 < p < 2$ два корня. **20.11.** в) $y = -2x^2 - 2$; г) $y = x^2 - 7$.

20.12. в) $y = \frac{3}{x} + 1$; г) $y = -\frac{1}{x} - 3$. **20.13.** в) $y = \sqrt{x} - 1$; г) $y = -\sqrt{x} + 3$. **20.14.** в) $y = |x| + 2$; г) $y = -|x| - 1$. **20.15.** а) -5, -3; б) $y_{\text{наим}} = -5$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; в) -5, 3; г) $y_{\text{наим}} = -5$, $y_{\text{наиб}}$ не существует. **20.16.** а) -1, 0; б) $y_{\text{наим}} = -4$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; в) -6, -3; г) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = -1$.

20.17. а) 1, 4; б) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 4$; в) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 4$; г) 1, 4. **20.18.** а) 0, $\frac{2}{3}$; б) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; в) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 2$; г) 1,25, 1,5. **20.19.** а) $y_{\text{наим}} = -1$, $y_{\text{наиб}} = 0$; б) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; в) $y_{\text{наим}} = 0$, $y_{\text{наиб}} = 1$; г) $y_{\text{наим}} = -1$, $y_{\text{наиб}}$ не существует. **20.20.** а) 0, 1; б) $y_{\text{наим}} = -2$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; в) 0, -2; г) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = -1$. **20.21.** а) -2, 2; б) $y_{\text{наим}} = -4$,

$y_{\text{наиб}}$ не существует; в) $y_{\text{наим}} = -4$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; г) -4 , 1. **20.22.** а) 0, 1; б) -1 , 2; в) 0, 2; г) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 2$. **20.23.** в) $y_{\text{наим}} = -2$; г) $y < 0$ при $-2 < x < 2$; $y > 0$ при $x < -2$, $x > 2$. **20.24.** в) $y_{\text{наиб}} = 9$; г) $y > 0$ при $-3 < x < 3$; $y > 0$ при $x < -3$, $x > 3$. **20.25.** в) $(-\infty; 2]$; г) $y > 0$ при $0 \leq x < 4$; $y < 0$ при $x > 4$. **20.26.** в) $[-1; +\infty)$; г) $y < 0$ при $0 \leq x < 1$; $y > 0$ при $x > 1$. **20.27.** в) $y < 0$ при $-2 < x < 0$; $y > 0$ при $x < -2$, $x > 0$; г) $x = 0$; $y = 2$. **20.28.** в) $y > 0$ при $-2 < x < 0$; $y < 0$ при $x < -2$, $x > 0$; г) $x = 0$; $y = -3$. **20.29.** в) $y < 0$ при $-1 < x < 1$; $y > 0$ при $x < -1$, $x > 1$; г) $y_{\text{наим}} = -1$. **20.30.** в) $y > 0$ при $-3 < x < 3$; $y < 0$ при $x < -3$, $x > 3$; г) 3. **20.31.** а) 1; б) 1; 4; в) -1 ; г) 1; -3 . **20.32.** а) 1; б) -4 ; в) 4; г) 0; 2. **20.33.** а) $f(-1,5) = -0,25$, $f(1) = 1$, $f(4) = 4$; в) $f(x) = 2$ при $x = 0$ и при $x = 2$, $f(x) = 1$ при $x = \pm 1$, $f(x) = -2$ при $x = -2$. **20.34.** а) $f(-1) = -1$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1\frac{2}{3}$, $f(3) = 1$. **20.35.** $A > B$. **20.36.** $K > L$. **20.37.** а) (1; 1); $(-1; 1)$; б) (1; 3); в) (0; 3); г) $(-4; -1)$. **20.38.** а), в) Нет решений; б) (1; -2); г) (4; 5). **20.39.** а) $f(-2) = 1$, $f(0) = 3$, $f(4) = 1\frac{1}{3}$. **20.40.** а) $f(-5) = 2$, $f(1) = 0$, $f(2) = 1$, $f\left(\frac{\pi^2}{4} + 1\right) = \frac{\pi}{2}$. **20.42.** а) $-2 \leq x \leq 1$; б) $-2 < x < 2$. **21.5.** а) $y = 2,5(x + 3)^2 - 4$; б) $y = -\frac{4}{x-2} + 1$; в) $y = \sqrt{x+1} + 2$; г) $y = |x-3| - 1$. **21.6.** а) $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$; б) $y = \frac{3}{x+1} - 2$; в) $y = -\sqrt{x+4} - 2$; г) $y = -|x-6| + 3$. **21.12.** а) $y = -2(x + 2)^2 + 2$; б) $y = (x-3)^2 - 5$; в) $y = -3(x-4)^2 + 9$; г) $y = \frac{1}{2}(x+3)^2 - 3$. **21.13.** а) $y = \frac{1}{x-1} + 2$; б) $y = -\frac{1}{x-4} - 3$; в) $y = \frac{3}{x+3} + 2$; г) $y = \frac{2}{x+2} - 1$. **21.14.** а) $y = \sqrt{x+1} - 1$; б) $y = -|x-2| + 4$; в) $y = -\sqrt{x-1} + 2$; г) $y = |x-3| + 1$. **21.15.** а) 3, 5; б) $y_{\text{наим}} = 3$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; в) 3, 5; г) $y_{\text{наим}} = 5$, $y_{\text{наиб}}$ не существует. **21.16.** а) -2 , 0; б) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 0$; в) $-2,5$, -2 ; г) $y_{\text{наим}} = -6$, $y_{\text{наиб}}$ не существует. **21.17.** а) -3 , -1 ; б) $y_{\text{наиб}}$, $y_{\text{наим}}$ не существуют; в) $y_{\text{наим}} = 2$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; г) $y_{\text{наим}} = \sqrt{5} - 3$, $y_{\text{наиб}}$ не существует. **21.18.** а) $y = 0$ при $x = 1$, $x = 5$; $y > 0$ при $1 < x < 5$; $y < 0$ при $x < 1$, $x > 5$; б) на $(-\infty; 3]$ функция возрастает, на $[3; +\infty)$ — убывает; в) 4; г) $x = 3$. **21.19.** а) $y = 0$ при $x = 4$; $y > 0$ при $-2 < x < 4$; $y < 0$ при $x < -2$, $x > 4$; б) на $(-\infty; -2)$ и на $(-2; +\infty)$ функция убывает; в) $(-2; -1)$; г) $x = -2$, $y = -1$. **21.20.** а) $[-2; +\infty)$; б) $[0; +\infty)$; в) $(0; -1)$,

(3; 0); г) $y > 0$ при $x > 3$; $y < 0$ при $-1 \leq x < 3$. 21.21. а) -3; б) на $(-\infty; 2]$ функция убывает, на $[2; +\infty)$ — возрастает; в) $y = 0$ при $x = -1$, $x = 5$; $y > 0$ при $x < -1$, $x > 5$; $y < 0$ при $-1 < x < 5$; г) $[-3; +\infty)$. 21.22. а) 5; б) на $(-\infty; -2]$ функция возрастает, на $[-2; +\infty)$ — убывает; в) $y = 0$ при $x = -7$, $x = 3$; $y > 0$ при $-7 < x < 3$; $y < 0$ при $x < -7$, $x > 3$; г) $(-\infty; 5]$. 21.23. а) $-1 < p \leq 4$; б) $p = -1$, $p = -4$; в) $-4 < p < -1$; г) $p < -4$, $p > 4$. 21.24. а) $f(-2) = 0$, $f(-1) = 0$, $f(0,25) = -2,5$; в) $f(x) = 1$ при $x = -3$; $f(x) = 0$ при $x = -1$, $x = -2$; $f(x) = -2$ при $x = 0$, $x = -1,5$. 21.26. а) $y = (x + 1)^2 + 2$; б) $y = (x - 2)^2 - 3$; в) $y = (x + 3)^2 + 1$; г) $y = (x - 7)^2 + 2$. 22.5. а) $x = \frac{1}{4}$; б) $x = \frac{1}{5}$; в) $x = -\frac{6}{7}$; г) $x = 1$. 22.6. а) $(-1; -5)$; б) $(-1; 5)$; в) $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}\right)$; г) $(1; -1)$. 22.13. $c = 10$. 22.14. $c = -2$. 22.15. а) -3, -1; б) $y_{\text{наим}} = -3$, $y_{\text{наиб}}$ не существует; в) -1, 69; г) $y_{\text{наим}} = 5$, $y_{\text{наиб}}$ не существует. 22.16. а), в) 3, 4; б) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 4$; г) $y_{\text{наим}}$ не существует, $y_{\text{наиб}} = 3$. 22.17. а)—г) -11, 1. 22.18. в) -9; д) $y > 0$ при $x < -5$, $x > 1$; $y < 0$ при $-5 < x < 1$. 22.19. в) 9; д) $y > 0$ при $-1 < x < 3$; $y < 0$ при $x < -1$, $x > 3$. 22.20. а) На $(-\infty; 2]$ убывает, на $[2; +\infty)$ возрастает; б) на $(-\infty; 0]$ убывает, на $[0; +\infty)$ возрастает; в) на $(-\infty; -1]$ возрастает, на $[-1; +\infty)$ убывает; г) на $(-\infty; 0]$ возрастает, на $[0; +\infty)$ убывает. 22.21. а) На $(-\infty; -3]$ убывает, на $[3; +\infty)$ возрастает; б) на $(-\infty; 1,5]$ возрастает, на $[1,5; +\infty)$ убывает; в) на $(-\infty; 1]$ возрастает, на $[1; +\infty)$ убывает; г) на $(-\infty; -2]$ убывает, на $[-2; +\infty)$ — возрастает. 22.22. а) (1; 0), (5; 0); б) (6; 0), (-2; 0); в) (-3; 0), (-1; 0); г) (1; 0), (7; 0). 22.23. а), в) Два; б), г) три. 22.24. а) $1 < x < 5$; б) $x \leq 2$, $x \geq 4$; в) $x \leq 1$, $x \geq 5$; г) $0 < x < 6$. 22.25. а) $x \leq -3$, $x \geq -1$; б) $-4 < x < 0$; в) $-3 < x < -1$; г) $x \leq -4$, $x \geq 0$. 22.26. а)—г) Два. 22.27. а) $2x^{10} - 5x^5 + 3$; б) $-x^2 - 4x - 7$. 22.28. а) $c = 2$; б) $c = 4$. 22.29. а) $a = 0,35$; б) $a = -0,5$. 22.30. а) $b = -2$; б) $b = 16$. 22.33. а) $f(2) < f(2,0137)$; б) $f\left(\frac{65}{63}\right) < f\left(\frac{63}{65}\right)$; в) $f(1,999) > f(2)$; г) $f(49,7) > f(49,69)$. 22.34. а) $f(-2,43) < f(-3)$; б) $f(-59,9) > f(-60)$; в) $f\left(-\frac{25}{7}\right) < f(-3)$; г) $f(-0,99) > f(1,1)$. 22.35. а) $f(\sqrt{2}) > f(-1)$; б) $f(-12,473) > f(-12,472)$; в) $f(-1) < f(-\sqrt{5})$; г) $f(\sqrt{2}) < f(\sqrt{3})$. 22.36. а) $20x^2 + 6x - 2$; б) $5x^2 - 7x$; в) $5x^6 + 3x^3 - 2$; г) $90x^2 + 18x - 4$. 22.37. а) $-2x^2 - x - 4$; б) $-2x^2 - 19x - 49$; в) $-2x^4 - x^2 - 4$; г) $-24x^2 + 6x - 12$. 22.38. $\frac{3}{4}$. 22.39. $\frac{5}{3}$. 22.40. а) Нет решений; б), в) два; г) нет решений. 22.47. а) $-1 < x < 0$, $1 < x < 2$; б) $0 < x < 2$, $3 < x < 5$. 22.48. $a = 2$. 22.49. $c = 5$; $c = 13$. 22.50. $b = -2$; $c = -1$. 22.51. $a = 4$; $b = -8$;

$c = 2$. 22.52. $b = -6$; $c = 8$. 22.53. $b = 4$; $c = 1$. 22.54. $y = -3x^2 - 12x - 9$.
 22.55. $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{7}{3}x + 1$. 23.1. а) 0; 2; б) 0; 6; в) -4; 0; г) -8; 0. 23.2. а) -2; 2; б) -1; 1; в) -3; 3; г) -4; 4. 23.3. а) -1; 1; б) 0; 2; в) -2; 2; г) -6; 0.
 23.4. а) -3; 1; б) 1; 3; в) -5; 1; г) -1; 3. 23.5. а) -1; 2; б) -1; 4; в) -1; -2; г) -3; 2. 23.6. а) 1; 5; б) -4; 1; в) -2; -4; г) -2; 3. 23.7. а) 2; 3; б) -3; 2; в) -2; 3; г) -2; -3. 23.9. 2 см и 4 см. 23.10. 3 дм и 4 дм. 23.11. 3 см и 4 см.
 23.12. а) 2; 4; б) 2; -4; в) 4; -2; г) -2; -4. 23.13. а) 2; б) 1; в) 2; г) нет корней. 23.14. а) 2; б) 1; в) нет корней; г) 2. 23.15. $p = 0$. 23.16. $p < 2$.
 23.17. $p > 0$. 23.18. $p \geq -10$. 23.19. а) $p < -1$; б) $p = -1$; в) $p > -1$. 23.20. 6 м и 4 м. 23.21. 2 см и 6 см. 23.22. 3 м, 4 м, 5 м. 23.23. $\frac{3}{5}$. 23.24. 4 км/ч, 6 км/ч.

ГЛАВА 4. 24.19. а) ± 5 ; б) $\pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$; в) ± 3 ; г) $\pm \frac{\sqrt{13}}{3}$. 24.22. а) -6; б) 3,5; в) 8; г) $-1\frac{2}{3}$. 24.23. а) 0; 2; б) $\pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$; в) 0; г) нет корней. 24.24. а) 0; 9; б) 0; $\frac{1}{3}$; в) 0; -3; г) ± 2 . 24.25. 1 и 2. 24.26. 2 и 3. 24.27. 4 с. 24.28. 12 см.
 24.29. $4\sqrt{3}$ см. 24.30. 3 км/ч. 24.31. а) $p = 1$, $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$; $p = 0,5$, $x = \frac{1}{12}$, $x = 0$; б) $p = 0$, $x = 0$, $x = 1,5$; в) $p = -1,5$, решений нет; $p = -2$, $x = 0$, $x = -\frac{1}{3}$; г) $p = -3$, $x = 0$. 24.32. а) $p = 2$; б) $p = \pm 3$; в) $p = 2$; г) $p = 1,5$.
 24.33. а) $p = -10$; б) $p = -38$; в) $p = -2$; г) $p = -21$. 24.34. а) $p = 16$; б) $p = 0$; в) $p = -250$; г) $p = 0$. 24.35. а) 3; 5; б) 10; 2; в) 3; 1; г) -4; -2. 24.36. а) -5; 2; б) 0,5; 2; в) -2; -7; г) -0,5; 1,5. 24.37. а) 0; 3,5; б) $\pm \sqrt{2}$; в) 0; 7; г) $\pm \sqrt{3}$. 24.38. а) 0; 17; б) ± 1 ; в) 0; -68; г) ± 2 . 24.39. а) 0; б) ± 4 ; в) 0; г) $\pm 1,5$. 25.15. а) -2; -3; б) 2; 4; в) -2; 5; г) -7; 3. 25.16. а) 3; $-4\frac{1}{3}$;
 б) 2; в) 2,5; $-\frac{3}{4}$; г) 25. 25.17. а) $\frac{-3 \pm \sqrt{6}}{2}$; б) -4,5; -0,5; в) $\frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2}$; г) $\frac{2}{3}$;
 $-\frac{1}{4}$. 25.18. а) $\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{3}$; б) 6; 1,5; в) -0,25; г) $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. 25.19. а) 3; 4; б) 2; $\frac{1}{3}$; в) -6; 0,8; г) -2. 25.20. а) ± 6 ; б) 0; $\frac{4}{9}$; в) ± 8 ; г) 0; 3. 25.22. 8. 25.23. 7 см, 12 см. 25.24. 10 и 12 или -12 и -10. 25.25. 9 м, 40 м. 25.26. 10×10 . 25.27. 17 и 18. 25.28. 49. 25.29. 22, 23, 24. 25.30. 33 см, 56 см, 65 см.
 25.31. 20 см. 25.32. 17 и 18. 25.33. 20 и 21. 25.34. 5%. 25.35. 10%.

25.36. а) $-\sqrt{2}$; $-2\sqrt{2}$; б) $\frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{2}}{2}$; в) $-\sqrt{5}$; $4\sqrt{5}$; г) $\frac{\sqrt{7} \pm \sqrt{3}}{4}$.
 25.37. а) $\frac{3 \pm \sqrt{21}}{6}$; б) $-1,5$; 1 ; в) 1 ; г) нет корней. 25.38. а) $-0,8$; 3 ;
 б) -1 ; 13 ; в) 2 ; $\frac{5}{6}$; г) -1 ; $\frac{31}{22}$. 25.39. б). 25.40. 12 команд. 25.41. 15 уча-
 щихся. 25.42. 18. 25.43. 60 км/ч, 80 км/ч. 25.44. 10%. 25.45. а) 1 ; б) 2 ;
 в) 4 ; г) 3 . 25.46. а) p ; $p - 2$; б) $\frac{p}{3}$; $\frac{1}{2}$; в) $p + 1$; $-2p$; г) $-\frac{p}{2}$; $-\frac{1}{3}$. 25.48. а) 1 ;
 -2 ; -3 ; б) 3 ; 4 ; $\frac{-7 - \sqrt{97}}{2}$; в) 1 ; -1 ; г) $\frac{7 - \sqrt{97}}{2}$. 26.1. а) 1 ; $1\frac{1}{3}$; б) -3 ; 5 ;
 в) -2 ; 12 ; г) -1 ; 1 . 26.2. а) 0 ; 3 ; б) 14 ; -2 . 26.3. а) 6 ; $-2,8$; б) -3 ; $0,8$.
 26.4. а) 6 ; б) -2 ; в) -4 ; г) $-\frac{2}{3}$. 26.5. а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{3}{2}$; г) 2 . 26.6. а) -6 ;
 1 ; б) -3 ; 1 ; в) $-3,5$; 5 ; г) -4 ; -1 . 26.7. а) 3 ; -1 ; б) -23 ; 1 ; в) 1 ; 2 ; г) -27 ;
 -1 . 26.8. а) -10 ; 3 ; б) -3 ; 4 ; в) 0 ; 4 ; г) -6 ; 5 . 26.9. а) -1 ; б) $\frac{1}{3}$; в) 3 ;
 г) $2,8$. 26.10. а) 5 ; б) 9 ; в) -4 ; г) 4 . 26.11. а) $-3\frac{1}{3}$; б) -1 ; в) $2,5$; г) 3 .
 26.12. а) $0,5$; 1 ; б) 2 . 26.13. а) Нет; б) 1 ; -3 . 26.14. а) ± 1 ; ± 4 ; б) $\pm \sqrt{2}$;
 в) $\pm \sqrt{5}$; г) ± 2 . 26.15. а) $\pm \frac{1}{2}$; ± 3 ; б) $\pm \frac{2}{3}$; в) $\pm \frac{3}{4}$; ± 1 ; г) ± 2 . 26.16. а) 2 ; -1 ;
 б) 1 ; 2 ; в) 1 ; -2 ; г) -2 ; -1 . 26.17. а) -5 ; 4 ; б) $-\frac{1}{2}$; 0 ; в) -2 ; 6 ; г) $\pm \frac{2}{5}$. 26.18. а) 3 ;
 б) $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$; в) $-2,2$; 6 ; г) $-1,5$. 26.19. а) ± 3 ; б) 20 ; в) ± 1 ; г) $0,5$. 26.20. а) Нет
 корней; б) $\frac{7 \pm 3\sqrt{6}}{10}$; в) 0 ; -6 ; г) нет корней. 26.21. а) $-\frac{2}{3}$; б) $\pm \frac{7}{8}$; в) нет
 корней; г) 2 ; 4 . 26.22. а) 2 ; $\frac{7}{3}$; б) -2 ; $-\frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{5}$; $-\frac{2}{5}$; г) $\frac{5}{7}$; $\frac{11}{14}$.
 26.23. а) ± 1 ; -3 ; б) 0 ; в) 0 ; ± 2 ; г) -2 . 26.24. а) $\pm \sqrt{10}$; ± 4 ; б) 3 ; 1 ; в) 4 ;
 -1 ; г) 0 ; -2 . 26.25. а) $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{6}$; б) 1 ; в) $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{4}$; г) 7 . 26.26. а) 3 ; 0 ; б) 2 ; $\frac{1}{2}$;
 в) 2 ; 3 ; г) $-1 \pm \sqrt{6}$; 1 ; -5 . 26.27. а) 1 ; -2 ; б) 0 ; 1 ; в) -4 ; -2 ; ± 1 ; г) 1 ; 2 .
 26.28. а) $\frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$; б) $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$; 1 ; в) $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$; г) 2 ; $\frac{1}{2}$. 27.1. 12 км/ч.
 27.2. 4 км/ч. 27.3. 15 км/ч и 18 км/ч. 27.4. $\frac{3}{4}$. 27.5. 80 км/ч, 70 км/ч.

27.6. 50 км/ч. 27.7. 15 км/ч. 27.8. 80 км/ч. 27.9. 12 км/ч. 27.10. 40 км/ч.
 27.11. 15 км/ч, 6 км/ч. 27.12. 60 км/ч и 45 км/ч. 27.13. 80 км/ч, 60 км/ч.
 27.14. 20 машин. 27.15. 36 дней. 27.16. 15 км/ч. 27.17. 18 км/ч.
 27.18. 24 км/ч. 27.19. 8 км/ч. 27.20. 21 км/ч. 27.21. 3 км/ч. 27.22. 10 км/ч.
 27.23. 15 км/ч. 27.24. 18 км/ч. 27.25. 10 км/ч. 27.26. 50 т, 60 т. 27.27. 40 де-
 талей. 27.28. 8 изделий. 27.29. $\frac{2}{5}$. 27.30. $\frac{3}{8}$. 27.31. $\frac{3}{4}$. 27.32. 40 км/ч.
 27.33. 2 ч 24 мин. 27.34. 30 см. 27.35. 18 км. 27.36. 50 км/ч. 27.37. 48 км/ч,
 60 км/ч. 27.38. 12,5 км/ч. 27.39. 6 км/ч. 27.40. 47 человек. 27.41. 75 га.
 27.42. 5 км/ч, 6 км/ч. 27.43. 16 км/ч. 27.44. 120 г. 27.45. 25 кг. 28.2. а) -20;
 -14; б) -6; 22; в) 6; 18; г) -30; 4. 28.3. а) $-\frac{7}{9}$; 3; б) -1; $\frac{1}{7}$; в) -2; $\frac{2}{5}$;
 г) $-\frac{1}{5}$; 1. 28.4. а) $1 \pm \sqrt{2}$; б) $-2 \pm \sqrt{3}$; в) $-1 \pm \sqrt{3}$; г) $3 \pm \sqrt{2}$. 28.5. а) $\frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$;
 б) $\frac{-2 \pm \sqrt{3}}{3}$; в) $\frac{3 \pm \sqrt{2}}{2}$; г) $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{5}$. 28.6. а) $3 \pm 3\sqrt{2}$; б) $3 \pm \sqrt{5}$; в) $6 \pm 4\sqrt{2}$;
 г) $-6 \pm 3\sqrt{3}$. 28.7. 15 см, 45 см. 28.8. 15 см $\times$ 15 см. 28.9. 11 и 17.
 28.10. 480 см². 28.11. 60 км/ч. 28.12. 36 км/ч. 28.13. 32 км/ч, 36 км/ч.
 28.14. 65 км/ч. 28.15. 80 км/ч, 100 км/ч. 28.16. 60 км/ч. 28.17. 24 км/ч.
 28.18. 10 км/ч. 28.19. а) -3; 55; б) 1; $-44\frac{1}{3}$; в) -127; 19; г) 8; $-\frac{8}{17}$.
 28.20. а) $2\sqrt{3}$; б) $-\sqrt{5} \pm 5$; в) $-3\sqrt{2}$; г) $2\sqrt{2} \pm 2$. 28.21. а) $p + 1$; $p - 3$;
 б) $-p - 4$; $2 - p$; в) $p - 5$; $p + 3$; г) $1 - p$; $-7 - p$. 28.22. а) $-p \pm 1$; б) $p = 0$,
 $x = \frac{1}{4}$; $p < 0$, $0 < p \leq 4$, $x = 2 \pm \sqrt{4 - p}$; $p > 4$, корней нет; в) $2p \pm 1$;
 г) $p = 0$, $x = \frac{1}{3}$; $p < 0$, $0 < p \leq 9$, $x = \frac{6 \pm 2\sqrt{9 - p}}{p}$; $p > 9$, корней нет.
 28.23. а) $p = 4$, $x = -1$; $p \neq 4$, $x = -1$, $x = \frac{p}{4 - p}$; б) $p = 0$, $x = -1,5$; $p < 0$,
 $0 < p \leq 1$, $x = \frac{-(p \pm 1) \pm \sqrt{1 - p}}{p}$; $p > 1$, корней нет. 28.24. 60 км/ч.
 28.25. 16 км/ч. 28.26. 20%. 28.27. 20%. 28.28. 14 дней. 29.9. а) $x^2 - 6x +$
 $+ 8 = 0$; б) $x^2 + 2x - 15 = 0$; в) $x^2 + 7x - 8 = 0$; г) $x^2 + 8x + 12 = 0$;
 29.10. а) $x^2 - 0,5x - 5 = 0$; б) $6x^2 + 5x - 6 = 0$; в) $x^2 + 3,9x + 3,6 = 0$;
 г) $15x^2 + 16x - 15 = 0$. 29.11. а), б), г) Нет; в) да. 29.12. а) $b = -5$;
 $c = -3$; б) $a = -1$; $c = 12$; в) $a = -8$, $b = -14$; г) $a = 6$, $c = -72$. 29.13. $p = 1$.
 29.14. $p = 3$, $p = 4$. 29.15. а) $(x - 3)(x - 8)$; б) $(x - 5)(x + 3)$;
 в) $(x + 3)(x + 4)$; г) $(x + 5)(x - 2)$. 29.16. а) $-(x - 15)(x - 1)$; б) $-(x + 9)$
 $(x - 1)$; в) $-(x - 3)(x - 2)$; г) $-(x - 8)(x + 1)$. 29.17. а) $(3x - 1)(x + 2)$;
 б) $(2x + 1)(3x + 1)$; в) $(5x - 3)(x + 1)$; г) $(3x - 1)(5x - 1)$; 29.18. а) $-(x + 3)(3x - 1)$;

- б) $-(5x-1)(x-1)$; в) $-(2x-1)(x-4)$; г) $-(x+5)(4x-17)$. **29.19.** а) $\frac{1}{x+3}$;
- б) $\frac{3x-1}{x}$; в) $\frac{1}{x+3}$; г) $\frac{5x-4}{x}$. **29.20.** а) $\frac{2x+7}{x-1}$; б) $\frac{3x-1}{x-3}$; в) $\frac{2x-1}{x-4}$;
- г) $\frac{2x-1}{x-5}$. **29.21.** а) $\frac{x-5}{x+10}$; б) $-\frac{2x+3}{5x+2}$; в) $\frac{6x-13}{2x+9}$; г) $\frac{7x-2}{2-x}$.
- 29.22.** а) $\frac{x}{x-3}$; б) $\frac{3}{x-4}$. **29.23.** а) 2; -1; б) 1; 23. **29.24.** а) 3,5; б) 0,5.
- 29.25.** а) $-\frac{3}{2}$; б) $-\frac{4}{3}$. **29.26.** а) 10; 78; б) 6; 20; в) 5; 21; г) -38; 3. **29.28.** а) 1;
- $-2\frac{5}{13}$; б) 1; $4\frac{2}{5}$; в) 1; $3\frac{1}{3}$; г) 1; $-12\frac{2}{3}$. **29.30.** а) -1; -5; б) -1; $2\frac{38}{67}$; в) -1;
- $-\frac{6}{11}$; г) -1; $3\frac{9}{14}$. **29.31.** а) $x^2 - 2 = 0$; б) $x^2 - 45 = 0$; в) $x^2 - 7 = 0$;
- г) $x^2 - 162 = 0$. **29.32.** а) $x^2 - 6x + 7 = 0$; б) $x^2 - x - 1 = 0$; в) $x^2 - 4x - 1 = 0$;
- г) $49x^2 + 56x + 13 = 0$. **29.33.** а) $(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+4)$; б) $(\sqrt{x}-9)(\sqrt{x}+2)$;
- в) $(\sqrt{x}-7)(\sqrt{x}-5)$; г) $(\sqrt{x}+8)(\sqrt{x}-5)$. **29.34.** а) $(\sqrt{x}+1)(7\sqrt{x}+16)$;
- б) $(x\sqrt{x}-3)(3x\sqrt{x}-1)$; в) $(\sqrt{x}+1)(9\sqrt{x}-5)$; г) $(x\sqrt{x}-2)(2x\sqrt{x}-1)$.
- 29.35.** а) $(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$; б) $-(x^3-4)(2x^3-1)$;
- в) $-(x-2)(x+2)(x-4)(x+4)$; г) $(5x^3-1)(3x^3-1)$. **29.36.** а) $(x-6+2\sqrt{3}) \times$
- $\times (x-6-2\sqrt{3})$; б) $(2x-1+\sqrt{2})(2x-1-\sqrt{2})$; в) $(x-3+2\sqrt{2})(x-3-2\sqrt{2})$;
- г) $(2x-3+\sqrt{2})(2x-3-\sqrt{2})$. **29.37.** а) $\frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}-4}$; б) $(x-1)(x+3)$;
- в) $\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$; г) $\frac{x}{x^2+1}$. **29.38.** а) $x+2$; б) $x+4$; в) $x-2$; г) $x-1$.
- 29.39.** а) 115; б) -153. **29.40.** а) $\frac{70}{9}$; б) $\frac{8}{9}$. **29.41.** $p = -0,5$. **29.42.** $p = 3$,
- $p = 1,5$. **29.43.** $\pm\sqrt{\frac{13}{6}}$; $\pm\sqrt{\frac{17}{6}}$. **29.44.** -2; -0,5. **29.45.** При $p = -2$ $x = 4$,
- $x = 7$; при $p = 4$ $\frac{2}{3} x = -1$, $x = -8$. **29.46.** При $p = 25$ $x = 5$, $x = 2,5$.
- 29.47.** При $p = 20$ $x = 2$, $x = 5$. **29.48.** а) $\frac{2x-1}{x^2}$; б) $\frac{15a}{3a-1}$. **29.49.** а) $\frac{5-a}{3(a+1)}$;
- б) $\frac{3a+4}{a-2}$. **29.51.** а) $-3\frac{1}{3}$; б) -1. **29.52.** а) 2; 73; б) 2; -18,5. **29.53.** а) 9;
- б) $-\frac{1}{4}$. **29.54.** а) 8; б) нет корней. **29.55.** а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{2}$. **30.3.** а) -2; $\frac{3}{4}$;
- б) 7; $\frac{2}{3}$; в) 2; -1,4; г) 0,6; -5. **30.4.** а) -4; б) $\frac{1}{3}$; в) 11; г) -0,5. **30.6.** а) 3;

б) нет корней; в) 1; г) нет корней. 30.7. а) 4; 16; б) 4; 9; в) 9; 16; г) 1; 4. 30.8. а) 25; б) 36; в) 9; г) 36. 30.9. а) 25; б) 9; в) 9; г) 16. 30.10. а) 2; б) -1; в) $\frac{45}{7}$; г) $\frac{5}{12}$. 30.11. а) -3; б) -1; в) -2; г) $\frac{3}{4}$. 30.12. а) 2; б) -11; в) 11; г) -3. 30.13. а) 5; б) $\frac{23}{25}$; в) $\frac{9}{4}$; г) нет корней. 30.16. а) 1; б) 1; $-\frac{1}{6}$; в) 1; г) 2. 30.17. а) 1; б) -1; $\frac{1}{2}$; в) -2; г) -2; $\frac{8}{5}$. 30.18. а) 0; -1; б) нет корней; в) -1; г) нет корней. 30.19. а) 35; б) 1; в) 17; г) 2; 3. 30.20. а) -1; б) 3; -1; в) 5; г) нет корней. 30.21. а) 2; б) 2; в) $4\frac{1}{6}$; г) 6. 30.22. а) 7; 8; б) -1; в) 2; г) 3. 30.23. а) $\pm 2\sqrt{2}$; б) 3; в) $\pm\sqrt{10}$; г) 101. 30.24. а) 2,8; -1,1; б) 1,4; в) $\pm 1\frac{2}{7}$; г) $\frac{1}{2}$.

ГЛАВА 5. 31.4. а) >; б) — г) <. 31.5 а), в), г) <; б) >. 31.6. а), б) >; в), г) <. 31.10. а) $a + b > ab$; б) $m^2 < n$; в) $\frac{k+l}{2} < 3(k+l)$; г) $3p > p^3$. 31.11. а) $t - s > \frac{t}{s}$; б) $(m+n)^2 \leq m - n$; в) $k^2 - l^2 < 2kl$; г) $n(n+1) \geq (n+1)^2$. 31.17. а), б), г) Да; в) нет. 31.18 а) — г) Да. 31.19. $\frac{1}{c}$; $\frac{1}{a}$; $\frac{1}{b}$; $\frac{1}{d}$. 31.21. а) $6 > -1$; б) $12,2 < 17,5$; в) $5,8 > 1,9$; г) $10,4 < 21,9$. 31.27. а) Да; б) нет; в) да; г) нет. 31.28. а) Да; б), в) нет; г) да. 31.29. а) $2k + 3l > 27$; б) $-k - l < -10$; в) $k + 1,5l > 13,5$; г) $-4k - 5l < -47$. 31.30. а) $p - 25 > -8$; б) $s - 3p < -1$; в) $4s - 2p < 16$; г) $3p - 6s > -24$. 31.31. а) $m + n + 4 > 9$; б) $12 - 4n - 3m < -7$; в) $3 - 2m - 5n < -19$; г) $7m + 6n + 1 > 32$. 31.32. а) $x - 5 - 2y > -23$; б) $14 - 2x + 3y < 38$; в) $5x - y + 10 > 28$; г) $16 - 3y + 4x > 4$. 31.34. а) $5 < 0,5a < 8$; б) $-6 < a - 16 < 0$; в) $-48 < -3a < -30$; г) $21 < 2a + 1 < 33$. 31.35. а) $5,2 < 2\sqrt{7} < 5,4$; б) $7,2 < 2\sqrt{7} + 2 < 7,4$; в) $-2,7 < -\sqrt{7} < -2,6$; г) $0,3 < 3 - \sqrt{7} < 0,4$. 31.36. а) $6,1 < \sqrt{8} + \sqrt{11} < 6,3$; б) $-0,6 < \sqrt{8} - \sqrt{11} < -0,4$; в) $9,4 < \sqrt{8} + 2\sqrt{11} < 9,7$; г) $5 < 3\sqrt{8} - \sqrt{11} < 5,4$. 31.37. а) $3 < \frac{1}{4}a + b < 4,5$; б) $7 < a - \frac{1}{2}b < 9,5$; в) $8 < ab < 20$; г) $4 < \frac{a}{b} < 10$. 31.48. а) $2,8 < \sqrt{8}$; б) $\sqrt{3} > 1,7$; в) $\sqrt{10} < 3,4$; г) $\sqrt{7} < 2,7$. 31.49. а) $\sqrt{5} < \frac{4}{5}\sqrt{8}$; б) $\sqrt{3} > \frac{7}{6}\sqrt{2}$; в) $\sqrt{8} < \frac{4}{5}\sqrt{13}$; г) $\sqrt{7} > \frac{3}{5}\sqrt{19}$. 31.50. а), б) $a < b$; в), г) $a > b$. 31.51. а) $a > b$; б) — г) $a < b$. 31.54. $l - 12$; $l - 1,45$; l ; k ; $k + 0,2$; $k + 2,6$. 31.55. а) — г) Нет. 31.56. а), г) Нет; б), в) да. 31.57. а) Да; б) нет;

в) да; г) нет. **32.8.** а), г) Убывает на $(-\infty; 0)$, возрастает на $(0; +\infty)$; б), в) возрастает на $(-\infty; 0)$, убывает на $(0; +\infty)$. **32.9.** а), г) Возрастает на $[0; +\infty)$; б) убывает на $[0; +\infty)$; в) возрастает на $[3; +\infty)$. **32.10.** а), в) Убывает на $(-\infty; 0]$, возрастает на $[0; +\infty)$; б) возрастает на $(-\infty; 0]$, убывает на $[0; +\infty)$; г) убывает на $(-\infty; 1]$, возрастает на $[1; +\infty)$. **32.11.** а) $f(-2) = -2$, $f(1) = 1$, $f(5) = \frac{1}{5}$. **32.12.** а) $f(-1) = 2$, $f(0) = 0$, $f(4) = 2$. **32.13.** а) $f(-3)$ не существует, $f(0) = 0$, $f(6) = 6$. **33.10.** а) $a > \frac{3}{5}$; б) $b < -\frac{11}{23}$. **33.11.** а) $c \geq 1\frac{9}{13}$; б) $d \leq -2$. **33.12.** а) $m > -1,2$; б) $n < 0$. **33.13.** а) $p \geq 1$; г) $q < -1,5$. **33.14.** а) $a > 24$; б) $b > 5$; в) $c > 0,5$; г) $x < 3$. **33.15.** а) $d \geq 2\frac{2}{3}$; б) $m \leq -15$; в) $n \geq -10$; г) $p \leq -1$. **33.16.** а) $x < 3$; б) $y \geq 4$; в) $z > 2$; г) $t \leq 3$. **33.17.** а) $x < 3$; б) $y \leq -1\frac{2}{3}$; в) $z \geq -4$; г) $t < 0,8$. **33.18.** а) $x > -1$; б) $y \geq -\frac{3}{8}$; в) $z < 2,5$; г) $t > -2,4$. **33.19.** а) $p > 0$; б) y — любое число; в) $q \leq 0$; г) r — любое число. **33.20.** а) a — любое число; б) решений нет; в) z — любое число; г) решений нет. **33.21.** а) $a > 1\frac{1}{3}$; б) $b < 4,8$; в) $c > 1\frac{3}{8}$; г) $d < 0$. **33.22.** а) $a > -\frac{2}{3}$; б) $x \leq 1\frac{1}{3}$; в) $x > 1,4$; г) $x \geq -\frac{1}{2}$. **33.23.** а) $x \geq 2$; б) $x \leq -4\frac{1}{9}$; в) $x \leq 19\frac{2}{3}$; г) $x \geq 2,4$. **33.24.** а) $a > 8,4$; б) $c \leq -3\frac{6}{7}$; в) $b \geq -12$; г) $d > 0$. **33.26.** а) $x < -12$; б) $2\frac{8}{17}$. **33.27.** а) $a > 5$; б) $x > -1$; в) $y \leq -5$; г) $c > -\frac{1}{5}$. **33.28.** а) $m < 2$; б) $n > -\frac{2}{5}$; в) $p > 2$; г) $q < \frac{2}{15}$. **33.29.** а) $a > \frac{4}{11}$; б) $c \leq \frac{1}{7}$; в) $b < 4\frac{4}{11}$; г) $d \leq -\frac{5}{7}$. **33.30.** а), в) x — любое число; б), г) решений нет. **33.31.** а) $x = 21$; б) $x = -1$. **33.32.** а) $x = 0$; б) $x = -80$. **33.33.** а) $x = -6$; б) $x = 16$. **33.34.** а) $x = 0$; б) $x = 1$. **33.35.** От 6 км до 10 км. **33.36.** Не более 4 км. **33.37.** 20 км, 30 км, 40 км, 50 км, 60 км или 70 км. **33.38.** Более 180 км. **34.1.** а) $x < 1$; $x > 3$; б) $1 \leq x \leq 3$; в) $1 < x < 3$; г) $x \leq 1$; $x \geq 3$. **34.2.** а) $x < -1$; $x > 7$; б) $-8 \leq x \leq 6$; в) $x \leq -3$; $x \geq -1$; г) $-3 < x < 15$. **34.3.** а) $x < 1$; $x > 5$; б) $-4 \leq x \leq 2$; в) $2 < x < 14$; г) $x \leq 1$; $x \geq 3$. **34.4.** а) $x < -1,5$; $x > 2$; б) $1 \leq x \leq 1\frac{1}{3}$; в) $-1 < x < -0,5$; г) $x \leq 0,2$; $x \geq 2$. **34.5.** а) $-0,2 < x < 1$; б) $x \leq -4,5$; $x \geq 2$; в) $x < -\frac{1}{3}$; $x > 2,5$; г) $\frac{2}{3} \leq x \leq 1$. **34.6.** а) $x < -3$; $x > 2$; б) $-5 \leq x \leq -1$; в) $-7 < x < 5$; г) $x < 4$; $x > 6$.

34.7. а) $-1 < x < 2$; б) $x \leq 3$; $x \geq 4$; в) $x < 1$; $x > 2$; г) $-5 \leq x \leq 3$.
34.8. а) $-\frac{2}{3} < x < \frac{1}{2}$; б) $x \leq 0,75$; $x \geq 2,5$; в) $x < -\frac{3}{7}$; $x > 0,25$; г) $x \leq -3$;
 $x \geq 0,5$. **34.9.** а) $x < \frac{1}{3}$; $x > \frac{1}{2}$; б) $x < 1$; $x > 1\frac{1}{5}$; в) $x \leq -1\frac{1}{2}$; $x \geq 2$;
г) $x \leq -2$; $x \geq \frac{2}{5}$. **34.10.** а) $x = 3$; б) решений нет; в) x — любое число;
г) $x \neq 2$. **34.11.** а) x — любое число; б) $x \neq \frac{2}{3}$; в) решений нет; г) $x = -\frac{1}{6}$.
34.12. а), б) x — любое число; в), г) решений нет. **34.13.** а), б) x — лю-
бое число; в), г) решений нет. **34.14.** а) $x < 1 - \sqrt{2}$; $x > 1 + \sqrt{2}$; б) $-\infty <$
 $< x < +\infty$; в) $x < -1 - \sqrt{3}$; $x > -1 + \sqrt{3}$; г) $x \leq \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$; $x \geq \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$.
34.15. а) $x < -6$; $x > 6$; б) нет решений; в) $-5 < x < 5$; г) x — любое
число. **34.16.** а) $-\frac{2}{3} < x < \frac{2}{3}$; б) $x \leq -\frac{4}{5}$; $x \geq \frac{4}{5}$; в) $x < -\frac{6}{5}$; $x > \frac{6}{5}$;
г) $-1\frac{1}{7} \leq x \leq 1\frac{1}{7}$. **34.17.** а) $-10 \leq x \leq 10$; б) $x < -2\frac{1}{2}$; $x > 2\frac{1}{2}$; в) $x \leq -25$;
 $x \geq 25$; г) $-\frac{\sqrt{47}}{4} < x < \frac{\sqrt{47}}{4}$. **34.18.** а) $x < 0$; $x > 5$; б) $-0,5 \leq x \leq 0$;
в) $-8 < x < 0$; г) $x \leq 0$; $x \geq 2,3$. **34.19.** а) $x \leq 0$; $x \geq 25$; б) $0 < x < 2$;
в) $0 \leq x \leq 36$; г) $x < 0$; $x > 9$. **34.20.** а) $x < -1,5$; $x > -1$; б) $x = -\frac{1}{6}$. **34.21.** а) 6;
б) 9. **34.22.** а) -10 ; б) 7. **34.23.** а) $x \leq 1$; $x \geq 7$; б) $-1 \leq x \leq 4$; в) $x \leq 1$,
 $x \geq 5$; г) $x \leq -2$; $x \geq 1$. **34.24.** а) $-3 \leq x \leq 3$; б) $x < -\frac{9}{4}$; $x > \frac{9}{4}$; в) $x < -\frac{1}{3}$,
 $x > \frac{1}{3}$; г) $-\frac{2}{5} < x < \frac{2}{5}$. **34.25.** а) $0 \leq x \leq 2$; б) $x \leq 0$; $x > \frac{1}{3}$; в) $0 \leq x \leq 5$;
г) $x < 0$; $x > 4$. **34.26.** а) $x \leq -2$; $x \geq 3$; б) $1 < x < 2$; в) $-5 \leq x \leq 4$;
г) $x \leq -1,5$; $x \geq 6$. **34.27.** а) $x < 2$; $x > 3$; б) $0,5 < x < 2$; в) $x < -3$; $x > 4$;
г) $-3 < x < -\frac{1}{3}$. **34.28.** а) $x < 0$; $x > 0,4$; б) $x < -2\sqrt{6}$; $x > 2\sqrt{6}$; в) $-4 \leq x \leq 0$;
г) $x < -\frac{\sqrt{3}}{3}$; $x > \frac{\sqrt{3}}{3}$. **34.29.** а) $x < -1$; $x > 4,5$; б) $-\frac{33}{4} < x < 1$.
34.30. а) $-8 < x < 6$; б) $x < -4$; $x > \frac{2}{3}$. **34.31.** а) $-1 < x < 1$; б) $x \leq -2$,
 $x \geq 2$; в) $x < -1$; $x > 1$; в) $-2 \leq x \leq 2$. **34.32.** а) $x < 3$; $x > 4$; б) $-4 < x < 5$;
в) $x < -7$; $x > 6$; г) $-3 < x < 5$. **34.34.** а) 8; б) 7. **34.35.** а) -8 ; б) 0.
34.36. а) $p < -6$; $p > 3$; б) $p = -6$; $p = 3$; в) $-6 < p < 3$. **34.37.** а) $p < -4$; $p > 6$;
б) $p = 6$; $p = -4$; в) $-4 < p < 6$. **34.38.** а) $p < -1$; $p > 1$; б) $p = -1$; $p = 1$;
в) $-1 < p < 1$. **34.39.** а) $p > 1,8$; б) $-\frac{15}{4} < p < 3$; в) $p > -\frac{15}{16}$; г) $p < 0,6$.

34.40. а) $-3 \leq p \leq 3$; б) $p \leq -\frac{1}{12}$; $p \geq 0$; в) $p \geq -2$; г) $p \leq -1$; $p \geq 2$.

34.41. а) $p \leq 0$; $p \geq \frac{13}{3}$; б) $p \leq \frac{7}{9}$; в) $p \leq -\frac{8}{9}$; $p \geq 0$; г) $p \leq -1$; $p \geq 2$.

34.42. $p = -2$; $p = 6$. 34.43. $-\frac{1}{3} < p < \frac{1}{3}$. 34.44. Больше 2 см, но не более

16 см. 34.45. Более 12 см. 34.46. Не более 1 ч. 35.3. а) 1,73; 1,74; б) 0,41; 0,42; в) 2,35; 2,36; г) 0,66; 0,67. 35.4. а) 2,23; 2,24; б) 0,31; 0,32; в) 3,17; 3,18; г) 0,78; 0,79. 35.5. а) 3,31; 3,32; б) 1,16; 1,17; в) 3,58; 3,59; г) 0,7; 0,71. 35.6. а) 3,872; 3,873; б) -1,642; -1,641; в) -1,829; -1,828; г) 0,157; 0,158. 35.7. а) 12,7; б) 1,7. 35.8. а) 1,73; б) 1,41. 35.10. а) 0,8; б) 11,2; в) 3,3; г) 4,5. 35.11. а) 1,24; б) 0,73. 36.7. а) $2,8 \cdot 10^2$; б) $1,2 \cdot 10^0$; в) $2,59 \cdot 10^8$; г) $1,56 \cdot 10^{10}$. 36.8. а) $1,42 \cdot 10^6$; б) $5,15 \cdot 10^3$; в) $7,0078 \cdot 10^2$; г) $7 \cdot 10^{-3}$. 36.9. а) $2,5 \cdot 10^{-13}$; б) $7,5 \cdot 10^{19}$; в) $2 \cdot 10^{14}$; г) $8 \cdot 10^{-11}$. 36.10. а) $1,7 \cdot 10^6$; б) $5 \cdot 10^{-30}$; в) 10^{-14} ; г) $5 \cdot 10^{-25}$. 36.11. а) $a > b$; б) $a > b$; в) $a < b$; г) $a < b$. 36.12. а) 4; б) 1; в) 3; г) -1. 36.13. а) -3; б) -6; в) -1; г) 0. 36.14. 112985. 36.16. а) 12 и 13; б) 30, 31, 32, 33, 34; в) 3; г) -7 или -6. 36.17. а) -1 или 0; б) 3; в) 4; г) 4. 36.18. а) 6 или 7; б) 4 или 5; в) 4 или 5; г) 5 или 6. 36.19. а) 18, 0, 9; б) -13, -1, -6; в) 10, 0, 5; г) -10, -1, -5.

ГЛАВА 6. 10. а) $a = -1$; б) $a = 3$. 11. а) $b = -8$, $c = 0$; б) $b = -24$, $c = -45$.

18. а) (-5; 1), (0; 6); б) (-3; 3), (0; 0); в) (2; 9), (4; 13); г) (2; -2), (5; 1).

19. а) $(-\infty; -7) \cup (1; +\infty)$; б) $[-1; 3]$; в) $[-3; 5]$; г) $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$.

20. а) $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$; б) $(-\infty; +\infty)$; в) $x = 3$; г) нет решений.

21. а) Один корень при $m = -3$, два корня при $m > -3$, нет корней при $m < -3$; б) Один корень при $k = 5$, два корня при $k < 5$, нет корней при $k > 5$.

31. а) $y_{\text{наим}} = 1 - 6\sqrt{3}$, $y_{\text{наиб}} = 1 - 4\sqrt{3}$; б) $y_{\text{наим}} = 6\sqrt{6} - 9$, $y_{\text{наиб}} = 6\sqrt{5} - 7,5$; в) $y_{\text{наим}} = 2\sqrt{3} - 2$, $y_{\text{наиб}} = 4$; г) $y_{\text{наим}} = -5$, $y_{\text{наиб}} = 10 - 6\sqrt{6}$.

32. а) 2, 6; б) -1, 4; в) 0, 2; г) -3, 1. 33. а) (-2; -5), (1; 2,5), (4; 1);

б) (-2; 4), (1; -5), (3; -1). 34. а) $y = 0$ при $x = 2$, $y > 0$ при $1 < x < 2$,

$y < 0$ при $x < 1$ и $x > 2$; г) $y = -2$ при $x = 0$, $y > -2$ при $x < -2$ и $x > 0$,

$y < -2$ при $-2 < x < 0$. 35. а) $[-4; 2]$; б) $(-\infty; -6) \cup (-1; +\infty)$; в) $(-\infty; -1) \cup$

$(1; +\infty)$; г) $[0; 3]$. 36. г) $y = x + 1$, $y = -x - 3$. 42. а) 4; б) 3; в) 7; г) -3; 6.

43. а) (3; -4), (4; -3); б) (-1; -1), (0; -2). 44. а) $y \geq 0$ при $x \geq -2$, $y < 0$

при $-3 < x < 2$; г) $y < 5$ при $0 < x < 4$, $y \geq 5$ при $x \geq 4$. 50. а) -2, 6;

б) -8, 2; в) -4, 2; г) 1, 7. 51. а) (1; -3), (3; -3); б) (-6; -2), (-4; -4), (2; 2);

в) (0; -1), (4; 1); г) (1; 0), (2; 1). 52. а) $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$; б) (-2; 0);

в) (-2; 6); г) $(-\infty; 2] \cup [6; +\infty)$. 56. а) 1; б) 3,5. 57. а) -1, 4; б) 1, 5. 58. а) 0,5;

б) 2. 59. а) $x < 4,5$; б) $x \leq 4$. 60. а) $x < -10$ и $x > -3$; б) $2 \leq x \leq 4$.

61. а) $y(3) < y(1,72)$; б) $y(3 - \sqrt{2}) = y(3 + \sqrt{2})$; в) $y(4) < y(3\sqrt{2})$; г) $y(0,8) > y(5)$. 64. Один корень при $p > 1$ и $p < -1$, два корня при $p = \pm 1$, три корня при $-1 < p < 1$. 73. а) -4, 2; б) -4. 77. а) $-\frac{5}{6}$, 3; б) -7, 1,6; в) -4, $-\frac{4}{9}$; г) -3, $8\frac{1}{3}$. 78. а) $2 \pm \sqrt{3}$; б) $\frac{5 \pm \sqrt{5}}{4}$; в) $-3 \pm \sqrt{7}$; г) $\frac{-3 \pm \sqrt{14}}{5}$. 79. а) -3,5; б) нет корней; в) 1,6; г) нет корней. 80. а) -0,5, 3; б) -4, $1\frac{1}{3}$; в) -2, 11; г) -1, $6\frac{2}{3}$. 81. а) $-\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$; б) -1, $-\frac{1}{8}$; в) -0,4, 0,7; г) $-\frac{5}{8}$, $\frac{1}{3}$. 82. 8, 12. 83. 81 см². 84. 5 м, 35 м. 85. 60 см². 86. 26 см, 24 см, 10 см. 87. 15 см, 20 см. 88. 12 см, 16 см. 89. 480 см². 90. $c = 37$, $c = 13$. 91. $a = -1$. 92. а) $a = 2$, $b = -8$, $c = 4$; б) $p = -1$, $q = -5$. 93. а) ± 2 ; б) ± 3 , $\pm\sqrt{0,5}$; в) ± 3 , $\pm\sqrt{2}$; г) ± 2 , $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$. 94. а) 0, ± 1 ; б) $-\frac{1}{6}$, $\pm\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$; в) ± 3 ; г) 2. 97. а) -1; б) -16. 98. а) $b = \pm 5$; б) $c = -2$. 99. а) $q = -28$; б) $c = 15$. 100. а) $m = 12$; б) $m = -6$. 107. а) $\frac{b-3}{b}$; б) $\frac{y}{y-5}$. 108. а) $\frac{3x-1}{x^2}$; б) $\frac{y^2}{2y+1}$. 109. а) $\frac{1}{2m+1}$; б) $-\frac{1}{p}$. 111. а) 1; б) 2,5; в) 0; г) $-1\frac{2}{3}$. 112. а) $1\frac{3}{7}$; б) $1\frac{2}{3}$. 113. а) $\frac{1}{2}$, 2; б) $-\frac{2}{3}$, 1; в) -3, $\frac{1}{3}$; г) -2; $\frac{3}{4}$. 114. а) ± 1 , 3; б) -1, 2, $-1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{2}$; в) ± 1 , 3, 5; г) -3, -8. 115. 6 км/ч. 116. 18 км/ч. 117. 12 км/ч. 118. 180 км/ч. 119. 0,8 м/с, 1 м/с. 120. 90 км/ч, 50 км/ч. 121. 40 км/ч, 60 км/ч. 123. а) $\frac{25}{81}$; б) $3\frac{1}{16}$; в) $21\frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{20}$. 124. а) 256; б) $\frac{3}{5}$; в) 0,01; г) 27. 125. а) 4; б) $-\frac{1}{27}$. 126. а) 5; б) $-1\frac{3}{8}$; в) 3; г) $5\frac{1}{3}$. 127. а) -4, 9; б) 4, 1; в) -8, 2; г) -7, 2. 128. а) 1; б) 3; в) 2; г) 3. 129. а) 5, $1\frac{4}{9}$; б) 1; в) 3, $7\frac{4}{9}$; г) 3. 130. а) -1; б) 1; в) 2; г) -2. 131. а) $-1 \pm \sqrt{10}$; б) -8, 2; $-3 \pm 3\sqrt{5}$. 132. а) 1; б) 3. 133. а) -1, 2; б) 2, 7. 135. а) $-\frac{1}{8}$; б) $-\frac{1}{3}$. 136. а) $1 - \sqrt{x}$; б) $4 - b$; в) $\sqrt{y} - 1$; г) $1 - a$. 139. а) $2\sqrt{5}$; б) 1; в) $-2\sqrt{15}$; г) 1. 140. а) 6; б) 1, $\frac{1 - \sqrt{17}}{2}$; в) 3; г) 3, -2. 142. а) $\left(-\infty; 1\frac{3}{7}\right]$; б) $[-1,5; +\infty)$; в) $\left(-\infty; 2\frac{2}{3}\right)$; г) $\left(\frac{11}{25}; +\infty\right)$. 143. а) $(-\infty; -1)$; б) $(-\infty; -3]$; в) $\left[-\frac{1}{5}; +\infty\right)$; г) $(-\infty; 1)$.

144. а) $q > 6\frac{1}{4}$, $q = 7$; б) $q < 12\frac{1}{4}$, $q = 12$. 145. а) $a > -3$; б) $a > \frac{5}{12}$.
 146. а) $p = 4$; б) $k = 16$. 147. а) $(-2; -1)$; б) $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$; в) $(-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$; г) $[-1; 4]$. 148. а) $(-\infty; 0,5] \cup [4; +\infty)$; б) $\left(-1; \frac{1}{9}\right)$; в) $\left[\frac{1}{3}; 1\right]$; г) $(-\infty; -0,5) \cup (1; +\infty)$. 152. а) $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$; б) $(-2; 2)$; в) $[-6; 6]$; г) $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. 153. а) $(-\infty; 3] \cup [5; +\infty)$; б) $(4; 5)$; в) $(-\infty; -4) \cup (-3; +\infty)$; г) $[-7; -4]$. 154. а) $(-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$; б) нет решений; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $x = 1$. 155. а) $[-3; 0) \cup (0; 0,5]$; б) $(-\infty; -2,5) \cup (-2,5; -2] \cup \left[2\frac{1}{3}; +\infty\right)$; в) $[-2; 0) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right]$; г) $\left(-\infty; -1\frac{2}{3}\right] \cup [3; 3,5) \cup (3,5; +\infty)$. 156. а) $[-4; +\infty)$; б) $(-\infty; -0,2) \cup (0,5; +\infty)$; в) $(6; +\infty)$; г) $[-2; 5]$. 157. а) $k < -10$ и $k > 10$; б) $k \leq -6$ и $k \geq 3$; в) $-6 < k < 6$; г) $-4 \leq k \leq 12$. 158. а) Больше 7 см; б) больше 10 см.

ПРИЛОЖЕНИЕ. П.1 а) 3; б) 7; в) 5; г) 2. П.2. а) 2; б) 0; в) 0,7; г) 0,3.

П.3.

t	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
Дробь	2	2,5	4	—	-2	-0,5	0	0,25	0,4	—

- а) 0,2; б) 0,4; в) 0,7. П.4. а) У двух; б) -1,5; -1; -0,25; 1,25; 1,4; 2; 3; 3,5; в) мода 8, размах 5; г) 8 секторов по 45° . П.5. а) 13, 19, 97, 103; б) 8; в) 3,25, 4,25, 9,7, 10,3; г) -3,25. П.6. а) $\frac{1}{3}$; б) 0,5. П.7. а) 0,5; б) 0,25; в) 0,125. П.9. б) 16; в) 4; г) 9. П.10. б) 6; в) 0; г) 0,75. П.11. а) 3; в) 12; г) 4. П.12. а) 4; в) 12; г) 8. П.13. б) 6; в) 12; г) 6. П.14. а) 8; б) 0,25; в) 0,25; г) 0,875.

П.15.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\sqrt{1 + (t - 2)(6 - t)}$	—	—	1	2	$\sqrt{5}$	2	1	—	—	—

- а) 0,5; б) 0,4; в) 0,1. П.16. а) 100; б) 10; в) 90; г) 51. П.17. а) 0; б) 0,99; в) 0,5; г) 0,33. П.18. а) 20; б) 10; в) 6; г) 8. П.19. а) 40; б) 16; в) 4; г) 14. П.20. а) $AHGFE$; б) $AHGFE, AHOFE, AHODE$; в) 3; г) 6. П.21. а) 3; б) 12; в) 10; г) 8. П.22. а) 1; б) 2; в) 4; г) 6. П.23. а) 5; б) 8; в) 3; г) 4. П.24. а) 8; б) 4; в) 2. П.25. б) 9; в) 6; г) 18. П.26. а) 0; б) 0,8; в) 0,8; г) 0,6. П.27. а) 0; б) 1; в) 0,2; г) 0,4. П.28. а) 1; б) 0,1; в) 1; г) 0,6. П.29. а) 1; б) 0,4; в) 0,3;

г) 0,15. П.30. а) 1; б) 6; в) 4; г) 10. П.31. б) 6; в) 2; г) 3. П.32. б) 9; в) 2; г) 4. П.33. а) 4; б) 9; в) 6; г) 3.

П.34.

Уравнение	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6	№ 7	№ 8	№ 9	№ 10
D	1	-7	0	12	-7	4	-15	73	0	9

а) 30%; б) 20%; в) 70%.

П.35. а)

Кол-во уравнений, имеющих 2 корня	Кол-во уравнений, имеющих 1 корень	Кол-во уравнений, не имеющих корней
### ### / 11	### / 6	/// 3

б) 20; в) 15%. П.36. б) 50; в) 10; г) 5. П.37. а) 1; б) 0,6; в) 0,2; г) 0,4.

П.38. а) 27; б) 3; в) 3; г) 12. П.39. б) 21; в) 99; г) $\frac{35}{99}$. П.40. а) 50; б) 300.

П.41. а) 25; б) 10; в) 10; г) 3. П.42. б) 12; в) 3; г) 6. П.43. б) 18; в) $\frac{2}{9}$;

г) $\frac{5}{18}$. П.44. б) 20; в) 0,6; г) 0,4. П.45. а) 0,5; б) 0,35; в) 0,2; г) 0,6.

П.46. а) 0,2; б) 0,8; в) 0,6; г) 0,6. П.47. а) 0,3; б) 0,3; в) 0,7; г) 0,6.

П.48. а) 0,95; б) 0,55; в) 0,7; г) 0,1.

П.49. а) 81; б)

Первая цифра квадрата числа	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Сколько раз она встретилась	16	12	10	8	9	7	8	5	6

в) $\frac{1}{9}$; г) $\frac{16}{81}$. П.50. а) 4; б) 2; в) 8; г) 20.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие для учителя	3
-------------------------------	---

Глава 1. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ

§ 1. Основные понятия	5
§ 2. Основное свойство алгебраической дроби	11
§ 3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями.	19
§ 4. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями.	23
§ 5. Умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень.	31
§ 6. Преобразование рациональных выражений	38
§ 7. Первые представления о рациональных уравнениях	42
§ 8. Степень с отрицательным целым показателем	48
Домашняя контрольная работа № 1.	51

Глава 2. ФУНКЦИЯ $y = \sqrt{x}$. СВОЙСТВА КВАДРАТНОГО КОРНЯ

§ 9. Рациональные числа	54
§ 10. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа.	57
§ 11. Иррациональные числа	62
§ 12. Множество действительных чисел	63
§ 13. Функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график	66
§ 14. Свойства квадратных корней	71
§ 15. Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня.	75
§ 16. Модуль действительного числа.	89
Домашняя контрольная работа № 2.	94

Глава 3. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ. ФУНКЦИЯ $y = \frac{k}{x}$

§ 17. Функция $y = kx^2$, ее свойства и график.	97
§ 18. Функция $y = \frac{k}{x}$, ее свойства и график	109
§ 19. Как построить график функции $y = f(x + l)$, если известен график функции $y = f(x)$	115

§ 20. Как построить график функции $y = f(x) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	124
§ 21. Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	133
§ 22. Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график	139
§ 23. Графическое решение квадратных уравнений	145
Домашняя контрольная работа № 3	147

Глава 4. КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

§ 24. Основные понятия	149
§ 25. Формулы корней квадратных уравнений	154
§ 26. Рациональные уравнения	159
§ 27. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций	163
§ 28. Еще одна формула корней квадратного уравнения	169
§ 29. Теорема Виета	173
§ 30. Иррациональные уравнения	179
Домашняя контрольная работа № 4	183

Глава 5. НЕРАВЕНСТВА

§ 31. Свойства числовых неравенств	185
§ 32. Исследование функций на монотонность	192
§ 33. Решение линейных неравенств	195
§ 34. Решение квадратных неравенств	199
§ 35. Приближенные значения действительных чисел	204
§ 36. Стандартный вид числа	205
Домашняя контрольная работа № 5	207

Глава 6. ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ

Приложение	232
Ответы	247

